

論文 電気化学計測に基づくモルタルフローのスパース推定モデル及びその解釈手法の提案

白井 千陽^{*1}・藤本 郷史^{*2}・原 紳^{*3}

要旨：コンクリートの流動性を把握することは施工品質管理の観点から重要である。近年では、センサ計測と機械学習の併用により流動性を推定する技術が開発されている。機械学習によるモデル構築では、手法によってはモデルの工学的な解釈が難しい場合がある。そこで、本報では、スパース推定法における変数選択の特性を利用した、推定モデルの新しい解釈手法を提案するとともに、その手法を電気化学計測値から構築したモルタルフロー推定モデルに適用した。さらに、細骨材の粒径ごとの表面積及び体積から構築したモルタルフロー推定モデルにおける解釈と提案手法による解釈を比較し、提案手法の妥当性を検証した。

キーワード：モルタルフロー，交流インピーダンス，スパース推定法，余剰ペースト膜厚理論

1. はじめに

コンクリートの流動性を把握することは施工品質管理の観点から重要である。コンクリートの流動性は製造時や荷卸し時のスランプ試験等によって評価される¹⁾が、サンプル採取を必要としない手法により高頻度に流動性を評価できれば有用と考えられる。この観点から、センサ計測と機械学習を併用した技術開発がいくつか報告されている。例えば、練混ぜ時のミキサ内の画像²⁾、電力負荷値³⁾に機械学習を適用したスランプ推定などがある。著者らも、非破壊計測手法の一つである電気化学計測と機械学習の併用によりコンクリートのフレッシュ性状を推定する技術の開発を進めている⁴⁾。

上述の技術は、基本的に、コンクリートの流動性と相関があると思われるセンサ計測値に、何らかの推定モデルを適用してコンクリートの流動性を推定するものである。一般に、何らかの推定モデルを構築する場合、因子(変数)の取舍選択は技術者の知見に基づいて行われるので、少なくとも開発した技術者にとって、モデル化における各種因子の考慮の有無、程度は当然に既知と考えられる。他方で、機械学習を用いたモデル構築では、手法によっては、計測値がどのように学習され、どの要因が取舍選択されたか、モデルから判断できない場合がある⁵⁾。このような場合、仮に高精度な推定が可能であっても、技術者が当該モデルの適用範囲を評価しにくいという課題がある。特に、著者らが取り組んでいる電気化学計測では、温度⁶⁾、調合⁷⁾など多様な因子に影響を受けるため、手法によっては、モデルを工学的に理解することは困難である。本報は、このような問題意識の基に、機械学習を用いて構築したモルタルフロー推定モデル

の解釈および解釈の手法について検討する。

機械学習と呼ばれる手法のうち、構築したモデルの解釈が比較的容易なものもある。例えば、スパース推定法では、少数の変数のみを用いたモデル構築が可能であり、モデルの解釈性が高くなり、現象理解に使いやすくなる⁸⁾。他方で、これまでの研究の蓄積によって、コンクリートの流動性に関する調合設計理論がいくつか提案されており、流動性の主要な因子が知られている^{9),10)}。例えば、余剰ペースト膜厚理論⁹⁾によると、骨材の表面積、体積、粒子形状は、流動性の主要な因子である。

ここで、スパース推定法によって構築される推定モデルが十分に妥当である場合、複数の周波数における電気化学計測値を入力とするモルタルフロー推定モデルで選択された変数は、既存のモデルで報告された因子(例えば、骨材の表面積や体積)を入力とするモルタルフロー推定モデルで選択された変数と対応するはずである。

本報では、以上の考え方にに基づき、機械学習を用いたモデル構築における解釈の手法を提案及び適用するとともに、その妥当性を検証することを目的とした。図-1に提案手法の手順を示す。具体的には、次の(1)から(4)に示す手順で分析を行った。

- (1) 同一調合のモルタルにおいて、流動性の主要な因子である骨材の表面積に着目し、同一の骨材をふるい分けすることで骨材の粒度分布が異なるモルタルを作製し、モルタルフロー、交流インピーダンスを計測した。
- (2) 交流インピーダンス計測値を説明変数として、モルタルフロー、細骨材の各粒径の表面積及び体積を推定するモデルを構築し、それぞれのモデルにおいて

*1 宇都宮大学大学院 地域創生科学研究科博士後期課程大学院生 修士(工学)(学生会員)

*2 宇都宮大学 地域デザイン科学部建築都市デザイン学科准教授 博士(工学)(正会員)

*3 宇都宮大学 工学部附属ものづくり創成工学センター助教 博士(工学)

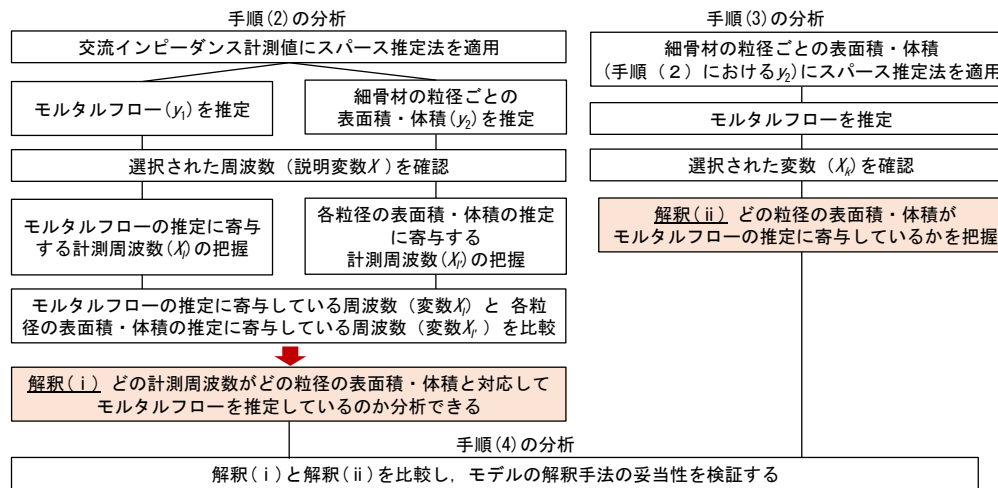


図-1 推定モデルの解釈手法の提案及び手順

選択された変数を比較した。

- (3) 細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数として、モルタルフローを推定するモデルを構築し、実験の水準の範囲内でどの粒径の表面積あるいは体積がモルタルフローに寄与しているのかを把握した。
- (4) 図-1に示す解釈 (i) と解釈 (ii) を比較し、提案した解釈手法の妥当性を検証した。

2. 実験の概要

2.1 はじめに

1章でも述べたように、同一調合のモルタルにおいて、細骨材の表面積は流動性に影響を与える主要な因子の一つである⁹⁾。そこで、本報では、細骨材の表面積が異なるモルタルを作製し、各調合のモルタルフローと交流インピーダンスを計測した。

2.2 実験の因子と水準

表-1、図-2に実験の粒度分布の水準を示す。細骨材全体の表面積が異なるモルタルを作製するために、細骨材の粒度分布を実験の因子に設定した。さらに、モルタル全体に占める細骨材の体積割合が異なるモルタルを作製するために、砂とセメントの質量比（以下、S/Cと呼ぶ）を設定した。なお、水セメント比は40%一定とした。

2.3 実験の手順

実験は次の(1)から(5)に示す手順で行なった。

(1) 細骨材の乾燥・ふるい分け

絶乾状態の細骨材をJIS A 1102に規定されるふるいでふるい分けして、単一粒径の骨材を作製した。

(2) 交流インピーダンス計測用の電極の作製

図-3に試験体の断面図を示す。厚さ0.8mmのステンレス板(SUS 304)を50×15mmに切断し、電極として使用した。モルタルに触れる部分の上部1cmをアクリル板で両面から挟み込むようにしてエポキシ樹脂で固定し、

表-1 実験の因子と水準

因子	水準
細骨材の粒度分布	図-2に示すA(粗粒率: 1.95), B(粗粒率: 2.69), C(粗粒率: 3.43)
砂とセメントの質量比 S/C (%)	75, 150, 225

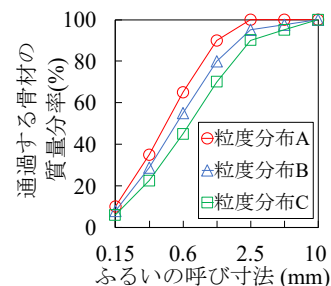


図-2 細骨材の粒度分布の水準

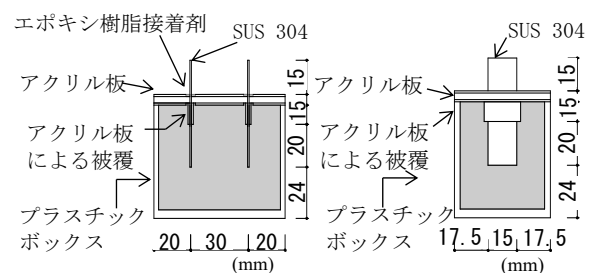


図-3 試験体の断面図

ブリーディングによる影響を受けないようにした。また電極間の距離が各試験体で一定となるように、厚さ5mmのアクリル板に電極を差し込んで、エポキシ樹脂で固定した。

(3) 細骨材への練混ぜ水の吸水

細骨材は手順(1)で絶乾状態としたため、細骨材を表乾状態相当と見做せるように、予め、練混ぜ水を吸水させてから使用した。具体的には、細骨材の現場調査の質量に絶乾密度と表乾密度の比を乗じ、現場調査の質量

との差分の水量を練混ぜ水に加え、図-2 に示す粒度分布となるように計量した細骨材に 24 時間ほど吸水させた。その後、水のみを別の容器に移し、練混ぜ水として使用した。

(4) モルタルの練混ぜ・打込み

モルタルの材料は普通ポルトランドセメント（密度：3.16g/cm³，比表面積：3340cm²/g），静岡県産山砂（表乾密度：2.58g/cm³，絶乾密度：2.52g/cm³），水道水（20℃）を使用した。練混ぜにはモルタルミキサーを使用し、手順（3）にて吸水させた細骨材とセメントを練り鉢に入れて低速で 30 秒間空練りした後、手順（4）で別の容器に移した練混ぜ水を練り鉢に投入し、低速で 60 秒間練り混ぜた。その後、練混ぜを 90 秒間休止し、最初の 30 秒間に手練り用さじでパドルや練り鉢に付着したモルタルを練り鉢中心にかき落とした。再度、高速で 60 秒間練り混ぜ、プラスチックボックス（70mm×49mm×53mm）に打ち込み、図-3 に示すように、電極を固定したアクリル板上から蓋をするようにして、インピーダンス計測用の試験体を作製した。また、練り鉢内のモルタル試料は、モルタルフロー試験にも使用した。

(5) 交流インピーダンス・モルタルフローの計測

図-4 に交流インピーダンス計測の概要を示す。手順（4）で作製した試験体の電極に、4 端子対法¹¹⁾に基づく 4 端子プローブを接続し、インピーダンスアナライザで計測した。印加電圧 1V で周波数 4Hz から 5MHz まで周波数掃引し、交流インピーダンスの絶対値|Z|（Ω）と位相角 θ（degree）を計測した。また、JIS R 5201 に準じてモルタルフローを計測した。計測は室温 20℃一定の屋内で行った。なお、交流インピーダンス計測とモルタルフローの計測は、同時に実施した。

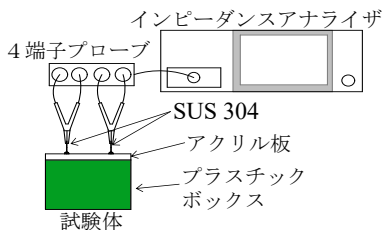


図-4 交流インピーダンス計測の概要

3. 分析の手順

3.1 細骨材の粒径ごとの表面積及び体積の算出

細骨材の粒子形状を球形と仮定して、表面積及び体積を粒径ごとに算出した。なお、細骨材粒子を球形と仮定した時の平均直径 r_i は式(1)により算出した。

$$r_i = \frac{D_i + D_{i+1}}{2} \quad (1)$$

ここに、 r_i ： i 番目のふるいとどまる細骨材の平均直径

(mm)， D_n ： i 番目のふるいの呼び寸法 (mm)， i ：呼び寸法が小さい方から数えたふるいの順番

3.2 Lasso による推定モデルの構築

スパース推定法の一つである Lasso¹²⁾は、式(2)のような線形回帰式に式(3)のような制約項を導入することで、推定に重要でない変数を排除してモデルを構築することができる¹³⁾。表-2 にスパース推定の因子と水準を示す。周波数掃引した交流インピーダンス計測値を説明変数として、モルタルフロー推定モデル、細骨材の各粒径の表面積及び体積を推定するモデルを構築した。また、細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数として、モルタルフロー推定モデルを構築した。また、構築した各推定モデルの決定係数 R^2 を式(4)によって算出し、各推定モデルの妥当性を判断する指標とした。

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (2)$$

$$\min_{\beta} \frac{1}{2n} \|y - X\beta\|_2^2 \text{ subject to } \|\beta\|_1 < s \quad (3)$$

ここに、 y ：目的変数のベクトル， X ： p 次元の説明変数 x に関して n 個の観測値からなる計画行列， β ：回帰係数， $\|\cdot\|_1$ はベクトルの L_1 ノルム， $\|\cdot\|_2$ はベクトルの L_2 ノルム

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_j^m (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_j^m (y_j - \bar{y})^2} \quad (4)$$

ここに、 j ：サンプルの番号（1 から n まで）， \hat{y} ：モルタルフローの推定値， \bar{y} ：モルタルフローの平均値

表-2 スパース推定の因子と水準

因子	水準	
	1)	2)
説明変数 X	4Hz から 5MHz の Z 及び θ	細骨材の各粒径の表面積及び体積
目的変数 y	モルタルフロー，細骨材の各粒径の表面積及び体積	モルタルフロー

3.3 変数選択を利用したモデルの解釈手法の提案

前述のように、Lasso では推定に重要でない変数は排除される¹²⁾ので、選択された変数は、推定値に対する寄与度が比較的高いと考えられる。したがって、周波数掃引した電気化学計測値に Lasso を適用してモルタルフローを推定すると、モルタルフローへの寄与度が高い周波数域を把握できる。同様に、流動性に影響を及ぼす因子（例えば細骨材の表面積や体積）の推定モデルで選択された変数は、その因子への寄与度が高い周波数域である。ここで、モルタルフロー推定モデルで選択された変数と、流動性の因子推定モデルで選択された変数を比較し、対応をみることで、どの計測周波数がどの因子と対応してモルタルフローを推定しているのかを分析できると考えられる。このような考え方にに基づき、本報では、モルタルフロー推定モデルで選択された変数と、細骨材

の各粒径の表面積及び体積を推定するモデルで選択された変数を比較するという手法を提案する。さらに、電気化学計測値を説明変数とするモルタルフロー推定モデルの解釈と、細骨材の粒径ごとの表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルの解釈を比較し、提案した解釈手法の妥当性を検証した。

4. 結果と考察

4.1 モルタルフロー推定モデルへの提案手法の適用

(1) はじめに

本節では、交流インピーダンス計測値に Lasso を適用して、モルタルフロー、細骨材の各粒径の表面積及び体積を推定するモデルを構築し、3章で提案したモデルの解釈手法をモルタルフロー推定モデルに適用した。

(2) モルタルフロー推定モデルの推定精度

図-5(上段)に交流インピーダンス計測値を説明変数とした場合のモルタルフロー推定モデルの推定値と実測値の対応を示す。推定値と実測値は良く対応(決定係数 $R^2 = 0.97$) していた。このことから、電気化学計測値から構築したモルタルフロー推定モデルが概ね妥当であることを確認した。

(3) 細骨材の各粒径の表面積及び体積推定モデルの推定値と実測値の対応

4.1 節の 2 項と同様に、細骨材の各粒径の表面積及び体積推定モデルについても推定の精度を確認した。図-5(下段)にその一例を示す。ある粒径の骨材の表面積、体積推定モデルでは推定の精度が低く、妥当でないと判断された。これは実験における水準やデータ数が少ないことが原因と予想している。以降の分析において、妥当性が認められなかった推定モデル(粒径 5~10mm の表面積推定モデル、粒径 2.5~5.0mm、0.15mm~0.3mm、0.15mm 以下の体積推定モデル)は分析の対象から除外した。

(4) モルタルフロー推定モデルへの提案手法の適用

図-6 にモルタルフロー推定モデルで選択された変数と、細骨材の各粒径の表面積及び体積推定モデルで選択された変数を比較して示す。また、他の推定モデルと共通して選択された周波数域を図-6 中に破線で示す。モルタルフロー推定モデルで選択された変数のうち、周波数 10.69Hz、 10^2 Hz、 10^6 Hz 付近の絶対値 $|Z|$ 、周波数 10^5 Hz、 10^6 Hz 付近の位相角 θ は、小さい粒径、つまり比表面積が大きい粒径の骨材の表面積推定モデルや、骨材全体の体積に占める割合が大きい粒径(本報では 0.3~2.5mm が該当)の骨材の体積推定モデルで共通して選択された。したがって、周波数 10.69Hz、 10^2 Hz、 10^6 Hz 付近の絶対値 $|Z|$ 、周波数 10^5 Hz、 10^6 Hz 付近の位相角 θ は、比較的小さい粒径の骨材の表面積や、骨材全体の体積に

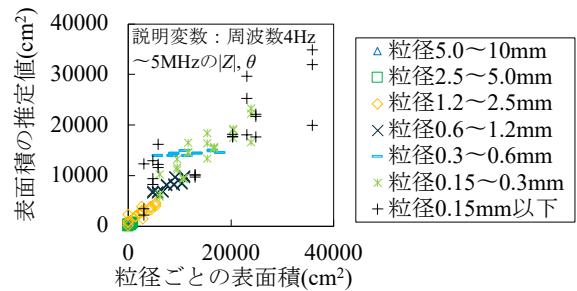
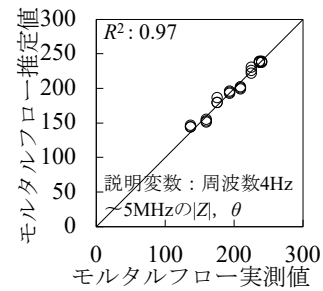


図-5 推定値と実測値の対応(上段:モルタルフロー推定モデル,下段:細骨材の各粒径の表面積推定モデル)

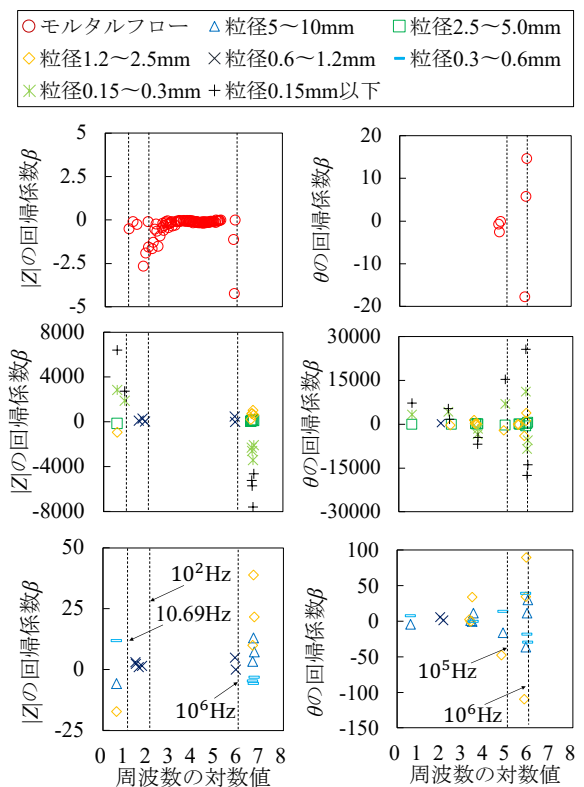


図-6 各推定モデルで選択された変数の比較

上段:モルタルフロー推定モデル

中段:細骨材の各粒径の表面積推定モデル

下段:細骨材の各粒径の体積推定モデル

占める割合が大きい粒径の骨材の体積と対応していると考えられる。余剰ペースト膜厚理論⁹⁾によると、コンクリートの流動性は余剰ペースト膜厚によって定まるとされており、この余剰ペースト膜厚は余剰ペースト体積を

骨材の表面積で除した値である。つまり、コンクリート中の骨材容積比および水セメント比が一定の場合、骨材の表面積が大きいほど流動性が低下する。また、余剰ペースト体積は骨材の体積と概ね対応しており、骨材の体積が大きいほど余剰ペースト体積が小さくなるため、流動性は低下する。上述のように、破線で示した周波数付近では粒径の小さい骨材の表面積推定モデルや、体積割合の大きい粒径の骨材の体積推定モデルと概ね対応している。したがって、構築したモルタルフロー推定モデルの解釈は既存の工学モデルに基づく解釈と概ね整合しており、工学的に妥当であると考えられる。

一方、表面積推定モデルと体積推定モデルで共通して選択された周波数 4Hz～5921.8Hz（周波数の対数值 0～4）における位相角 θ は、モルタルフロー推定モデルでは選択されなかった。この結果は、上述の周波数域がモルタルフローの推定にとって比較的重要ではないことを示唆している。ただし、本実験における水準やデータ数は少ないため、この考察を補強するためには、より多くの水準の計測値の蓄積や、他の実験シリーズとの結果の比較が必要である。

(5) 4.1 節のまとめ

交流インピーダンス計測値からモルタルフロー推定モデル及び細骨材の各粒径の表面積及び体積推定モデルを構築し、3章で提案したモデル解釈の手法をモルタルフロー推定モデルに適用した。その結果、モルタルフロー推定モデルで選択された変数のうち、周波数 10.69Hz, 10²Hz, 10⁶Hz 付近の絶対値|Z|及び位相角 θ は比較的粒径の小さい骨材の表面積や、体積割合の大きい粒径の骨材の体積と対応しており、余剰ペースト膜厚理論に基づく解釈と整合していると考えられた。

4.2 細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とした場合のモルタルフロー推定モデルの解釈

(1) はじめに

4.1 節では、3章にて提案したモデル解釈の手法を、交流インピーダンス計測値から構築したモルタルフロー推定モデルに適用した。その結果、構築したモデルの解釈は余剰ペースト膜厚理論に基づく解釈と整合しており、工学的に妥当であると考えられた。本節では、細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルで選択された変数から、実験水準の範囲でどの粒径の表面積または体積がモルタルフローに寄与しているのかを把握し、余剰ペースト膜厚理論に基づく解釈と整合しているかを確認することで、工学的な妥当性を検証した。さらに、本節におけるモルタルフロー推定モデルの解釈と提案手法によるモルタルフロー推定モデルの解釈を比較し、提案したモデル解釈手法の妥当性を検証した。

(2) 推定モデルの推定値と実測値の対応

図-7 に細骨材の各粒径の表面積及び体積から構築したモルタルフロー推定モデルの推定値と実測値の対応を示す。推定値と実測値は概ね対応しており、細骨材の表面積及び体積と、モルタルフローの関係を線形モデルによって表現することが可能であると考えられる。

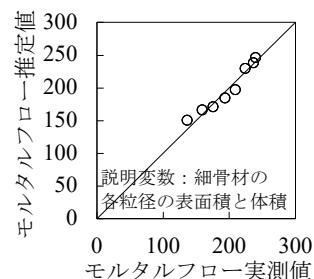


図-7 細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルの推定値と実測値の対応

(3) 余剰ペースト膜厚理論に基づく解釈との比較

4.1 節でも述べたように、同一調合のモルタルにおいて、粒径の小さい骨材の表面積や骨材全体に占める体積の割合が大きい粒径の骨材の体積がモルタルの流動性に大きく寄与すると考えられる。したがって、細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数としてモルタルフロー推定モデルを構築した場合、小さい粒径の骨材の表面積や、骨材全体に占める体積割合の大きい粒径（本報においては粒径 0.3～2.5mm が該当する）の骨材の体積が選択されると予想される。上述の考え方を踏まえ、細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルで選択された変数を確認した。その結果を表-3 に示す。上述の予想の通り、骨材全体に占める体積割合の大きい粒径（粒径 0.6mm～2.5mm）の骨材の体積が選択され、余剰ペースト膜厚理論による解釈と概ね整合するモデル構築ができていると考えられる。

一方で、粒径の小さい骨材の表面積は選択されず、余剰ペースト膜厚理論による解釈とは一致しなかった。これは実験で設定した水準の範囲内で粒径 0.3mm～2.5mm の骨材の質量割合が支配的であることが原因であ

表-3 各粒径の表面積と体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルで選択された変数

骨材の粒径	表面積	体積
0.15mm 以下	-	-
0.15mm～0.3mm	-	-
0.3mm～0.6mm	-	-
0.6mm～1.2mm	○	○
1.2mm～2.5mm	○	○
2.5mm～5.0mm	○	-
5.0mm～10mm	-	-

ると考えられる。既述のように、本報の実験では水準、データ数が少ないため、より広範囲な粒度分布の計測値を学習させることで、余剰ペースト膜厚理論に基づく解釈と整合するものと予想される。

(4) 提案手法による解釈との比較

細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルでは、中間的な粒径の表面積及び体積が選択された。電気化学計測値から構築したモルタルフロー推定モデルで選択された変数のうち、周波数 10^2Hz , 10^6Hz 付近の絶対値 $|Z|$, 周波数 10^5Hz , 10^6Hz 付近の位相角 θ は比較的中間的な粒径の表面積及び体積と対応しており、細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルにおける解釈と整合していた。

一方で、上述の周波数域では、比較的粒径の小さい骨材の表面積推定モデルでも選択されていたのに対し、細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルでは粒径の小さい骨材の表面積は選択されず、本報の実験水準の範囲では、交流インピーダンス計測値を説明変数とするモデルにおける解釈と、細骨材の表面積及び体積を説明変数とするモデルにおける解釈は完全には一致していなかった。既述のように、本報では実験の水準が少ないため、細骨材の粒度構成の水準を拡大させ、再度分析を行う必要がある。

5. 結論

本報では、スパース推定法を用いたモデル解釈の手法を提案し、交流インピーダンス計測値から構築したモルタルフロー推定モデルに適用した。さらに、細骨材の各粒径の表面積及び体積を説明変数とするモルタルフロー推定モデルで選択された変数との比較により、交流インピーダンス計測値から構築したモルタルフロー推定モデルの妥当性を検証した。本報で得た成果を次に示す。

- (1) 電気化学計測値から構築したモルタルフロー推定モデルの推定値と実測値の対応は良好であり、推定モデルの妥当性が確認された。
- (2) スパース推定法における変数選択の特性を利用したモデルの解釈手法を提案し、モルタルフロー推定モデルに適用した。その結果、余剰ペースト膜厚理論による解釈と整合していると考えられた。
- (3) 細骨材の粒径ごとの表面積及び体積を説明変数とした場合においても推定値と実測値の対応は良好であり、推定モデルの妥当性が確認された。
- (4) 提案手法によるモルタルフロー推定モデルの解釈と、細骨材の表面積及び体積を説明変数とするモデルの解釈を比較した。その結果、解釈が完全には一致していなかった。これは、本報の実験に

における細骨材の粒度分布の水準が少ないことが原因であり、より多くの水準の計測値の蓄積が必要であると示唆された。

謝辞

本研究実施の一部には科学研究費 (22H01634) を用いました。関係者各位に謝意を表します。

参考文献

- 1) 日本建築学会：建築工事標準仕様書・同解説JASS5 鉄筋コンクリート工事, 丸善出版, pp.49-50, 2022.11
- 2) 早野博幸：AI技術を適用したコンクリートの練混ぜ過程におけるスランプ予測手法の開発, 日本建築学会技術報告集, Vol.27, No.65, pp.13-17, 2021
- 3) 早野博幸, 関根麻里子: AIによるミキサ電力負荷値を用いたコンクリート練混ぜ過程におけるスランプ予測, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.311-312, 2020
- 4) 臼井千陽, 藤本郷史, 原紳：フレッシュモルタルの電気化学特性の経時変化に関する研究, コンクリート工学年次論文集, Vol.45, No.1, pp.742-747, 2023
- 5) Octavio Loyola-González : Black-Box vs. White-Box: Understanding Their Advantages and Weaknesses From a Practical Point of View, IEEE Access, Vol.7, pp.154096-154113, 2019
- 6) 白石真由奈ほか：電気抵抗を用いたフレッシュコンクリートの材料分離評価法の開発, 第75回セメント技術大会講演要旨, pp.58-59, 2021
- 7) 鈴木僚ほか：測定環境条件が鉄筋コンクリートの電気化学測定結果に及ぼす影響, 生産研究, Vol.59, No.3, pp.9-12, 2007
- 8) 高田正彬：発展的なスパース推定法 一欠測データ分析と転移学習を中心として一, 日本統計学会誌, Vol. 53, No. 1, pp.69-89, 2023
- 9) 名和豊春, 笠原進, 庄司大輔, 大沼博志：水膜モデルを用いた高流動コンクリートの調査設計方法, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.2, pp.403-408, 1999
- 10) C.T.Kennedy : The Design of Concrete Mixes, Proceedings of ACI, Vol.36, pp.373-400, 1940
- 11) 板垣昌幸：電気化学インピーダンス法 原理・測定・解析, 丸善出版, pp.35-36, 2018.10
- 12) Robert Tibshirani : Regression Shrinkage and Selection via the Lasso, Journal of the Royal Statistical Society, Vol.58, No.1, pp.267-288, 1996
- 13) Morten Arendt Rasmussen, Rasmus Bro : A tutorial the Lasso approach to sparse modeling, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, Vol. 119, pp.21-31, 2012