

論文 水分状態と骨材・鉄筋による内部拘束を考慮した RC 断面の収縮解析

橋本 龍*1・渡辺 健*2

要旨: 材料特性や鉄筋比の影響を考慮したコンクリート構造物の収縮ひずみの予測を目的とし、水分移動・収縮ひずみ解析プログラムを作成した。水分移動を拡散方程式で、収縮ひずみをセメントペースト・骨材それぞれの収縮モデルを組み合わせた複合モデルで表現し、平面保持の仮定に基づきひずみを算出した。各種影響因子に対する感度を算定式と比較し、解析手法およびパラメータの妥当性を確認した。また、RC 供試体暴露試験の再現解析を行い、内部拘束効果について検証した結果、鉄筋比の増加に伴い減少するひずみを概ね捉えることが確認された。

キーワード: コンクリート構造, 水分移動, 拡散方程式, 乾燥収縮, 内部拘束

1. はじめに

コンクリート構造物の設計分野では、コンクリートの収縮やクリープに起因した変状に対して、一般に配合や気象条件を変数とした収縮・クリープひずみ算定式を用いて照査される¹⁾。骨材や長期予測の点で更新が図られている他、構造解析手法と併せた検討が報告されている²⁾。一方、形状や水掛かり条件、鋼材等の異種材料の配置の影響に柔軟に対応するためには、部材を小要素で離散化し、その要素寸法に見合った構成則を選定した構造解析手法が求められる。

収縮ひずみは水和や乾燥による体積変化³⁾や微細ひび割れ⁴⁾等によるが、特に収縮の駆動力を議論するうえで、条件に応じたコンクリート中の水分状態の履歴に着目した検討が報告されている。この水分状態を捉える検討として、古くより拡散方程式に基づく解析事例が多数報告されている⁵⁾。2. で述べる通り、コンクリートの空隙構造やセメントペーストと骨材の複合構造、拡散方程式に用いるモデルや数値情報は国内外で精力的に研究が行われており、実務にも鋼材の腐食に関する検討に用いられるなど汎用性も高い。ただし、一般に 100 年と設定されることが多い構造物の設計耐用期間にわたり、水和の進行や微細ひび割れ等、荷重や環境作用により刻々と変化するコンクリートの微視的構造のモデル化が重要であるが、不均一な材料であるコンクリートの微視的構造を把握することは、その規模から実験手法や条件にも強く依存するといった課題もある。

著者らは、コンクリートを数十 mm の要素に離散化し、必要となる力学特性の数値情報を、既往の知見の他、構造物と同一のコンクリートで製作した試験体を数年間暴露し、暴露条件の違いによる収縮ひずみ計測結果を組み合わせることで、帰納的に定めることで補間した。その結果、晴雨により大きく変動する無筋コンクリート試験

体の収縮ひずみの計測値を追従できることを確認した⁶⁾。さらに、セメント種などに起因した水和速度の影響、骨材や鉄筋にも対応できれば、例えば、RC 部材など、PC 構造と比較して鉄筋比が比較的高い部材の変位・変形やコンクリートのひび割れ発生や鉄筋位置への水分浸透といった耐久性に関する検討にも活用でき、照査項目ごとのモデル化や構造解析が不要となるなど、設計作業の省力化にもつながることが期待される。

本研究では、実務運用を想定したコンクリート中の水分移動およびひずみを解析可能なプログラムの作成を目的とする。硬化後のコンクリートを対象として拡散方程式で水分移動をモデル化する既往のひずみ予測手法⁶⁾を基本に、適用範囲の拡大および鉄筋を配置した影響について検討した。セメントペーストと骨材の複合モデル⁷⁾を採用し、骨材、セメントペーストの物性値、鉄筋の配置による収縮ひずみへの感度について、必要となる力学特性の数値情報を暴露試験の結果に頼ることなく、鉄道標準の算定式⁸⁾により定めた。そして、RC 供試体の暴露試験結果⁹⁾を用いて検証した。

2. ひずみ解析モデルの概要

2.1 水分移動モデルおよび収縮駆動力

部材表面からの水分逸散、および内部の水分移動による相対湿度の変化は、式(1)の拡散方程式で算定した。

$$\Delta RH = \begin{cases} D \frac{\partial^2 RH}{\partial x^2} & (\text{コンクリート内部}) \\ \eta \frac{\partial RH}{\partial x} & (\text{コンクリート表面}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 RH : 相対湿度, D : 水分伝導係数 (mm^2/day), η : 水分伝達係数 (mm/day) である。水分伝導係数は、既往研究⁵⁾を参考に、相対湿度に応じて式(2)で算出するものとした。

*1 (公財)鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 コンクリート構造 修士 (工学) (正会員)

*2 (公財)鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 コンクリート構造 博士 (学術) (正会員)

$$D=D_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1-\alpha_0}{1+\left(\frac{1-RH}{1-RH_e}\right)^n} \right\} \quad (2)$$

ここで、 D_1 、 α_0 、 RH_e 、 n は非線形特性を決定するパラメータである。このときの毛細管空隙およびゲル空隙では、液相と気相の熱力学平衡による凝縮水、修正 B.E.T 理論に基づく吸着水、インクボトル効果により閉じ込められた凝縮水が存在するものとして飽和度を算定した。詳細は文献³⁾を参照されたい。相対湿度と飽和度を関連付ける空隙径は、水和に伴い緻密化すると考えられる。ここでは分布ピークとなる空隙径の逆数にあたり、毛細管空隙およびゲル空隙の分布を決定するパラメータ B を仮定した。最大値を仮定したうえで、水和度に比例して B が増加、すなわち空隙径が減少するものとした。水和度については、式(3)の通り、水和反応の進展速度を表す式として、封かん状態での結合水量の経時変化より得られた双曲線関数¹⁰⁾を用いた。さらに、従来知られている水セメント比に応じた水和反応の停止を表現するため、実験結果より得られた近似式による値¹¹⁾を双曲線関数に乗じた。

$$\begin{cases} \psi = \beta_0 \frac{t}{1.8(W/C)^{1.15+t}} \\ \beta_0 = 0.399 \ln(W/C) + 1.170 \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 ψ ：水和度、 W/C ：水セメント比、 β_0 ：水セメント比に応じた水和度の終局値、 t ：材齢(日)である。骨材の飽和度は、既往研究で示されている普通骨材の水分等温線モデル¹²⁾を用いて算定した。

$$S_{ag} = \begin{cases} \frac{2}{3}RH & (RH < 0.9) \\ 4.0RH - 3.0 & (0.9 \leq RH) \end{cases} \quad (4)$$

また、水分移動モデルで得られた相対湿度に基づき、凝縮水および吸着水に関わる収縮駆動力を算出した。収縮駆動力は体積応力として等方に生じると考え、ここでは式(5)のように見かけの軸方向の応力に換算することで、ポアソン比の影響を考慮した軸方向ひずみを算出した。

$$\sigma_s = (\sigma_{sc} + \sigma_{sd})(1-2\nu) \quad (5)$$

$$\sigma_{sc} = \beta \left(-\frac{\rho_L R T}{M} \ln(RH) \right) \quad (6)$$

$$\sigma_{sd} = \frac{1-k_2 RH}{1-k_2 RH + k_1 RH} S_{gel}^{pore} \quad (7)$$

ここで、 σ_s ：収縮駆動力、 σ_{sc} ：凝縮水の圧力降下に関する収縮力、 σ_{sd} ：吸着水に関する収縮力、 β ：毛細管張力が作用する体積の有効係数、 ρ_L ：液状水の密度、 R ：気体定数、 T ：絶対温度、 M ：水の分子量、 k_1 と k_2 ：定数($k_1=15, k_2=1$ と仮定)、 S_{gel}^{pore} ：ゲル空隙の表面積である。朱ら³⁾は、毛細管空隙およびゲル空隙の平均飽和度が凝縮水の接触する固体表面率となることから、毛細管張力が作用する体積の有効係数としてこれを適用しているが、ここでは感度解析を踏まえ、毛細管空隙の飽和度を有効指標とし

た。

2.2 セメントペーストのレオロジーモデル

セメントペーストのひずみは、既往研究⁶⁾に基づき、毛細管空隙およびゲル空隙の弾性ひずみ、粘弾性ひずみ、粘塑性ひずみの和として表している。レオロジーモデルの概要を図-1に示す。水和の進展に伴う弾性係数の増加は、上記のレオロジーモデルを並列に追加することでモデル化した。レオロジーモデルに作用する応力は、式(8)に従って算定される。また、各ひずみモデルのひずみ算定式および特性値を式(9)～式(14)に示す。

$$\sigma_{cp, cp, ag} = \sum \sigma_{ly} + \sigma_s \quad (8)$$

(1) 弾性ひずみモデル

$$\sigma_{ly} = E_e \varepsilon_e \quad (9)$$

$$E_e = E_{cp} \quad (10)$$

(2) 粘弾性ひずみモデル

$$\sigma_{ly} = E_c \varepsilon_c + E_c C_c \frac{d\varepsilon_c}{dt} \quad (11)$$

$$\begin{cases} E_c = \alpha_1 \cdot E_e f_{ec} \\ C_c = \alpha_2 \beta_S^c \beta_T \beta_r^c \end{cases} \quad (12)$$

(3) 粘塑性ひずみモデル

$$\frac{d\varepsilon_g}{dt} = \frac{1}{C_g} (\varepsilon_{glim} - \varepsilon_g) \quad (13)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{glim} = \alpha_3 \cdot \varepsilon_e \chi_S \chi_T \chi_{non} \\ C_g = \alpha_4 \beta_S^g \beta_T \end{cases} \quad (14)$$

ここで、 $\sigma_{cp, cp, ag}$ ：複合モデルでセメントペーストに生じる応力、 σ_{ly} ：各レオロジーモデルに作用する応力、 σ_s ：収縮駆動力、 ε_e ：弾性ひずみ、 ε_c ：粘弾性ひずみ、 ε_g ：粘塑性ひずみ、 E_e ：弾性ひずみモデルのばねの弾性係数、 E_c ：粘弾性ひずみモデルのばねの弾性係数、 C_c ：粘弾性ひずみモデルのダッシュポットの粘性係数、 C_g ：粘塑性ひずみモデルのダッシュポットの粘性係数である。 f_{ec} 、 β_S^c 、 β_T^g 、 β_r^c 、 χ_S 、 χ_T 、 χ_{non} は、飽和度や細孔径パラメータ等の影響を表す係数である。これらの数値は文献³⁾を参照されたい。粘弾性ひずみ、粘塑性ひずみおよび発現速度に影響する係数 $\alpha_1 \sim \alpha_4$ は、算定式⁸⁾にて材齢100年を入力した試算値と概ね一致するよう決定した。

2.3 骨材とセメントペーストの複合モデル

コンクリートでは、乾燥過程においてセメントペーストと骨材が異なるメカニズムで収縮し、相互に力が作用

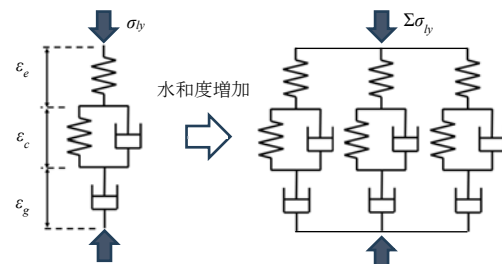


図-1 セメントペーストのレオロジーモデル

することでコンクリート全体のひずみが決定する。骨材とセメントペーストを連成可能な複合モデルは多く提案されているが、ここでは2.2のレオロジーモデルの適用を考慮し、かつ計算される普通コンクリートの弾性係数が実験値と比較的一致することが示された Mehmel らのモデル (図-2) を簡易化して適用した⁷⁾。

骨材についても毛細管張力等を駆動力として収縮するが、ここではコンクリートの収縮ひずみを解析対象とすることから、実験結果から良好な対応関係にあることが示されている式(15)より収縮ひずみを算定した¹²⁾。

$$\begin{cases} \varepsilon_{ag}^{sh} = \varepsilon_{ag}^{sh} \max(1.0 - S_{ag}/0.95) & (S_{ag} \leq 0.95) \\ \varepsilon_{ag}^{sh} = 0.0 & (0.95 < S_{ag}) \end{cases} \quad (15)$$

ここで、 ε_{ag}^{sh} : 骨材の最終収縮ひずみである。複合モデルはセメントペーストと骨材の二相でモデル化するため、骨材の最終収縮ひずみは粗骨材と細骨材の平均として取り扱う。ここでは、粗骨材および細骨材の収縮ひずみは同一とした。

また、各要素には外力として、平面保持の仮定により算定されるひずみに、複合モデルで得られる弾性係数を乗じた値が作用するものとした。骨材およびセメントペーストの弾性係数は、一般的な値に近いコンクリートの弾性係数が得られる式(16)~式(17)¹⁰⁾により算定した。弾性係数の具体的な値は3.1で示す。

$$E_{ag} = \frac{5.89}{\mu^{0.22}} \times 10^4 \quad (16)$$

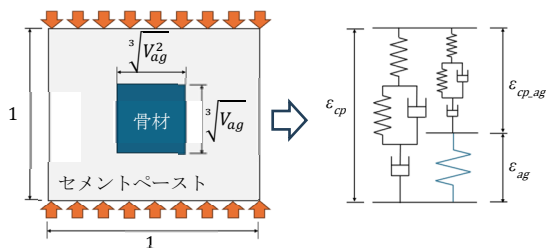


図-2 骨材とセメントペーストの複合モデル

表-1 コンクリートの特性値

W/C (%)	W (kg/m ³)	V _{cp} (%)	V _{ag} (%)	Air (%)	骨材吸水率 (%)
35	140	27	69		
45	180	31	65	4	1.5
55	220	35	61		

表-2 影響因子の検討範囲

影響因子	検討範囲 (*: 基本ケース)
部材厚 H (mm)	400, 700, 1000*
外気相対湿度 RH (%)	55, 70, 85*
水セメント比 W/C (%)	35, 45, 55*
骨材の最終収縮ひずみ ε ^{sh} _{ag} (μ)	0, 400*, 800

表-3 解析で使用したパラメータ

水分移動モデル		収縮ひずみモデル	
D ₁ (mm ² /day)	50	α ₁	1.2
α ₀	0.1	α ₂	0.008
RH _c	0.7	α ₃	1.8
n	8	α ₄	20
η (mm/day)	1	B _{cap}	5.0×10 ⁶
		B _{gel}	5.0×10 ⁷

$$E_{cp} = \left(0.036 + \frac{0.66}{W/C}\right) \Psi \times 10^4 \quad (17)$$

ここで、μ: 乾燥過程における骨材の吸水率 (%)であり、初期値に骨材の飽和度を乗じて算定した。

3. 解析結果

3.1 影響因子に対する感度の検証

ひずみに対する影響因子として、部材厚、相対湿度、水セメント比、骨材の最終収縮ひずみを変えて解析を行い、鉄道標準の算定式⁸⁾と比較した。コンクリートの配合の特性値を表-1に、影響因子の検討範囲を表-2に示す。また、水分移動モデルおよび収縮ひずみモデルに関するパラメータを表-3に示す。部材厚が小さい場合、乾燥が急速に進行することで余剰水が減少することを考慮し、部材厚の減少に伴い水和度を低減した。ここでは、最大水和度を部材厚 700 mm で 90%、400 mm で 80%まで低減した。同様に、外気相対湿度が小さい場合は、感度を踏まえて B_{cap} を低減した。要素寸法は 10 mm、解析開始時の部材内部の相対湿度は 99.99%とした。

図-3に、式(16)、式(17)による弾性係数の解析値と、式(18)の圧縮強度からの試算値⁹⁾の比較を示す。

$$f_c(t) = \frac{t}{4.5 + 0.95t} \cdot 1.11 \cdot (-20 + 30(C/W)) \quad (18)$$

弾性係数の解析値は、試算値に対して、材齢1か月程度は大きく、それ以降は概ね同等の値となった。ここでは長期的に作用する収縮駆動力への応答を重視して本モデルを採用したが、養生後すぐにプレストレスを付加する場合のクリープひずみ等、材齢初期に大きな作用が生じ、その後の履歴に影響を及ぼし得るケースにおいては、解析精度が低下し得るため注意が必要であると考えられる。

図-4に、材齢100年時点でのひずみに対して、算定式⁹⁾において考慮されている各因子の影響を示す。(a)より、部材厚の増減に対して、解析値は試算値と同様の傾向を示した。すべての要素で水和度を一律に与えた本解析手法においては、部材厚の小ささに応じて水和度を低減することで、概ね妥当なひずみが得られることが示された。また(b)より、骨材の最終収縮ひずみに対して、水セメント比55%では解析と算定式は同程度の感度であった。水セメント比35%では、算定式と比較して感度は

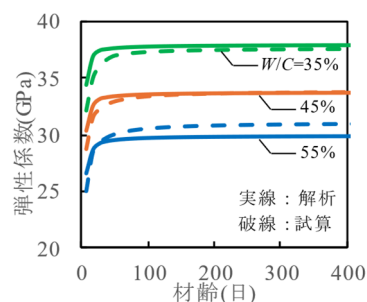


図-3 弾性係数

やや過大であったが、概ね同等のひずみが解析で得られた。これは、検討範囲 ($V_{ag}=61\sim69\%$) においては、適用した複合モデルによって骨材の収縮ひずみが解析値に与える影響を評価できていることを示唆している。(c), (d) で示す水セメント比および外気相対湿度については、水分の拡散モデルに水和度の影響を考慮していないことに起因して、解析値に対する感度がやや過大となった可能性がある。セメントペーストの微細空隙構造の形成と拡散挙動の関係については、今後検討の余地があるが、算定式と同様、正規化したパラメータに対して概ね線形となる関係が得られている。

3.2 RC 試験体を用いた解析手法の検証

本解析手法による内部拘束効果の妥当性確認を目的とし、RC 供試体の暴露試験の再現解析を行った。供試体概要を図-5 に、コンクリートの配合を表-4 に示す。実験に基づき、上下面を封かんし、相対湿度 60% で打設後 7 日から約 1 年間静置する条件で解析を行った。解析開始時の部材内部の相対湿度は 99.9% とし、鉄筋の断面積は微小なため、鉄筋が水分移動に与える影響は無視するものとした。また、部材厚に応じた水和度の低減として、部材厚 300 mm で 80%、部材厚 150 mm で 70% まで最大水和度を低減した。ここで、内部拘束によるひずみの減少量の試算も行った。PRC 構造の PC 鋼材および引張鉄筋応力の変動量の算定式¹³⁾を、PC 鋼材量、プレストレス、永久作用によるコンクリートの圧縮応力度をゼロとして解くことで、乾燥収縮によって鉄筋に生じる応力を算出した。ここで平面保持を仮定し、鉄筋に作用する力をコンクリートの断面積で除してコンクリートに作用する引張応力とした。引張クリープについては様々な知見があるが、ここでは圧縮クリープひずみの算定に用いる各材齢のクリープ係数¹³⁾に引張応力を乗じることで、内部拘束によるひずみの変動量とした。試算にあたって、載荷時材齢におけるコンクリートの弾性係数は材齢 7 日、ヤング係数比算出に用いるコンクリートの弾性係数は材齢 6 か月の実験値を用いた。

図-6~図-7 に、各鉄筋比におけるひずみの実験値⁹⁾、解析値および試算値を示す。なお、実験値は、文献⁹⁾から読み取った値である。試算値は材齢初期のひずみが過小に算出される傾向が報告されているが⁸⁾、ここでも試算値は実験値と比較して小さな値となった。一方で解析では、算定式と比較して実験値に近いひずみが得られた。

3.1 では材齢 100 年でのひずみ解析値を算定式と比較して精度を検証したが、本解析手法により、材齢初期でも適切にひずみを算出可能であることが示唆される。また、材齢 1 年時点での無筋供試体に対するひずみの比を図-8 に示す。解析と試算については、材齢 100 年での値も併せて示す。実験では、部材厚 150 mm の供試体は、部

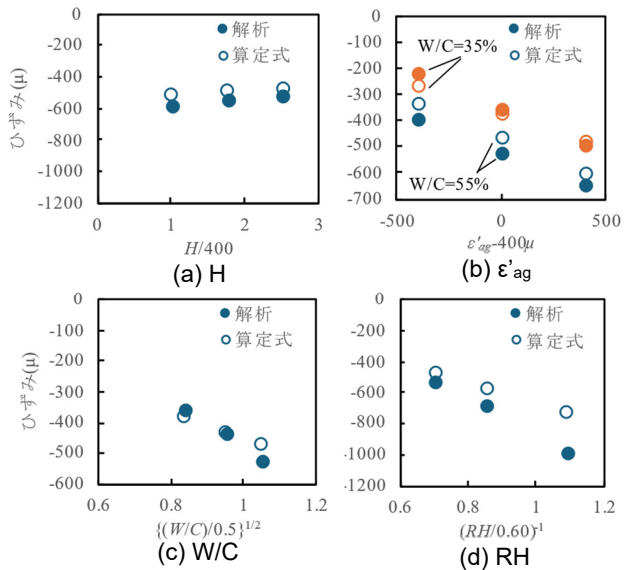


図-4 影響因子ごとの材齢 100 年のひずみの比較

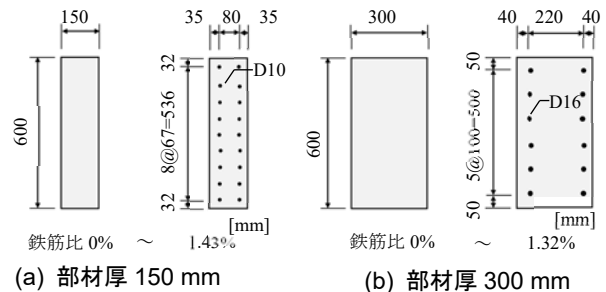


図-5 供試体概要

表-4 供試体配合

W/C (%)	s/a (%)	W (kg/m ³)	C (kg/m ³)	S (kg/m ³)	G (kg/m ³)
56	48.6	170	304	871	935

材厚 300 mm と比較して、鉄筋比の増加によるひずみの減少率が大きくなった。解析でも、実験と比較して微小ではあるが同様の傾向が示された一方で、材齢 100 年では部材厚による差は小さくなった。これは、部材厚が小さい場合は断面内の飽和度が早期に低下し、粘塑性ひずみが増加するためと考えられる。材齢 1 年における部材内部の相対湿度分布を図-9 に示す。また、RC 供試体として内部拘束が生じたことによるひずみの減少量を、ひずみ成分ごとに図-10 に示す。材齢 1 年における部材厚 150 mm での弾性ひずみおよび粘弾性ひずみ減少量は、どちらも部材厚 300 mm における減少量の 2 倍程度であった一方で、粘塑性ひずみの減少量は約 2.5 倍であった。図-9 に示すように、部材厚が小さい場合は内部に存在する水分が少ないため、同一材齢においても部材内部の相対湿度は小さくなる。式(14)で示す粘塑性ひずみモデルは乾燥が進展するほどひずみが生じやすいモデルであることから、部材厚による内部拘束効果の差異が生じたと考えられる。粘塑性ひずみはクリープひずみに相当するものであるが、試算に用いたクリープ係数は部材厚に

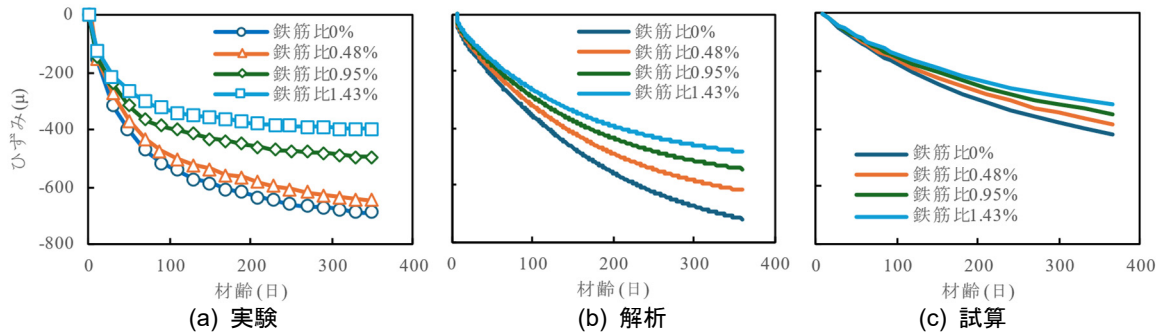


図-6 各鉄筋比におけるひずみ (部材厚 150 mm)

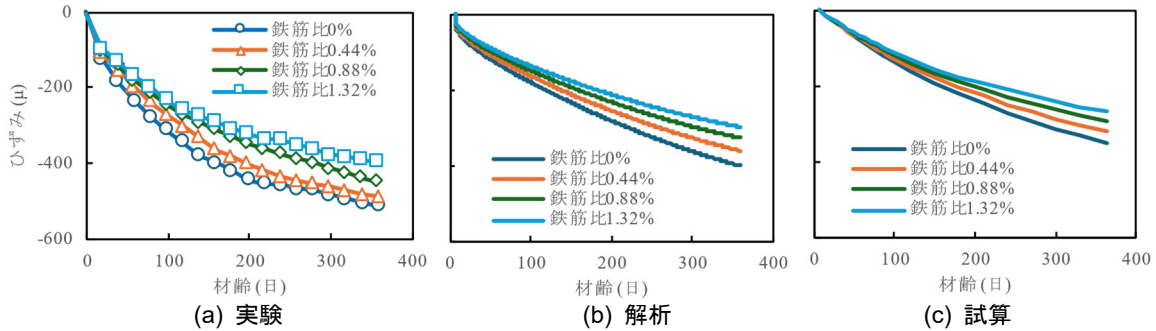


図-7 各鉄筋比におけるひずみ (部材厚 300 mm)

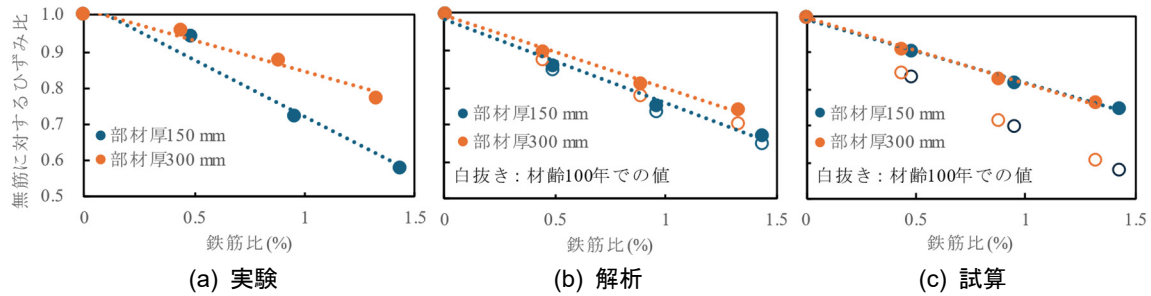


図-8 材齢 1 年における無筋供試体に対するひずみ比

よらないため、解析値と試算の乖離が生じたといえる。

以上、本解析手法では、検討範囲において、鋼材による内部拘束の影響を考慮できていると考えられる。

3.3 部材内部の応力・ひずみ分布の検討

本解析手法では、部材単位でひずみを与える算定式と異なり、要素単位で応力・ひずみ状態を確認することが可能となる。そこで本研究では、一面乾燥状態における断面内のひずみ差、無筋供試体と RC 供試体の暴露面の引張応力の差について、本解析手法を用いて試算した。

3.2 で示した供試体について、暴露面の片側を封かん状態として解析を行い、暴露面と封かん面のひずみ差を算定した。鉄筋の有無および部材厚によるひずみ差の比較を図-11 に示す。ひずみ差は材齢 1 年前後で最大となり、その後は減少した。これは、材齢初期は断面内の水分分布、すなわち収縮駆動力の分布があるが、部材全体が乾燥することで徐々に均一になるためと考えられる。部材厚 150 mm では 300 mm と比較して早期にピークに達したが、これは、図-9 に示した乾燥の進展速度の差によるものといえる。また、RC 断面 (鉄筋比 0.88% およ

び 0.95%) の最大ひずみ差は、無筋の場合の 8 割程度まで減少する結果となった。

また、3.2 で示した再現解析における部材表面および断面平均の引張応力の算定結果を、実験値と併せて図-12 に示す。ここでは既往研究⁹⁾と同様に、鉄筋とコンクリートの力のつり合い条件から導かれる式(19)を用いて、コンクリートの引張応力の実験値を算定した。

$$\sigma_t = \varepsilon \cdot E_s \cdot p / 100 \quad (19)$$

ここで、 σ_t : 引張応力 (MPa), ε : ひずみの実験値, E_s : 鉄筋の弾性係数 (=205 GPa), p : 鉄筋比 (%) である。鉄筋比 0.88% における平均引張応力は、解析と実験で良好に一致した。RC 断面の平均引張応力はひずみの増加とともに徐々に増加するが、部材表面では材齢 100 日程度で引張応力がピークに達し、その後低下した。これは、乾燥開始時は部材表面のみが収縮するため、平面保持のための引張応力も表面のみで生じるが、乾燥の進展に伴い、引張力を受け持つ断面が増加するためと考えられる。また、鉄筋比 0.88% の場合、部材表面での引張応力が無筋の場合と比較して約 8% 増加することが示された。

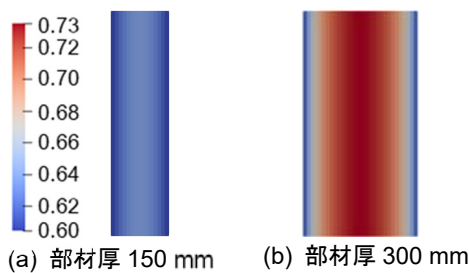


図-9 材齢1年における相対湿度分布

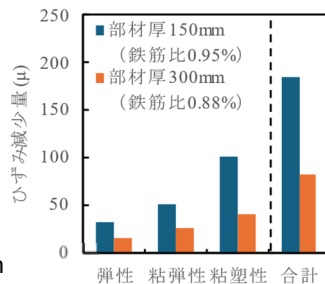


図-10 ひずみ減少量

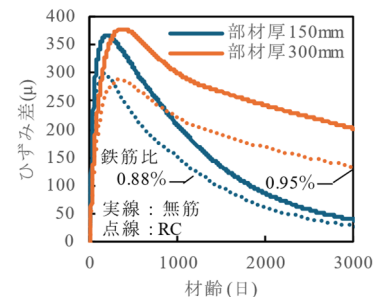


図-11 一面乾燥時のひずみ差

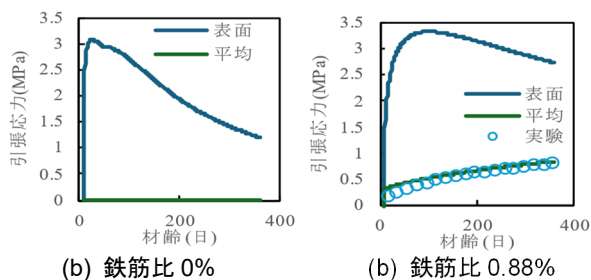


図-12 引張応力の経時変化 (部材厚 300mm)

以上、断面内で一律の弾性係数を与えていること、感度解析の結果をもとに水分移動パラメータを仮定していることから、絶対値についてはさらなる検証が必要であるが、本解析手法により、部材内部のひずみ差や応力分布は、最大となる時期やその程度について、鉄筋比および部材内部の水分分布の影響を受けることが示された。

4. まとめ

- (1) セメントペーストと骨材の連成を考慮した複合モデルを導入した結果、収縮ひずみに対する影響因子について、算定式と同程度の感度で材齢100年のひずみを算定することができた。
- (2) RC 供試体暴露試験の再現解析の結果、平面保持の仮定に基づいて鉄筋の影響を考慮することで、鉄筋比の増加に伴い減少するひずみを概ね捉えることが確認された。
- (3) 本手法により、鉄筋比および断面内の水分分布に依存した断面内ひずみ差および部材表面の引張応力を算出した。任意条件でのひずみについて、鉄筋比および断面高さの感度を算出できる可能性が示された。

参考文献

- 1) 土木学会：2022 制定コンクリート標準示方書 [設計編]，土木学会，2023.3
- 2) 渡邊忠朋，土屋智史，坂口淳一，笠井尚樹：断面の部位別に時間依存挙動を考慮した線材モデルによる PC 橋梁の長期たわみ解析，土木学会論文集 E2，Vol.69，No.2，pp.207-226，2013

- 3) 朱 銀邦：細孔内水分の熱力学的状態量に基づくコンクリートの複合構成モデル，東京大学大学院博士論文，2003.11
- 4) 渡辺 健，榊原直輝，W. Jason WEISS，二羽淳一郎：若材齢モルタルの引張型基本クリープと微視的破壊に対する AE 法による関連評価，コンクリート工学年次論文集，Vol.33，No.1，2011
- 5) Bazant, Z. P. and Najjar, L. J.: Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete, *Materials and Structures*, Vol.5, No.25, pp. 3-20, 1972
- 6) 中村麻美，渡辺健，大野又稔，安保知紀：吸水現象の時間依存性を考慮した水分移動モデルとコンクリートの変形予測手法，コンクリート工学年次論文集，Vol.40，No.1，pp.435-440，2018
- 7) 趙 力采，小林一輔：コンクリートの弾性係数における複合特性，コンクリートジャーナル，Vol.12，No.7，pp.27-34，1974.7
- 8) 渡辺 健，中村麻美，石田哲也，渡邊忠朋：混合セメントおよび水掛かりを考慮したコンクリートの収縮ひずみ予測式の提案，土木学会論文集 E2，Vol.78，No.1，pp.105-120，2022
- 9) 浅沼 潔，竹下治之，藤井 學：鉄筋の拘束作用が乾燥収縮に及ぼす影響とその評価，コンクリート工学年次論文集，Vol.8，No.1，pp.51-61，1997.1
- 10) 清原千鶴，永松静也，佐藤嘉昭，三橋博三：複合則理論を用いたコンクリートの乾燥収縮ひずみの予測式—終局乾燥収縮ひずみの評価方法—，日本建築学会構造系論文集，Vol.70，No.590，pp.9-16，2005.4
- 11) 内海秀幸：古典的アプローチに基づくコンクリートの水分組成表現，コンクリート工学，Vol.57，No.4，pp.256-260，2019
- 12) 浅本晋吾，石田哲也，前川宏一：骨材特性との連成を考慮した複合構成モデルによるコンクリートの収縮解析，土木学会論文集 E，Vol.63，No.2，pp.327-340，2007.6
- 13) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説 (コンクリート構造物)，丸善，2023.1