

論文 降伏後エネルギー G_{fs} の推定に基づく鉄筋正則化アプローチ堀川 真之^{*1}

要旨：線材の FEM に基づき座屈破壊を評価するとき、鉄筋の降伏後の剛性を要素寸法に応じて縮尺することが求められる。この鉄筋正則化アプローチの問題点の 1 つは、その定式化の過程において降伏後エネルギー G_{fs} を陽に評価できないことである。本論文では、 G_{fs} 究明の足掛かりとして、国内外における異形棒鋼の 1 軸軸引張試験データベースを作成し、降伏強度 f_y を変数とした G_{fs} の相関性を調べ、その推定式を提案した。妥当性確認のため、要素寸法を変数とした RC 壁の検討解析を通じて、①終局変位の平均予測精度が 2%以内であること、②応答の変動が 10%以内であること、③ f_y に対する f_u の比の評価が重要な因子であることを示した。

キーワード：降伏後エネルギー、正則化、圧縮破壊、座屈、FEM

1. はじめに

ファイバーモデルや梁要素により、コンクリートの圧壊後の主筋の座屈（以下、CB モード）を再現する場合、主筋の平均応力-平均ひずみ関係を要素寸法に応じて縮尺する正則化が極めて重要である¹⁾。図-1 に鉄筋正則化の概要を示す。図-1 (a) は、1 軸引張試験から得られる引張応力-変位関係の模式図であり、図のハッチ部面積は降伏後エネルギー G_{fs} と呼ばれ（文献²⁾によっては硬化エネルギー G_s と呼ばれる）、次式によって求められる。

$$G_{fs} = \frac{1}{2}(f_y + f_u)(\delta_{u_exp} - \delta_{y_exp}) \quad (1)$$

ここで、 f_y と f_u は、それぞれ降伏強度と引張強度、 δ は対応する変位である。式(1)の両辺を引張試験の標点間距離 L_{gage} で除して整理すると、

$$G_{fs} = \frac{1}{2}(f_y + f_u)(\varepsilon_{u_exp} - \varepsilon_{y_exp}) \times L_{gage} \quad (2)$$

ここで、 $\delta_{u_exp}/L_{gage} = \varepsilon_{u_exp}$ 、 $\delta_{y_exp}/L_{gage} = \varepsilon_{y_exp}$ である。一方、有限要素解析の手続きとして必要な応力-ひずみ関係は、図-1 (a) の横軸を要素等価長さ L_{IP} で除すことによって達成される（図-1 (b)）。

$$G_{fs}/L_{IP} = \frac{1}{2}(f_y + f_u)(\varepsilon_u'' - \varepsilon_{y_exp}) \quad (3)$$

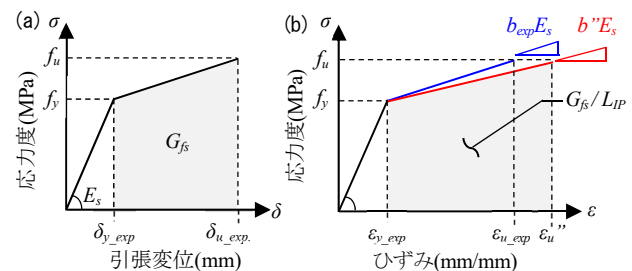
ここで、 ε_u'' は有限要素解析の入力値として評価される引張強度時ひずみである。式(3)を ε_u'' について解くと、

$$\varepsilon_u'' = \varepsilon_{y_exp} + \frac{2G_{fs}}{L_{IP}(f_y + f_u)} \quad (4)$$

また、式(4)に実験から取得される式(2)を代入すると、

$$\varepsilon_u'' = \varepsilon_{y_exp} + \frac{L_{gage}}{L_{IP}}(\varepsilon_{u_exp} - \varepsilon_{y_exp}) \quad (5)$$

図-1 (b) に示す幾何学的関係から、要素寸法に応じた次式の関係が導かれる。



(a) 引張応力-変位関係 (b) 引張応力-ひずみ関係

図-1 鉄筋正則化の概要

$$b'' = b_{exp} \frac{\varepsilon_{u_exp} - \varepsilon_{y_exp}}{\varepsilon_u'' - \varepsilon_{y_exp}} \quad (6)$$

ここで、 b_{exp} は実験より求まる降伏後の 2 次勾配を表す係数である。以上のように、鉄筋正則化の特徴は、 G_{fs} 、 L_{IP} および L_{gage} により求まる ε_u'' により、式(6)に示す降伏後の 2 次勾配が変化することである。したがって、式(4)あるいは式(5)のいずれかにより、 ε_u'' を適切に評価できるかが解析精度を左右する。

筆者は、式(5)を用いて式(6)を評価し、梁要素により側柱の無い RC 壁の CB モードを精度良く再現できることを示した³⁾。その検証のために引用した既往の実験⁴⁾は、式(5)を解く上で過不足ない情報を提供するものであった。しかし、既往の実験の中には、標点間距離 L_{gage} が不明なことも多く、これはモデルの検証にとって障壁となる。加えて設計段階では、鉄筋ミルシート等の情報も存在せず、伸び等の情報が不足している。他方、異形棒鋼のヤング係数、降伏強度および引張強度はある程度安定して供給されており変動を考慮しておよそ予測することが可能であるから⁵⁾、式(4)の形式で ε_u'' を評価できる手法を提示しておくことは有意義である。本研究の目的は、性能設計や既存建物の性能評価への貢献を意図して、式

^{*1} 日本大学 工学部建築学科専任講師 博士(工学) (正会員)

表ー1 1軸引張試験データベース

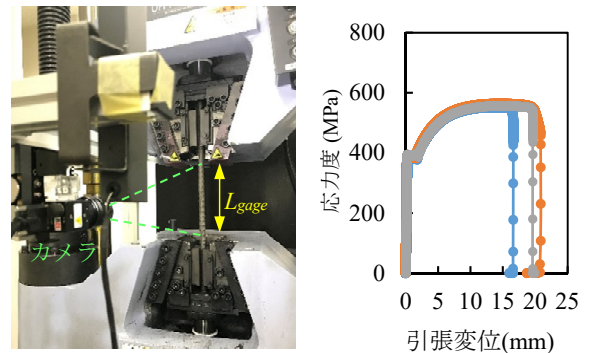
ID	文献	試験体	E_s [GPa]	f_y [MPa]	ε_y [-]	f_u [MPa]	ε_u [-]	L_{gage} [mm]	δ_y [mm]	δ_u [mm]	G_{fs} [N/mm]
1	Liu ⁶⁾	No.20	200	458	0.00229	630	0.150	150	0.343	22.5	12,053
2	Beyer et al. ⁷⁾	D12 (TUA)	200	488	0.00244	595	0.126	300	0.732	37.8	20,072
3		D12 (TUB)	200	471	0.00236	574	0.127	300	0.707	38.1	19,538
4	Dazio et al. ⁴⁾	$\phi 10$ (WSH1)	210	547	0.00260	620	0.046	750	1.953	34.8	19,170
5		$\phi 10$ (WSH2)	193	583	0.00302	747	0.068	750	2.267	51.1	32,470
6		$\phi 12$ (WSH3)	204	601	0.00295	726	0.068	750	2.213	51.1	32,408
7		$\phi 8$ (WSH3)	221	569	0.00258	700	0.065	750	1.933	48.5	29,524
8		$\phi 12$ (WSH4-6)	210	576	0.00274	675	0.066	750	2.054	49.4	29,581
9		$\phi 8$ (WSH4-6)	220	583	0.00266	714	0.070	750	1.994	52.1	32,537
10	Lowes et al. ⁸⁾	#4 (PW1,2)	200	579	0.00290	695	0.086	203.2	0.588	17.5	10,757
11		#4 (PW3)	200	354	0.00177	537	0.140	203.2	0.359	28.4	12,511
12		#4 (PW4)	200	463	0.00231	755	0.094	203.2	0.470	19.1	11,343
13	Segura ⁹⁾	No.4 (WP1-4)	200	506	0.00253	743	0.111	203.2	0.514	22.6	13,765
14		No.5 (WP1-4)	200	531	0.00266	742	0.111	203.2	0.539	22.6	140,13
15		No.4 (WP5-7)	200	511	0.00256	728	0.138	203.2	0.519	28.0	170,50
16		No.5 (WP5-7)	200	489	0.00245	669	0.143	203.2	0.497	29.1	16,537
17	Lu ¹⁰⁾	D10 (Series C)	200	300	0.00150	409	0.153	100	0.150	15.3	5,371
18		D10 (Series M)	200	387	0.00194	484	0.132	100	0.194	13.2	5,664
19		D12 (Series M)	200	371	0.00186	471	0.114	100	0.186	11.4	4,721
20		D16 (Series M)	200	334	0.00167	467	0.145	100	0.167	14.5	5,740
21	新田&堀川 ¹¹⁾	D10	190	389	0.00205	557	0.146	76.0	0.156	11.1	5,170
22		D16	190	442	0.00234	640	0.125	128	0.299	16.0	8,508

(4)に現れる G_{fs} 特性を究明し、それを元に簡易な推定式を構築することである。その前段として、本論文では、諸外国のデータを含む既往の1軸引張試験データベースを作成し、 G_{fs} 特性を探索する。次に、得られた G_{fs} 特性の傾向を近似し、その有効性をRC壁の実験結果と比較し検証する。なお、解析にはDIANA10.9を使用する。

2. データベースの概要

表ー1に1軸引張試験データベースを示す。ID 1～ID 20の試験体は、諸外国で実施された側柱の無いRC耐震壁の静的加力実験で試験体に使用された縦筋の仕様を示している。これらの径の平均値は10(mm)であり、最大径は16(mm)であったため、対応する我が国の異形棒鋼を2種類加えた(ID 21, ID 22)。選定した合計22体は、引張試験の標点間距離 L_{gage} が既知であることから、図ー1の横軸として示す引張変位を評価することができる。次に、得られた変位と強度を式(1)へ代入し、 G_{fs} 値を求めた。

図ー2にID 21の試験装置と結果(応力度－変位関係)を示す。試験は、JIS Z 2241 金属材料引張試験方法に従った。試験体は2号試験片に該当するため、 L_{gage} は $8d_o$



図ー2 ID 21の引張試験装置と実験結果

(d_o : 異形棒鋼の公称径)となる。载荷には容量500(kN)のアムスラー試験機(島津製作所製、油圧式万能試験機UH-X)を使用した。引張変位の計測には非接触ビデオ式伸び計(TRViewX240S)を使用し、破断に至るまで標点区間 L_{gage} の両端にプロットしたマーカーを連続的に追跡した。データは、標点間距離 L_{gage} で破断した供試体3体を取り扱った。引張試験方法について、ID4からID9はISO 6892-1「金属材料の引張試験」に基づいており、JIS規格はISO規格に対応していることから、ID21, ID22

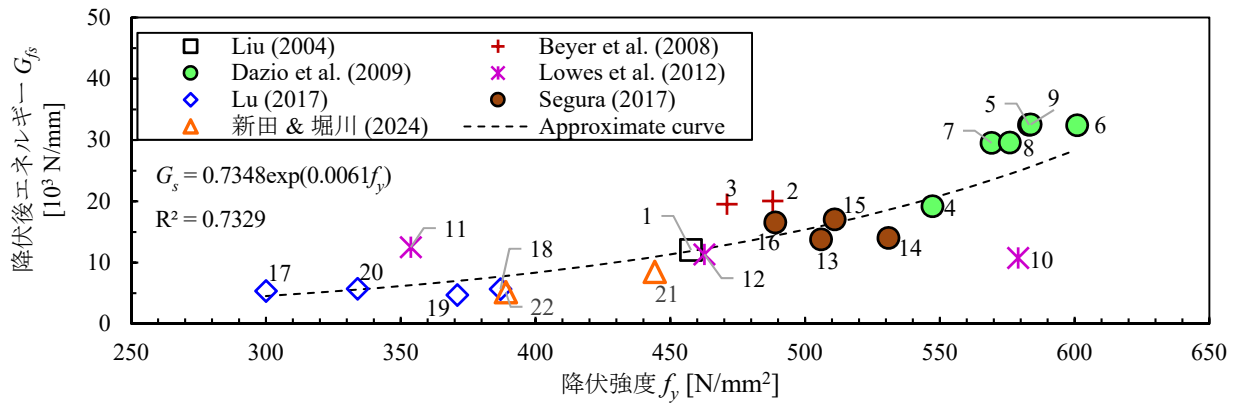


図-3 降伏強度 f_y - 降伏後エネルギー G_s の関係

およびこれらのデータは直接比較することが可能である。その他の ID は、文献から具体的な試験方法を確認できなかった。また、鉄筋グレードについて、ID1 は CSA 規格 Grade 30, ID2 & 3 は CEN 規格 Class C, ID4~ID9 は試験のために生産された 500 Grade の鋼材（熱間延材）, ID10~ID16 は ASTM 規格 A615 および A706(Grade 60), ID17~20 は AS/NZS 規格 4671(300E Grade)であった。

3. データベースの考察

降伏強度 f_y は、設計時に既知である。例えば、許容応力度計算において短期許容応力度は規格降伏点を使用して良いこと、2 次設計では曲げ終局強度の算定において規格降伏点の 1.1 倍として良いことから、設計時に容易に使用できるパラメータである。よって、降伏強度を変数と置き降伏エネルギー G_s を推測できれば使い勝手が良いと考えた。図-3 に降伏強度 f_y に応じた降伏後エネルギー G_s をプロットした。図中のシンボルには ID 番号を併記している。図より、次式の回帰式を得た：

$$G_s = 0.7348 \exp(0.0061 f_y) \quad (7)$$

ここで、 $R^2=0.73$ であった。次に、直接比較が可能な ID4 ~ ID9 および ID21~ID22 に限定した傾向を調べた。図-4 にその結果を示す。図より、相関関係が $R^2=0.98$ となり、次式を得た：

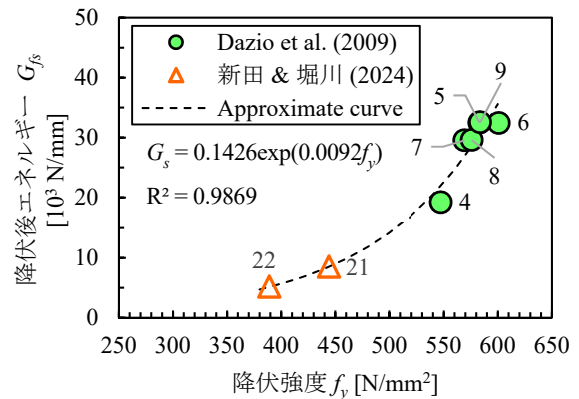


図-4 ISO 規格の引張試験に基づく f_y - G_s 関係

$$G_s = 0.1426 \exp(0.0092 f_y) \quad (8)$$

この改善は、 G_s 特性を評価する上で引張試験方法が極めて重要な因子であることを示している。しかしながら、図-4 は限られた標本数に基づく傾向であるため、今後、同一の引張試験方法（例えば ISO 規格）に基づき降伏強度 f_y を変数とした G_s 特性の究明が課題と考えている。続いて、式(4)の利用に際しては、引張強度 f_u を推測する必要がある。図-5 に降伏強度 f_y と f_u/f_y の関係を示す。図より、 f_u/f_y は平均値 1.33（変動係数 0.10）であった。本論文では、手始めに、この平均値より式(4)を評価することにする。

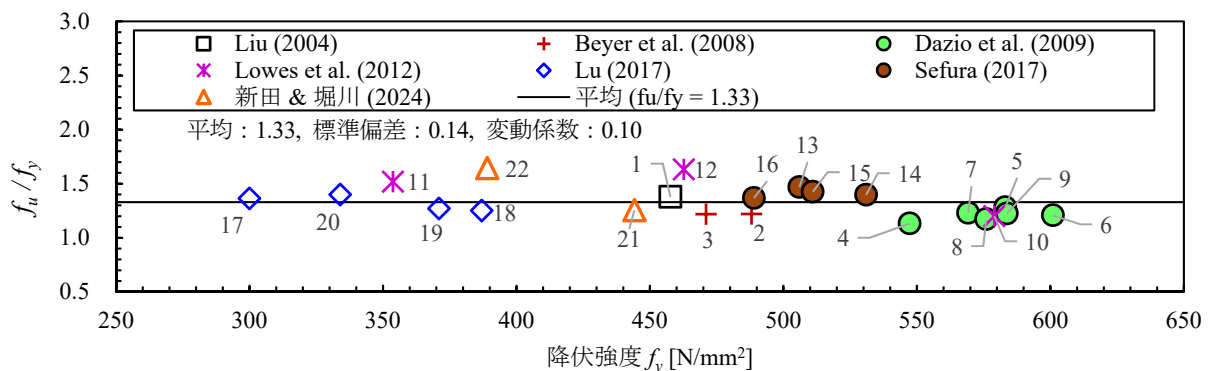


図-5 降伏強度 f_y - f_u/f_y の関係

4. 検証

4.1 解析対象実験と解析モデルの妥当性

図-6 に解析対象実験⁴⁾の概要を示す。本実験は、解析に必要な情報を不足なく入手できるものであり、筆者は文献3にて式(5)を用いて式(6)が評価できることを実験・解析のせん断力-ドリフト関係を比較して定量的に確認している。本論文では、図-6 を再び選定し、式(4)の有効性を確認するものである。試験体は、一定軸力と頂部水平加力を受ける片持ち RC 壁である。断面に目を移すと、縦筋には、D12 (印●) と D8 (印○) が使用され、横補強筋 D6 は閉型ではないため、この部材には拘束領域が存在しない。なお、破壊モードは CB である。

図-7 に高さ方向に均一に4分割した場合の解析モデルを示す。解析には、変位法に基づく梁要素を使用し、積分則には3点 Simpson 則を採用した。断面内のひずみは平面保持仮定により求め、これにより断面内の応力を算定する。なお、対象試験体に生じた曲げ変形成分に対するせん断変形成分の比はわずか8%であったことから、選択した線材要素ではせん断変形を考慮していない。境界条件は、柱頭について水平方向の自由度のみを拘束し(図中のローラー支持に相当)、脚部は固定端とした。1要素の長さは1130(mm)となるため、Simpson 則による第一積分点の重み係数1/6を考慮して、等価要素長さ $L_{IP}=1130 \times 1/6=188.3(\text{mm})$ となる。同じ手順に従うと、8および16分割の場合、それぞれ、 $L_{IP}=94.2(\text{mm})$, $47.1(\text{mm})$ となる。 L_{IP} の理論的誘導は、既往の研究¹²⁾を参照されたい。

図-8 に材料の応力度-ひずみ関係を示す。ここでは、4, 8 および 16 分割した L_{IP} に基づき構築した図を示す。圧縮コンクリートは、Kent & Park モデルに圧縮破壊エネルギー G_{fc} を組込んだ、Coleman & Spacone モデル¹³⁾とし、圧壊に起因する要素の寸法依存性を回避する。なお、 G_{fc} は、Pugh ら¹⁴⁾により提案された次式を採用する：

$$G_{fc} = 0.56f_c \quad (9)$$

ここで、 f_c は圧縮強度である。なお、拘束効果が存在しないため、拘束コンクリートの構成則も存在しない。また、破壊モードより引張コンクリートの影響が小さいため、引張コンクリートの応力負担はゼロを仮定した。なお、コンクリートの任意圧縮応力からの除荷・再負荷は原点指向とした。配筋した全ての鉄筋の圧縮側は、Dhakal & Mackawa のモデル¹⁵⁾を採用する。本モデルは、正規化とは異なる要素全長に基づく定式化により、要素寸法依存性を回避することができる¹⁶⁾。引張鉄筋は、上述したように式(5)および式(6)により降伏後の2次勾配を評価しbilinear型を仮定した。その後、引張強度に達したら、負担応力度はゼロを仮定した。また、鉄筋の引張-圧縮間の履歴は土木学会のモデル¹⁷⁾を採用した。なお、要素

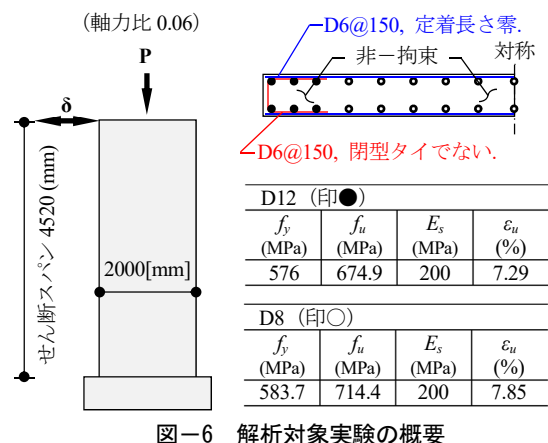


図-6 解析対象実験の概要

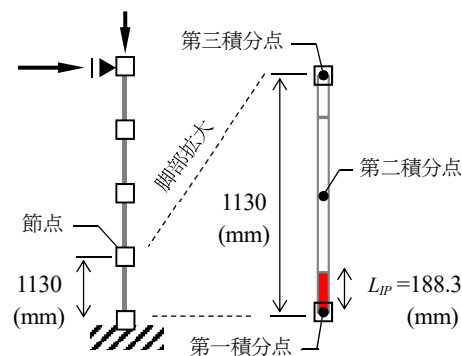


図-7 境界・荷重条件，均一4分割図

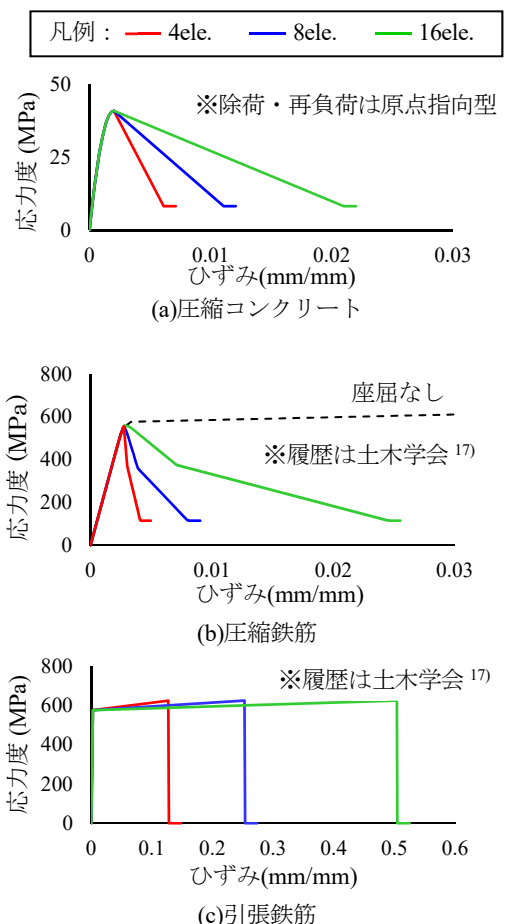


図-8 要素等価長さ L_{IP} に応じた応力-ひずみ関係

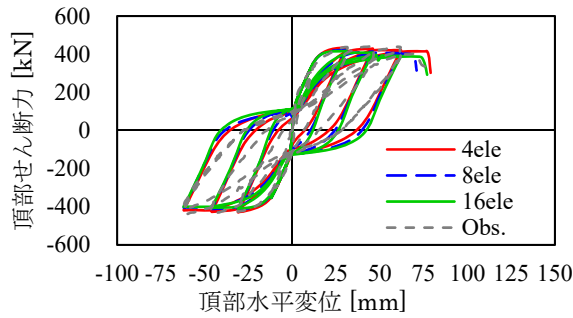


図-9 解析結果 (式(5)による評価)

寸法が除荷・再負荷に及ぼす影響は考慮していない。図-9に解析結果を示す。図より、要素分割数に依存せずに実験結果を再現できることを確認した。この妥当性確認は、1体に限った事例であるから、本モデルの他対象への適用性確認については今後の課題としたい。

4.2 式(5)の制約

式(5)のうち、 ε_{y_exp} は、使用する異形棒鋼のヤング係数と降伏点強度によって評価できる。ヤング係数は、強度によらず安定して205(GPa)程度と仮定することが多く、降伏強度 f_y は設計時に規格降伏点を使用している。よって、 ε_{y_exp} の近似値を評価することは可能である。しかしながら、引張強度時ひずみ ε_{u_exp} と標点間距離 L_{gage} が既知のケースは1軸引張試験を実施する場合を除き存在しない。このような式(5)の制約に対して、NIST¹⁾は $L_{gage} = 200$ (mm)、 $\varepsilon_{u_exp} = 0.09$ を提案し、解析に際して同値の使用を推奨している。そこで、NISTの推奨値に基づく解析を試みた。図-10に解析結果を示す。図より、壁を4要素に分割したケースでは、実験の耐力低下時の変位を大幅に過大評価しており、要素寸法に依存した応答が見られた。8要素および16要素の結果は実験を再現しているようであるが、予めこの分割数を予測することは容易

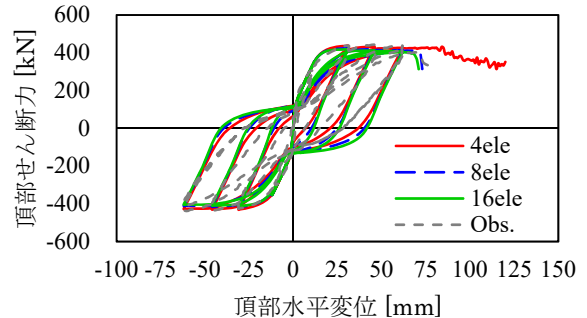


図-10 解析結果 ($L_{gage}=200$ mm と $\varepsilon_{u_exp}=0.09$ を仮定)

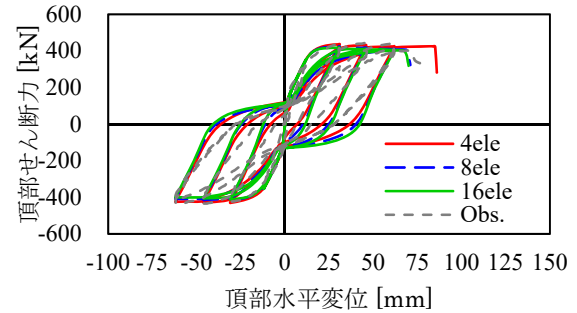


図-11 解析結果 (式(4)による評価)

ではなく、実務への反映は難しい。

4.3 式(4)による鉄筋正則化アプローチ

そこで、式(4)によるアプローチを試みる。降伏強度 f_y とヤング係数は、実験値を使用する。まず、 f_y から式(7)を介して、 G_f を評価する。次に、 $f_u/f_y = 1.33 \sim f_y$ を代入し、引張強度 f_u を推定する。これにより、式(4)から要素等価長さ L_{IP} に応じた ε_u'' を推定することができる。図-11に検証結果を示す。4要素の耐力低下点に対応する終局変位の予測精度が改善され、NIST¹⁾の推奨方法(図-10)より式(4)に基づく評価が優れていることが分かる。なお、8および16要素の応答には殆ど変化は見られない。

表-2 正則化アプローチの違いが解析精度に及ぼす影響 (太字は、Mean と COV に対する最良値)

	ε_u''	G_f	V_{sim}/V_{obs}					$\Delta_{sim}/\Delta_{obs}$				
			4ele.	8ele.	16ele.	Mean	COV	4ele.	8ele.	16ele.	Mean	COV
Case1	式5,実験値	—	0.98	0.95	0.94	0.96	0.02	1.07	0.96	1.05	1.03	0.05
Case2	式5,NIST	—	0.99	0.96	0.95	0.96	0.02	1.55	1.01	0.96	1.17	0.27
Case3	式4	式7	0.99	0.96	0.94	0.96	0.02	1.17	1.17	0.95	1.10	0.10
Case4	式4	式8	0.99	0.96	0.94	0.96	0.02	1.17	0.94	0.96	1.02	0.10

表-3 f_u / f_y が解析精度に及ぼす影響 (太字は、Mean と COV に対する最良値)

	f_u / f_y	G_f	V_{sim}/V_{obs}					$\Delta_{sim}/\Delta_{obs}$				
			4ele.	8ele.	16ele.	Mean	COV	4ele.	8ele.	16ele.	Mean	COV
Case4	1.33(平均)	式8	0.99	0.96	0.94	0.96	0.02	1.17	0.94	0.96	1.02	0.10
Case5	1.23(-σ)	式8	0.98	0.95	0.94	0.96	0.02	1.09	0.94	0.98	1.00	0.06
Case6	1.43(+σ)	式8	0.99	0.98	0.95	0.97	0.02	1.17	1.10	0.99	1.09	0.07

5. パラメトリックスタディによる応答の定量化

要素分割数と正則化手法の違いが応答に及ぼす影響を定量的に調べるため、パラメトリック解析を実施した。

表-2 にその要約を示す。Case1 および Case2 は式(5)により、Case3 および Case4 は式(4)により ε_u'' を評価した。後者のグループは、 G_{fs} の推定式による違いがある。比較した諸量は、最大せん断力 V と終局変位 Δ (最大耐力から 20%耐力が低下した時点の変位) とし、解析値を実験値で除し標準化した。表より、最大強度に及ぼす影響はみられない。しかし、終局変位は様子が異なる。予測値の平均精度は、Case4 が最も良く誤差は 2% である。要素寸法による応答の変動は、変動係数 COV により表し、Case1 が最もバラツキが小さく 5% であった。注目すべきは、Case2 と Case4 の比較である。NIST の推奨方法と比べ、提案アプローチは、平均予測精度を 15%、応答の変動を 17% 改善できることが分かった。

表-3 は、提案手法のうち、Case4 を対象に f_u/f_y をパラメータとした検討を示したものである。図-5 より f_u/f_y の平均値が 1.33、変動係数が 0.10 であったため、Case4 の $f_u/f_y=1.33$ に対して、Case5 は $f_u/f_y=1.23$ 、Case6 は $f_u/f_y=1.43$ とした。ここで、解析対象試験体について $f_u/f_y=1.17$ (D12) であり、Case5 の誤差が最も小さいことは自明である。その上で特筆すべきは、Case5 の COV が 0.06 である点であり、これは Case1 と同様である。すなわち、 f_u/f_y が、要素の寸法依存性を回避する (終局変位の変動を制御する) 上で極めて重要なパラメータであることが分かった。

6. まとめ

1 軸引張試験データベースを作成し、 G_{fs} の推定手法を提案するとともに、その有効性を CB モード壁の加力実験を介して検証した。得られた知見は次の通りである：

- (1) G_{fs} は降伏強度 f_y と高い相関性があり、指数近似によって予測することが可能である。
- (2) 式(4)により、CB モード壁の終局変位を 2% の平均精度誤差と 10% の変動をもって評価できる。
- (3) 式(4)のアプローチを高精度化するには、1 軸引張試験の蓄積と f_u/f_y 予測手法の構築が不可欠である。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費 23K13445 の助成および第 40 回守谷育英会研究助成 (2023 年度) の一部によるものです。研究の遂行にあたり、白井伸明日本大学名誉教授にご助言いただきました。ここに記して感謝申し上げます。

参考文献

- 1) NIST: Recommended modeling parameters and acceptance criteria for nonlinear analysis in support of

seismic evaluation, retrofit, and design, 2017.

- 2) Pugh, J. S. et al.: Nonlinear line-element modeling of flexural reinforced concrete walls, *Eng. Struct.*, vol.104, pp.174-192, 2015.
- 3) 堀川真之：CB 破壊モードをシミュレートする座屈－鉄筋正則化混合モデルの提案とその精度検証, JCI 年次論文集, vol.46, No.2, pp.25-30, 2024 年.
- 4) Dazio A. et al.: Quasi-static cyclic tests and plastic hinge analysis of RC structural walls, *Eng. Struct.*, vol.31, pp.1556-1571, 2009.
- 5) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の靱性保証型耐震設計指針・同解説, 第 2 章, 1997 年.
- 6) Liu, H.: Effect of Concrete Strength on the Response of Ductile shear walls, A thesis for the degree of master, McGill Univ. 2004.
- 7) Beyer, K. et al.: Quasi-Static Cyclic Tests of Two U-Shaped Reinforced Concrete Walls, *J. Earthq. Eng.*, Vol.12, pp.1023-1053, 2008.
- 8) Lowes N. L. et al.: Behavior, Analysis and Design of Complex Wall Systems, Univ. of Washington, 2012.
- 9) Segura L. C.: Seismic Performance Limitations of Slender Reinforced Concrete Structural Walls, Dissertation for the degree of Doctor, Univ. of California Los Angeles, 2017.
- 10) Lu, Y.: Seismic Design of Lightly Reinforced Concrete Walls, Dissertation for the degree of Doctor, Univ. of Auckland, 2017.
- 11) 新田太一, 堀川真之：鉄筋破断時のエネルギー計測に基づく座屈破壊する RC はりの構造性能評価, AIJ 学術講演梗概集, pp.28-290, 2024 年.
- 12) 堀川真之：変位型定式における正則化のための等価要素長さが RC 骨組要素の耐力とポストピーク挙動に及ぼす影響, 構造工学論文集 (70B), pp.211-217, 2024 年.
- 13) Coleman, J., and Spacone E.: Localization Issues in Force-Based Frame Elements, *ASCE J. Struct. Eng.*, Vol.127, No.11, pp.1257-1265, 2001.
- 14) Pugh, J.S.: Numerical Simulation of Walls and Seismic Design Recommendations for Walled Buildings, Dissertation, University of Washington, 2012.
- 15) Dhakal R. P. and Maekawa K.: Modeling for Postyield Buckling of Reinforcement, *ASCE J. Struct. Eng.*, Vol.128, No.9, pp.1139-1147, 2002.
- 16) K. Maekawa, A. Pimanmas and H. Okamura: Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete, CRC Press, 2002.
- 17) 土木学会：コンクリート標準示方書, 設計編, 2017.