

## 論文 穿孔部周辺の塑性領域評価に関する研究

内海 秀幸\*1, 林 興太郎\*2

**要旨:** モール・クーロンの破壊基準に応力状態を表現する弾性厳密解を導入することにより, コア採取等により形成される穿孔部周辺の塑性領域を指定可能な方程式を定式化し, その解を解析的に導出した。また, 引張応力により破壊が想定される場合では最大主応力説に立脚して塑性領域を指定する解析解を示した。これらの方程式は座標原点からの距離を関数として粘着力, 内部摩擦角, 外圧などをパラメータとした 4 次または 2 次の多項式として表現される。解析例として内部摩擦角や外圧が穿孔部周辺に発生する塑性領域に与える影響を示すとともに塑性領域の発生条件を検討した。

**キーワード:** 穿孔, コア採取, 塑性領域, モール・クーロンの破壊基準, 最大主応力説

## 1. はじめに

国内における多くのコンクリート構造物が老朽化しつつあるなか, それらの健全性及び耐久性評価の需要が高まってきている。供用中の構造物に対する耐久性評価の取り組みとしては非破壊検査技術を利用することが望ましいが, 穿孔してコアを採取する取り組みが行われるほか, 補修や補強が施される場合にもアンカーの設置や反力確保の要請から躯体に多数の穿孔を施す場合がある。

このような穿孔による躯体に対する幾何学的な形状の変化は応力集中の発生要因となり, 穿孔部周辺には塑性することにより脆弱な領域が形成される可能性がある。穿孔によって構造物全体の機能が喪失するようなことは一般的にはないものの, 健全性評価や補修を目的とした取り組みが躯体に損傷を与えることは望ましくなく, 穿孔にともなう応力集中が躯体に及ぼす影響を把握しておくことは重要であろう。

そこで本研究では, 穿孔部周辺の健全性に関する定量的な評価システムの構築を目的として, 主応力表現されたモール・クーロンの破壊基準に応力状態を表現する弾性厳密解を導入することにより, 穿孔部周辺に生じる塑性領域を指定可能な方程式を定式化しその解を解析的に導出した。また, 引張応力に起因した破壊が想定される場合では最大主応力説に立脚して塑性領域に関する解析解を示した。

解析モデルとしては無限領域に穿孔する状況を想定し, 外力としては全方向から均等な外圧が作用した場合(静水圧的な応力状態), ならびに, 一軸と二軸圧縮応力状態を設定した。

解析例として内部摩擦角や外圧が塑性領域の発生に与える影響を示し, 塑性領域が発生する条件について検

討した。なお, 本研究では全般にわたり圧縮応力を正として取り扱う。

## 2. 解析モデルの設定

解析モデルを図-1 ならびに図-2 に示す。図-1 は無限遠方から静水圧のように全方向から均等な外圧 $\sigma_h$ が作用する場合を想定した解析モデルであり, 本モデルを対象とした弾性厳密解としては厚肉円筒を対象とした解析解を拡張して利用する<sup>1)</sup>。

図-2 は直交 2 方向で異なる外圧 $\sigma_h$ を想定した解析モデルであり,  $\lambda$ は水平方向より作用する外圧を定める係数である(以後,  $\lambda$ は側圧係数と称す)。 $\lambda = 0$ とした場合, 鉛直方向に一軸圧縮応力が作用する場合に相当し,  $\lambda = 1.0$ と設定した場合, 穿孔部周辺の応力状態は図-1 の解析モデルと同様な解を与える。穿孔部周辺における二軸応力状態での弾性厳密解は Kirsch solution として知られており文献2)にその具体的な表現式が掲載されている。

各解析モデルとも座標原点に半径  $a$  なる穿孔部を設定しており,  $r$ は半径方向の位置を指定する座標,  $r_p$ は塑性領域を指定する距離を意味している。すなわち,  $a \leq r \leq r_p$ が降伏し脆弱化した塑性領域であり,  $r > r_p$ が健全な弾性領域である。なお, 外圧  $\sigma_h$ は座標原点方向への作用を正の値として取りあつかう。

## 3. 弾性厳密解

## 3.1 全方向から均等な外圧が作用した場合

厚肉円筒に対する弾性厳密解は次式のように表される<sup>1)</sup>。

\*1 千葉工業大学 創造工学部都市環境工学科教授 工博 (正会員)

\*2 千葉工業大学 大学院創造工学研究科都市環境工学専攻

$$\sigma_r = -\frac{S_1}{r^2} - S_2 \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{S_1}{r^2} - S_2 \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_r$ は半径方向応力、 $\sigma_\theta$ は円周方向応力であり、 $S_1$ と $S_2$ はそれぞれ次式のように表される。

$$S_1 = \left( \frac{a^2 b^2 (P_0 - P_i)}{b^2 - a^2} \right) \quad (3)$$

$$S_2 = \frac{P_i a^2 - P_0 b^2}{b^2 - a^2} \quad (4)$$

ここで、 $b$ は外径、 $P_i$ は内径に作用する圧力、 $P_0$ は外径に作用する圧力である。なお、文献1)における式(1)、(2)の表現は引張を正として取り扱われているが、本論では圧縮を正となるよう修正して記述している。図-1において無限領域を想定する観点から $b=\infty$ 、さらに、 $P_i=0$ 、 $P_0=\sigma_h$ を式(1)と(2)に導入すると次式のように表される。

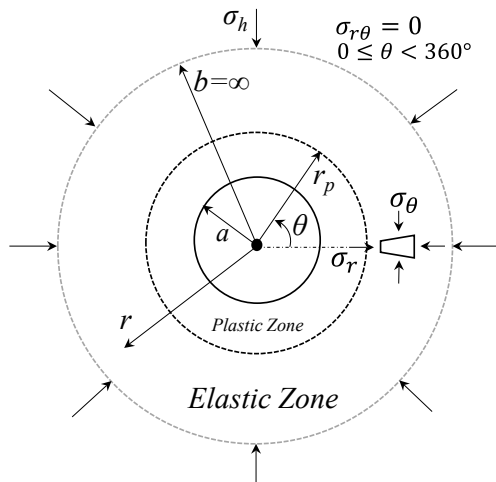


図-1 解析モデル  
(全方向から均等な外圧が作用する場合)

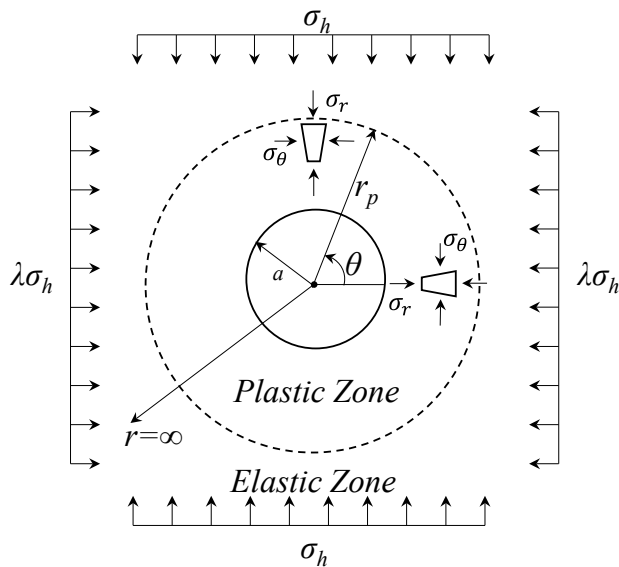


図-2 解析モデル  
(一軸ならびに二軸圧縮応力状態)

$$\sigma_r = \sigma_h \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_h \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \quad (6)$$

図-1のように全方向から均等な外圧が作用する場合、全領域においてせん断応力 $\sigma_{r\theta}$ は生じないことから、穿孔部周辺( $1.0 \leq r/a \leq 2.0$ )の最大主応力 $\sigma_{max}$ と最小主応力 $\sigma_{min}$ はそれぞれ

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_{min} \\ \sigma_\theta = \sigma_{max} \end{cases} \quad (7)$$

となる。

### 3.2 一軸ならびに二軸での応力状態

図-2に示すような二軸圧縮応力状態での解析モデルに対して、半径方向応力 $\sigma_r$ 、円周方向応力 $\sigma_\theta$ 、せん断応力 $\sigma_{r\theta}$ に関する弾性厳密解は次式のように表される<sup>2)</sup>。

$$\sigma_r = k_1 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - k_2 \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) Q \quad (8)$$

$$\sigma_\theta = k_1 \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + k_2 \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) Q \quad (9)$$

$$\sigma_{r\theta} = k_2 \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) R \quad (10)$$

式(8)、式(9)においても圧縮を正として表現しており、 $k_1$ と $k_2$ ならびに $Q$ はそれぞれ次式のように表される。

$$k_1 = \frac{1}{2}(1 + \lambda)\sigma_h, \quad k_2 = \frac{1}{2}(1 - \lambda)\sigma_h \quad (11)$$

$$Q = \cos(2\theta), \quad R = \sin(2\theta) \quad (12)$$

なお、 $\theta$ は図-2に示すとおり水平軸を基準として反時計回りの角度である。

さて、二軸応力状態では最大主応力 $\sigma_{max}$ と最小主応力 $\sigma_{min}$ は次式のように表される。

$$\sigma_{min} = \left(\frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \sigma_{r\theta}^2} \quad (13)$$

$$\sigma_{max} = \left(\frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \sigma_{r\theta}^2} \quad (14)$$

ただし、 $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ においてせん断応力 $\sigma_{r\theta}$ はゼロとなり、かつ、それらの角度において側圧係数 $\lambda$ が $0.5 \leq \lambda \leq 2.0$ であれば穿孔部周辺( $1.0 \leq r/a \leq 2.0$ )での最大主応力 $\sigma_{max}$ と最小主応力 $\sigma_{min}$ は式(7)と同様、次式のように表される。

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_{min} \\ \sigma_\theta = \sigma_{max} \end{cases} \quad (15)$$

### 4. 穿孔部周辺の応力状態の特徴と塑性領域検討の方針

図-3に図-1の解析モデルに対応した式(5)、(6)より計算される応力分布を示す。図-3では $r/a = 1.0$ が穿孔部境界を指定しており、その位置における無次元化応力 $\sigma_\theta/\sigma_h$ は2.0となる。すなわち、穿孔部境界では外圧 $\sigma_h$ に比較して2倍もの圧縮応力が生じることとなる。このように幾何学的に形状が変化している周辺で応力が極端に変動する現象を応力集中と称する。

図-1のように設定された解析モデルでは全領域においてせん断応力 $\sigma_{r\theta}$ は生じない。したがって、式(7)に示すとおり $\sigma_\theta$ が最大主応力( $\sigma_{max}$ )、 $\sigma_r$ が最小主応力( $\sigma_{min}$ )

に相当することから、塑性領域  $r_p$  を決定するための方程式は式(5)と(6)で表現される  $\sigma_r, \sigma_\theta$  を主応力表現されたモール・クーロンの破壊基準に導入することにより定式化される(表-1 参照)。

次に、図-2 の解析モデルで設定される一軸圧縮状態 ( $\lambda = 0$ ) と二軸圧縮状態で  $\lambda = 2.0$  とした場合における  $\theta = 90^\circ$  と  $\theta = 0^\circ$  の無次元化応力  $\sigma_\theta/\sigma_h, \sigma_r/\sigma_h$  をそれぞれ図-4 の(i)と(ii)に示した式(8), (9)より計算)。

図-4(i)より、一軸圧縮状態では  $\theta = 0^\circ$  の B 点において外圧  $\sigma_h$  の 3 倍もの圧縮応力 ( $\sigma_\theta/\sigma_h = 3.0$ ) が発生している。一方、 $\theta = 90^\circ$  の A 点では外圧に相当する  $\sigma_h$  と等価な引張応力 ( $\sigma_\theta/\sigma_h = -1.0$ ) が発生している。コンクリートの強度特性として引張強度は圧縮強度に比較して著しく低く、図-4(i)のような一軸圧縮状態が想定される穿孔部周辺では、外圧の作用方向に面した A 点を起点とした引張による破壊が懸念されるであろう。そのため、図-4(i)に示すような一軸圧縮状態を対象とした取り組みにおいては、 $\theta = 90^\circ$  に着目し引張応力に起因して発生する塑性領域を最大主応力説に基づいて解析する(表-1 参照)。

図-4(ii)に示す  $\lambda = 2.0$  の二軸圧縮状態では、 $\theta = 90^\circ$  となる A 点では外圧の 5 倍もの圧縮応力 ( $\sigma_\theta/\sigma_h = 5.0$ ) が発生しており、また、 $\theta = 0^\circ$  の B 点では鉛直方向の外圧に相当する圧縮応力 ( $\sigma_\theta/\sigma_h = 1.0$ ) が発生している。このような二軸圧縮状態を対象とした本研究における取り組みでは、 $\theta = 0^\circ$  と  $\theta = 90^\circ$  に着目し、モール・クーロンの破壊基準を採用して圧縮応力によるせん断破壊に由来した塑性領域の発生を解析する(表-1 参照)。

### 5. モール・クーロンの破壊基準の主応力表現

モール・クーロンの破壊基準<sup>3)</sup>は次式のように表される。

$$\tau = C_0 + \tan\phi \cdot \sigma_n \quad (16)$$

ここで、 $\tau$  と  $\sigma_n$  はそれぞれ「せん断応力」と「垂直応力」であり、 $C_0$  は粘着力、 $\phi$  は内部摩擦角である。本研究では、このモール・クーロンの破壊基準を最大主応力  $\sigma_{max}$  と最小主応力  $\sigma_{min}$  で表現した次式の形式(降伏関数)で利用する(図-5 を参照)。

$$\sigma_{min} = M\sigma_{max} - \sigma_0 \quad (17)$$

ここで、 $M$  ならびに  $\sigma_0$  はそれぞれ次式のように表される<sup>3)</sup>。

表-1 本研究での取り組み

解析モデル	外圧特性	$r_p$ の着目点	破壊基準	方程式
図-1	全方向から均等な圧力が作用	任意の角度	M.C.	2次
図-2	一軸圧縮状態	$\theta=90^\circ$	最大主応力説(引張降伏応力基準)	4次
	二軸圧縮状態	$\theta=90^\circ, \theta=0^\circ$	M.C.	

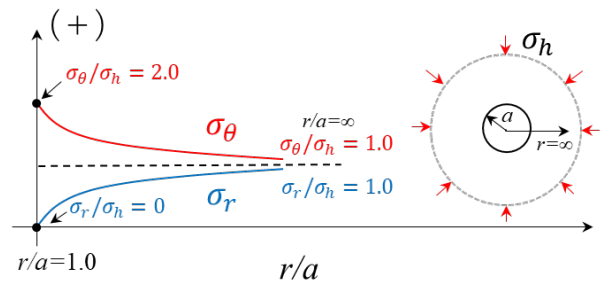
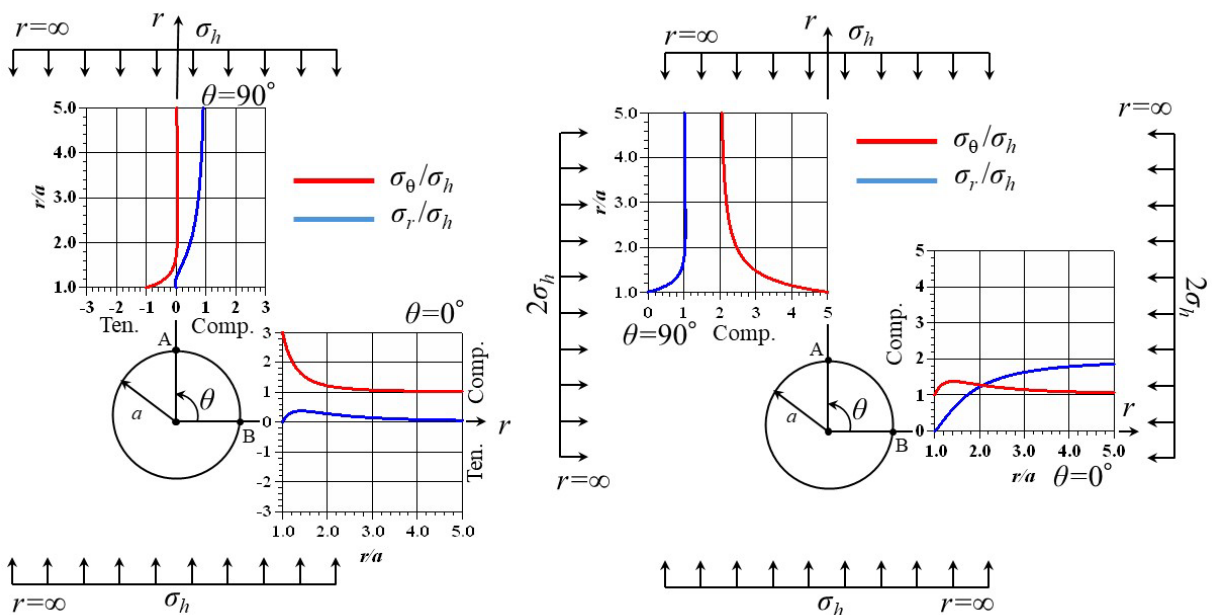


図-3 全方向から均等な外圧が作用する場合



(i) [一軸圧縮状態 ( $\lambda = 0$ )]

(ii) [二軸圧縮状態 ( $\lambda = 2.0$ )]

図-4 一軸ならびに二軸での応力状態 ( $\theta = 90^\circ$ (A 点),  $\theta = 0^\circ$ (B 点))

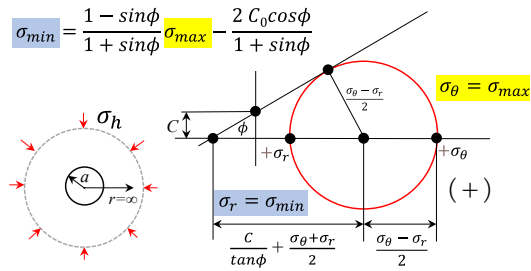


図-5 モール・クーロンの破壊基準の主応力表現

$$\begin{cases} M = \frac{(1 - \sin\phi)}{(1 + \sin\phi)} \\ \sigma_0 = \frac{2C_0 \cos\phi}{(1 + \sin\phi)} \end{cases} \quad (18)$$

式(18)の $\sigma_0$ は本研究では引張降伏応力に相当し、一方、圧縮降伏応力 $\sigma_{comp.}$ に対応する表現は

$$\sigma_{comp.} = \frac{2C_0 \cos\phi}{(1 - \sin\phi)} \quad (19)$$

となる。すなわち、式(18)で定義される $M$ は引張降伏応力と圧縮降伏応力の比を表現したパラメータと解釈される。

式(17)の降伏関数に式(5)、(6)や式(8)、(9)の弾性厳密解を導入することにより、座標原点からの距離 $r$ を関数とした方程式 $f(r)$ が導出され、その式を満たす距離 $r$  ( $f(r) = 0$ )が本研究で着目する穿孔部周辺の塑性領域 $r_p$ を定めるものとなる。

## 6. 塑性領域を指定する解析解

### 6.1 全方向から均等な外圧が作用した場合の塑性領域

図-1 に示すような全方向から均等な外圧が作用することを想定する場合は式(7)が成立することから、 $\sigma_{max} = \sigma_\theta$ 、 $\sigma_{min} = \sigma_r$ として式(5)、(6)を式(17)に導入することにより、次式に示す $r$ に対する2次の方程式を得る。

$$B_1 r^2 - B_2 = 0 \quad (20)$$

ここで、 $B_1$ 、 $B_2$ は次式のように表される。

$$\begin{cases} B_1 = [\sigma_h(1 - M) + \sigma_0] \\ B_2 = a^2 \sigma_h(1 + M) \end{cases} \quad (21)$$

上式(20)を満たす $r$ が塑性領域を指定する $r_p$ に相当し、 $r_p$ は次式のように表される。

$$r_p = a \left[ \frac{\sigma_h(1 + M)}{\sigma_h(1 - M) + \sigma_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

### 6.2 一軸圧縮状態( $\lambda = 0$ )における $\theta = 90[^\circ]$ の塑性領域

本節では一軸圧縮状態( $\lambda = 0$ )における $\theta = 90[^\circ]$ での引張応力に起因した塑性領域を指定する $r_p$ を導出する。

$\theta = 90[^\circ]$ において式(9)で与えられる $\sigma_\theta$ は次式のように表される。

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_h}{2} \left( \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right); \lambda = 0, \theta = 90[^\circ] \quad (23)$$

引張降伏応力を $-\sigma_{ten.}$ として上式(23)の $\sigma_\theta$ に $-\sigma_{ten.}$ を代入すれば、引張応力を基準とした最大主応力説による

塑性領域を指定する方程式を次式のように定式化できる。

$$E_1 + \frac{E_2}{r^2} - \frac{E_3}{r^4} = 0 \quad (24)$$

ここで、 $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ は次式のように表される。

$$\begin{cases} E_1 = \sigma_{ten.} \\ E_2 = \frac{a^2 \sigma_h}{2} \\ E_3 = \frac{3a^4 \sigma_h}{2} \end{cases} \quad (25)$$

式(24)は $r$ に対して4次の方程式であり、解析的に4つの解が導出されるが、利用する解はそれらのうち負ならびに虚数を与えない次式の表現を採用すればよい。

$$r_p = \frac{\sqrt{H - U}}{\sqrt{2}} \quad (26)$$

ここで、 $H$ と $U$ は次式のように表される。

$$H = \frac{\sqrt{4E_1 E_3 + E_2^2}}{E_1}, \quad U = \frac{E_2}{E_1} \quad (27)$$

なお、ここでは解析モデルとの相関を容易に理解できるように配慮して $\theta = 90[^\circ]$ に限定した記述となっているが、 $\theta = 90[^\circ]$ での結果は $\theta = 270[^\circ]$ でも同様に成立する。

### 6.3 二軸圧縮状態における $\theta = 0[^\circ], 90[^\circ]$ の塑性領域

一般的に二軸応力状態の領域ではせん断応力が発生することから、弾性厳密解を用いて最大主応力 $\sigma_{max}$ と最小主応力 $\sigma_{min}$ を表現した場合、塑性領域を指定する方程式の形式は高次の多項式となり、6.1節や6.2節での取り組みのように塑性領域 $r_p$ を解析的に決定することができない。しかしながら、破壊発生が懸念される応力集中が顕著に発生する位置は主に $\theta = 90[^\circ]$ と $\theta = 0[^\circ]$ が想定され、これらの角度においてせん断応力はゼロとなる。また、それらの角度において側圧係数 $\lambda$ が $0.5 \leq \lambda \leq 2$ の場合、穿孔部周辺( $1 \leq r/a \leq 2$ )では前節までの設定と同様に式(15)が成立する。すなわち、 $\theta = 90[^\circ]$ と $\theta = 0[^\circ]$ の角度に限定すれば、式(17)の降伏関数に式(8)、(9)を導入することにより、二軸圧縮応力状態においても穿孔部周辺に発生する塑性領域を定める $r$ に対する方程式を次式のように定式化できる。

$$C_1 - \frac{C_2}{r^2} - \frac{C_3}{r^4} = 0 \quad (28)$$

ここで、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ は次式のように表される。

$$\begin{cases} C_1 = (k_1[1 - M] - k_2 Q[1 + M] + \sigma_0) \\ C_2 = (k_1[1 + M] - 4k_2 Q)a^2 \\ C_3 = (3k_2 Q[1 + M])a^4 \end{cases} \quad (29)$$

式(28)を満たす $r$ が塑性領域を指定する $r_p$ であり、ここでも、 $r$ に対して4次の多項式であるが、前節と同様に解としては負ならびに虚数を与えない次式の表現を採用すればよい。

$$r_p = \frac{\sqrt{S + D}}{\sqrt{2}} \quad (30)$$

ここで、 $S$ と $D$ は次式のようなものである。

$$S = \frac{\sqrt{4C_1 C_3 + C_2^2}}{C_1}, \quad D = \frac{C_2}{C_1} \quad (31)$$

## 7. 解析例

### 7.1 解の検証

表-2に本研究の式(22)ならびに式(30)より計算された塑性領域と Xiaofei Guo<sup>4)</sup>らの結果を示す。表-2より、それらに対する相対誤差の結果はすべて0となっており、本研究の結果は既往の研究と同等な結果を与えることが確認できる。

### 7.2 全方向から均等な外圧が作用した場合の解析例

コンクリートの粘着力と内部摩擦角を実験的に検討した文献<sup>5)</sup>を参考に、粘着力 $C_0$ を8[MPa]、内部摩擦角 $\phi$ が30[°]、40[°]、50[°]とした場合における $\sigma_h/\sigma_{comp.}$ と $r_p/a$ の関係を図-6に示した(式(22)により計算)。なお、この場合、材料の圧縮強度 $\sigma_{comp.}$ は式(19)より27.7~44.0[MPa]に相当する。

図-6より、 $\sigma_h/\sigma_{comp.}$ 増加にともなって $r_p/a$ は増加する傾向にあることが確認できる。また、内部摩擦角 $\phi$ が大きいほど塑性領域を示す $r_p/a$ の値が減少する傾向を示しており、内部摩擦角の増加が破壊に対する抵抗性の増大に寄与するという一般的な力学的認識を支持した傾向を把握することができる。

さて、このような全方向から均等な外圧が作用する図-1の解析モデルを対象とした問題において、塑性領域が発生する外圧の閾値を $\sigma_{hp}$ と定義すると、 $\sigma_{hp}$ は式(22)において $r_p/a = 1.0$ となる場合であることから次式のように表現できる。

$$\sigma_{hp} = \frac{\sigma_0}{2M} = \frac{C_0 \cos \phi}{(1 - \sin \phi)} \quad (32)$$

上記の知見を適用し、粘着力との相関からコンクリートに対する塑性領域発生の際の閾値について検討してみよう。ここでも、コンクリートの内部摩擦角を $\phi = 30 \sim 50$ [°]程度と仮定した場合、式(32)より次式を得る。

$$30[^\circ] \leq \phi \leq 50[^\circ] ; 1.73 \leq \frac{\sigma_{hp}}{C_0} \leq 2.75 \quad (33)$$

コンクリートの粘着力 $C_0$ を8[MPa]と仮定すると<sup>5)</sup>、全方向から均等な外圧が作用する図-1の解析モデルのような条件において、穿孔による塑性領域発生の際の閾値である $\sigma_{hp}$ は式(33)より14~22[MPa]と概算される。

### 7.3 一軸圧縮状態での塑性領域の解析例

図-7に式(26)より計算された一軸圧縮状態における $\theta = 90$ [°]での $\sigma_h/\sigma_{ten.}$ と $r_p/a$ の関係を示す。図-7より、 $\sigma_h/\sigma_{ten.}$ の増加にともなって $r_p/a$ は増加する傾向を示しており、引張降伏応力の2倍の外圧が作用した状況( $\sigma_h/\sigma_{ten.} = 2.0$ )において半径の14[%]程度の塑性領域が発生している。なお、ここで利用した式(26)に関しては、比較すべき既往の研究がないが、問題の設定上、塑性領域が発生する外圧の閾値 $\sigma_{hp}$ は $\sigma_{ten.}$ であり、図-7において $\sigma_h/\sigma_{ten.} = r_p/a = 1.0$ となる合理的な結果が得られている。

さて、圧縮強度が30[MPa]程度の一般的なコンクリートを想定すると、その引張降伏応力は概ね3[MPa]程度かそれ以下であろう。すなわち、外圧として3[MPa]程度の一軸圧縮応力が作用した場合、本節での取り組みから分るとおり穿孔部境界のA点が塑性することとなる。

一方、前述した圧縮強度が30[MPa]程度のコンクリートに対する曲げによる許容応力は10[MPa]程度であり、RC橋梁の主桁などには一次元的な圧縮応力としてこの許容応力(10[MPa])に相当した応力レベルが現有応力として作用しているものと想定される。すなわち、一般的な許容応力状態(圧縮)にある躯体においても、穿孔にともなう応力集中により躯体の引張降伏応力を超える応力が生じる可能性があり、穿孔部周辺には塑性領域の発生が懸念される。

表-2 解の検証

$\sigma_h$ [MPa]	$\lambda$	本研究 式(30), [式(22)]	Xiaofei Guo <i>et al.</i>	相対誤差
		$r_p$ [m]		
20	1.0	2.68 [2.68]	2.68	0
	1.2	2.63	2.63	0
	1.4	2.59	2.59	0
	1.6	2.55	2.55	0
	1.8	2.51	2.51	0
	2.0	2.47	2.47	0

$\theta=0[^\circ]$ ,  $a=2.0$ [m],  $C_0=3$ [MPa],  $\phi=25[^\circ]$

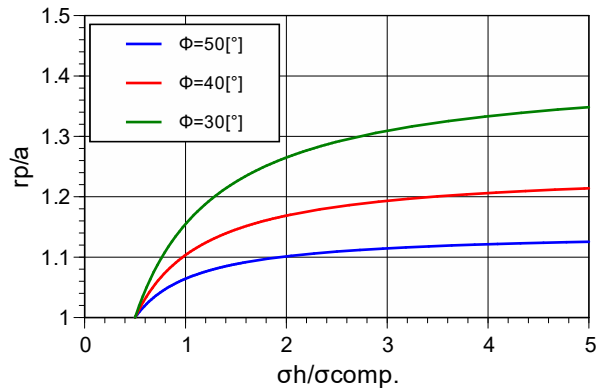


図-6  $\sigma_h/\sigma_{comp.}$ と $r_p/a$ の関係

(全方向から均等な外圧が作用:  $C_0 = 8$ [MPa])

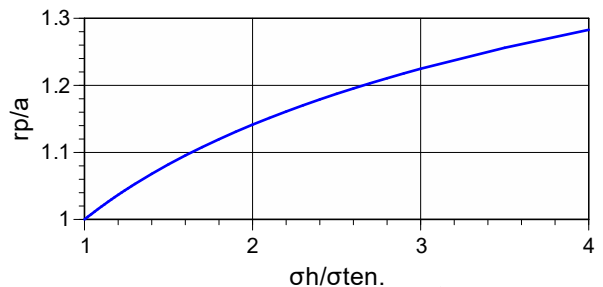


図-7  $\sigma_h/\sigma_{ten.}$ と $r_p/a$ の関係

(一軸圧縮:  $\theta = 90$ [°]での塑性領域)

#### 7.4 二軸圧縮状態での塑性領域の解析例

図-8 に側圧係数 $\lambda$ が 0.5, 1.0, 1.5 ならびに 2.0 における $\theta = 0[^\circ]$ での $\sigma_h/\sigma_{comp.}$ と $r_p/a$ の関係を示す(式(30)により計算)。図-8 より、側圧係数 $\lambda$ の値が大きいほど全体的に塑性領域 $r_p/a$ の値は減少している。また、図-9 には $\theta = 90[^\circ]$ での $\sigma_h/\sigma_{comp.}$ と $r_p/a$ の関係を示した。図-9 では、側圧係数 $\lambda$ の値が大きいほど全体的に塑性領域 $r_p/a$ の値は増加する傾向となる。

図-8 と図-9 の結果より、工学的に注目すべきは、最も低い応力レベルで塑性領域が発生する場合であり、ここでは、 $\lambda = 2.0$ となる $\theta = 90[^\circ]$ での結果(図-9 における黒の実線)が該当する。この場合、 $\sigma_h/\sigma_{comp.} = 0.2$ 程度で塑性領域が発生することとなる。すなわち、30[MPa]程度の圧縮強度を有するコンクリートにおいても、側圧係数が $\lambda = 2.0$ となる場合、一方向から 6[MPa]程度の外圧(圧縮)が作用することで、穿孔部境界 A 点において塑性が発生することとなる。

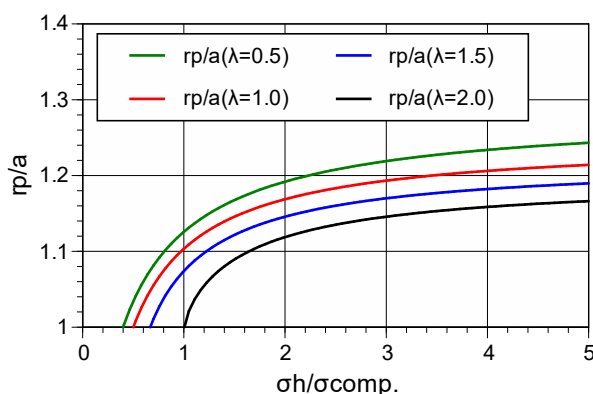


図-8  $\sigma_h/\sigma_{comp.}$ と $r_p/a$ の関係  
(二軸圧縮 :  $\theta = 0[^\circ]$ ,  $C_0 = 8[MPa]$ ,  $\phi = 40[^\circ]$  )

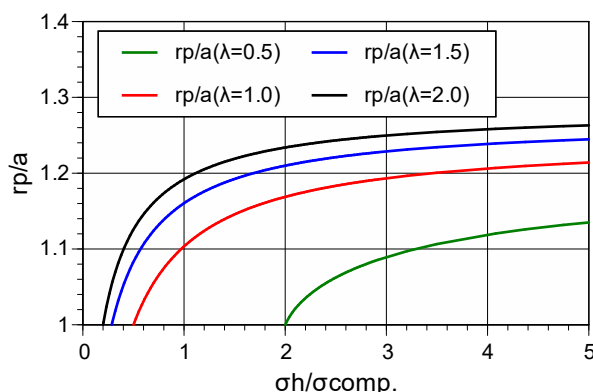


図-9  $\sigma_h/\sigma_{comp.}$ と $r_p/a$ の関係  
(二軸圧縮 :  $\theta = 90[^\circ]$ ,  $C_0 = 8[MPa]$ ,  $\phi = 40[^\circ]$  )

#### 8. まとめ

本研究では主応力表現したモール・クーロンの破壊基準に弾性厳密解を導入することにより、穿孔部周辺に生じる塑性領域を指定可能な方程式を定式化しその解析解を導出した。また、引張応力に由来する破壊が想定される位置においては最大主応力説に立脚し引張降伏応力を基準として塑性領域を指定する解析解を示した。

解析モデルとしては全方向から均等な外圧が作用した場合と一軸や二軸圧縮応力状態を設定し、それぞれに対して、内部摩擦角や側圧係数が塑性領域の発生に与える影響を検討するとともに、一般的なコンクリートを想定して塑性領域が発生する外圧の具体的な閾値を示した。

本研究で導出した塑性領域を示す解析解は閉じた形式で代数表現されており、表計算ソフトが利用できる一般的な PC 環境さえ整っていれば基本的な条件を設定することで穿孔に際してのコンクリートの健全性を簡便に把握可能である。

なお、本研究の範疇では所定の角度に限定した塑性領域の評価に限定している。その理由は、任意の角度に対しては塑性領域を定める方程式が高次の式となり解析的に解くことが不可能となるからである。しかしながら、高次の式に対しては数値的な解法を駆使することで合理的に塑性領域を推定することが可能となることから、現在、そのプログラムの開発に取り組んでいる。

#### 参考文献

- 1) Timoshenko, S.P. and Goodier J. N. : Theory of elasticity(Third Edition), McGraw Hill Inc., pp. 68-71, 1970.
- 2) E. Fjær *et al.* : Petroleum Related Rock Mechanics(2nd Edition), Developments in Petroleum Science, pp. 148-149, 2008.
- 3) J. C. Jaeger and N. G. W. Cook. R.W. Zimmerman: Fundamentals of Rock Mechanics(Fourth Edition), Blackwell Publishing, pp. 83-103, 2007.
- 4) Xiaofei Guo *et al.* : Analytical solutions for characteristic radii of circular roadway surrounding rock plastic zone and their application, International Journal of Mining Science and Technology, Vol. 29, pp.263-272, 2019.
- 5) 村上雅英, 大谷恭弘 : 3 軸圧縮軟化域におけるコンクリートの破壊現象と損傷領域の同定, コンクリート工学論文集, 第 6 巻第 2 号, pp.48-61, 1995.7.