

論文 曲げが卓越する衝撃荷重載荷時における擁壁上に設置した柵高が高い落石防護柵支柱に関する弾塑性衝撃応答解析

高田 柊^{*1}・小室 雅人^{*2}・林 茂樹^{*3}・瓦井 智貴^{*4}

要旨: 本論文では、高さ3 mのコンクリート擁壁上に定着される高さ4 mの落石防護柵に用いられる鋼製支柱を対象に、曲げが卓越する比較的高い位置に落石衝撃荷重が作用する場合における支柱の必要根入れ深さを数値解析的に検討することを目的に、3次元弾塑性衝撃応答解析を実施した。検討の結果、1) 衝撃荷重が曲げが卓越する比較的高い位置に載荷する場合における支柱の必要根入れ深さは、700 mm程度として評価されること、2) 現行設計法に基づいて決定される支柱の根入れ深さは、本数値解析結果と比較して安全側の値を与えること、等が明らかになった。

キーワード: 防護柵支柱, 落石防護擁壁, 曲げ剛性, 根入れ深さ, 弾塑性衝撃応答解析

1. はじめに

我が国の山岳部や海岸線の急崖斜面に沿った道路沿いには、落石から道路交通や人命を守るために数多くの落石対策工が設置されている。その1つである従来型落石防護柵は、H形鋼を用いた支柱、ワイヤロープ、ひし形金網および間隔保持材等から構成され、**写真-1**に示されるように落石防護擁壁(以後、防護擁壁あるいは単に擁壁)天端に設置される場合が多い。その場合には、支柱は一般に擁壁天端部を箱抜きして埋設される。

防護柵支柱の擁壁への根入れ深さに関する現行設計は、落石対策便覧(以後、便覧¹⁾)に即し、落石衝撃による動特性は考慮せずに静力学に基づいて行われている。しかしながら、落石の衝突によって支柱埋設部近傍の擁壁部コンクリートがブロック化して剥落するような事例も報告されていることから、支柱の根入れ深さに関する現行設計法の妥当性を検証するとともに、衝撃荷重載荷時における動的挙動特性を考慮した合理的設計法を確立することは、極めて重要であるものと判断される。



写真-1 擁壁天端に設置される従来型落石防護柵の例

このような背景より、著者らの研究グループでは、実規模落石防護擁壁上に設置した落石防護柵支柱を対象に、静荷重載荷²⁾や衝撃荷重載荷^{3)~5)}に関する数多くの屋外実規模実験を実施してきた。

これらの実験では、柵高が2 mで、支柱にはH200×100×5.5×8断面のH形鋼を用いている。一方、柵高が4 m程度の場合には、通常防護擁壁の高さも高くかつ支柱にも曲げ剛性の大きいH200×200×8×12断面のH形鋼が用いられている。このように、支柱の高さが高く断面剛性が大きくなった場合における支柱の必要根入れ深さに関しては、設計法の妥当性を含め十分に検討が行われていないのが現状である。

このような観点から、本研究では、高さが4 mの防護柵を高さが3 mの防護擁壁天端に設置する場合を想定して、支柱にH200×200×8×12断面のH形鋼を用いた場合における支柱の必要定着長に関する検討を行うことを目的に、曲げが卓越する比較的高い位置に落石衝撃荷重が作用する場合を対象に弾塑性衝撃応答解析を行った。なお、本数値解析は、実規模実験結果⁵⁾との比較によって妥当性が検証されている有限要素モデル⁶⁾を踏襲し、構造解析用汎用コードLS-DYNA⁷⁾(ver. R14)を用いて行うこととした。

2. 数値解析概要

2.1 落石防護擁壁および支柱の概要

図-1には、本研究で対象とした落石防護擁壁および支柱の形状寸法を示している。コンクリート擁壁の断面形状は、北海道開発局道路設計要領⁸⁾(以後、設計要領)を参考に、高さ3 m、幅3 m、天端幅0.6 m、道路側の勾配を1:0.4とした。支柱には、柵高4 m以上を有する実防護柵

*1 室蘭工業大学大学院 大学院工学研究科 博士前期課程 環境創生工学系専攻 (学生会員)

*2 室蘭工業大学大学院 もの創造系領域 土木工学ユニット 教授 博(工) (正会員)

*3 室蘭工業大学大学院 大学院工学研究科 博士後期課程 工学専攻 (正会員)

*4 室蘭工業大学大学院 もの創造系領域 土木工学ユニット 助教 博(工) (正会員)

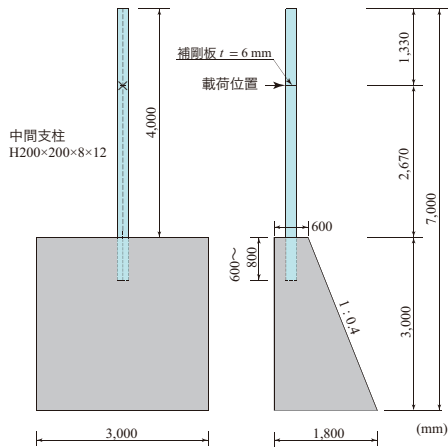


図-1 落石防護擁壁および支柱の形状寸法

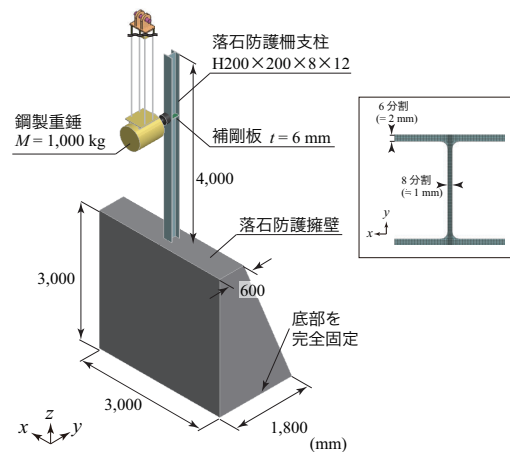


図-2 有限要素モデル

表-1 数値解析ケース一覧

| ケース名 | 荷重位置 P (m) | 根入れ深さ d (mm) | 設定重錘落下高 H (m) | 入力重錘衝突速度 V (m/s) | 入力エネルギー E (kJ) |
|------|-----------------|-------------------|--------------------|-----------------------|---------------------|
| PB8 | | 800 | | | |
| PB7 | 2.67 | 700 | 5.0 | 9.9 | 49.0 |
| PB6 | | 600 | | | |

の中間支柱として通常使用されている H200×200×8×12 断面の H 形鋼を用い、根入れ深さを 800, 700, 600 mm の 3 種類に変化させて数値解析を行った。支柱は擁壁天端中央に設置し、その柵高を 4 m と設定した。なお、実防護柵の中間支柱間隔が 3 m として擁壁天端に設置されていることから、擁壁幅は支柱 1 本分を考慮した 3 m と設定した。衝撃荷重作用位置(以後、荷重点)には、既往の衝撃荷重実験と同様に、フランジの局部座屈を防ぐために厚さ 6 mm の補剛板を設置している。

2.2 数値解析ケース

表-1には、本研究で実施した数値解析ケースの一覧を示している。表中の第1項目の”PB”は実規模落石防護擁壁及び防護柵支柱を用い曲げが卓越する位置に衝撃荷重を作用させることを示し、後続の数値 n は支柱の根入れ深さ ($n \times 100$ mm) を表す。衝撃荷重位置に関しては、曲げが卓越する場合における支柱の必要根入れ深さを検討するために、現行設計法¹⁾において規定されている落石衝突位置の最大高さである柵高の 2/3 (擁壁天端から 2.67 m) の位置に重錘を衝突させることとした。

数値解析は 1,000 kg の重錘を支柱に衝突させることによって行い、その落下高さは 便覧¹⁾に準拠し、支柱が 15 度傾斜するときの可能吸収エネルギー ($E_p = 48.8$ kJ) を参考に $H = 5$ m とした。コンクリートの圧縮強度 f'_c は、実規模実験⁵⁾と同様の値を設定し、30 N/mm² とした。なお、支柱の強軸に関する公称断面係数は $Z_x = 472 \times 10^3$ mm³ であり、H200×100×5.5×8 断面の場合 ($Z_x = 181 \times 10^3$

mm³) と比較して 2.6 倍程度大きい値となる。

2.3 有限要素モデルおよび境界条件

図-2には、本研究で用いた有限要素モデルを示している。本研究では、実験時における境界条件⁵⁾を適切に反映させるために、既往の研究⁶⁾と同様に擁壁や支柱の他、荷重治具までを考慮してモデル化を行った。また、重錘衝突による支柱基部の局部座屈を適切に再現するために、対称性を考慮せずに構造全体をモデル化している。

各部材は、基部近傍で発生する局部座屈を適切に評価するために H 形鋼支柱も含めて全て 8 節点固体要素を用いてモデル化した。H 形鋼支柱のフランジおよびウェブに関しては板厚方向に 6 ないし 8 分割とし、幅方向の要素長は 1~2 mm 程度、軸方向には 10 mm 程度を基本にして要素分割を行っている。また、計算時間を節約するために、擁壁底部近傍の要素分割は徐々に粗くしている。なお、本数値解析では、重力は考慮しているものの、H 形鋼の初期不整や減衰は考慮していない。本モデルの総節点数および総要素数は、それぞれ 120 万、110 万程度である。

衝撃荷重は、重錘要素を支柱フランジと接する形で配置し、表-1に示す入力重錘衝突速度 V を重錘要素の全節点に付加することで与えた。拘束条件は、重錘吊り下げ治具の上部をピン支持、支柱と擁壁の挙動特性を工学的に安全側で評価することとして擁壁の底部を完全固定と仮定した。

接触条件に関しては、支柱と擁壁間には剥離・滑りを考慮した面と面の接触を定義している。なお、摩擦係数は、予備解析に基づき 0.3 と仮定した。接触解析にはペナルティ法を採用している。

2.4 材料構成則

図-3には本数値解析で用いた H 形鋼およびコンクリート材料に関する応力-ひずみ関係を、表-2には H 形鋼の物性値一覧を示している。本研究では、実構造により近い条件の下で検討を行うこととし、各材料物性値には実規模実験⁵⁾と同様の数値を採用した。なお、同実験で

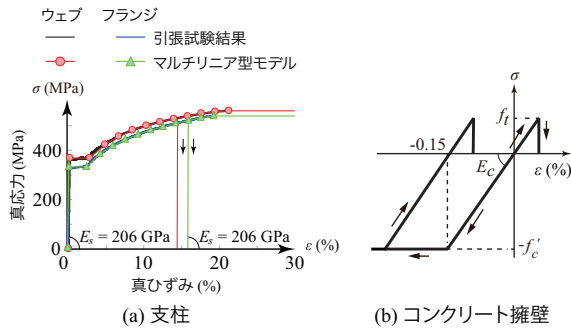


図-3 材料構成則

表-2 H形鋼支柱の材料物性値

| | 降伏強度 f_y (MPa) | 降伏ひずみ ε_y (%) | 引張強度 f_u (MPa) | 引張強度到達時ひずみ ε_u (%) |
|--------|---------------------|------------------------------|---------------------|-----------------------------------|
| ウェブ | 368 | 0.19 | 560 | 21.3 |
| 上下フランジ | 326 | 0.17 | 532 | 19.2 |

は、H形鋼ウェブおよびフランジからの試験片を用いて引張試験を行っている。

図-3 (a)より、H形鋼には材料試験結果から得られた応力-ひずみ関係を基に、マルチニア型のモデルを適用した。図に示すように、ウェブおよびフランジにはそれぞれ異なる応力-ひずみ関係を設定している。単位体積質量 ρ_s およびポアソン比 ν_s は、 $\rho_s = 7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $\nu_s = 0.3$ とした。降伏の判定には von Mises の降伏条件を用いている。

図-3 (b)より、コンクリート材料に関しては、圧縮側は圧縮強度に到達した段階で完全降伏するバイリニア型、引張側は引張強度に到達した段階で引張応力を伝達しないモデルを採用した。圧縮強度 f'_c は、前述のとおり 30 N/mm^2 とし、引張強度は圧縮強度の $1/10$ と仮定した。単位体積質量 ρ_c およびポアソン比 ν_c はそれぞれ $\rho_c = 2.35 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $\nu_c = 1/6$ とした。

重錘および载荷治具に関しては、実験時に塑性変形が確認されていないことより、全て弾性体モデルを適用することとした。これらの要素に関する弾性係数、密度およびポアソン比は、重錘に関しては $E_w = 206 \text{ GPa}$ 、 $\rho_w = 7.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $\nu_w = 0.3$ 、载荷治具に関しては $E_j = 206 \text{ GPa}$ 、 $\rho_j = 7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $\nu_j = 0.3$ とした。なお、重錘の単位体積質量 ρ_w には、重錘質量(1,000 kg)を解析モデルの体積で除した値を入力している。

3. 数値解析結果および考察

3.1 各種時刻歴応答波形

図-4には、本数値解析より得られた重錘衝撃力 P_i に関する時刻歴応答波形を、载荷初期からの経過時間(以後、単に経過時間) t を横軸に取って示している。本数値解析では重錘と支柱フランジ部の接触面における接触合

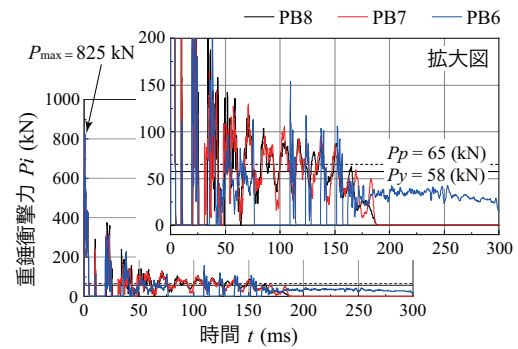


図-4 重錘衝撃力の時刻歴応答波形

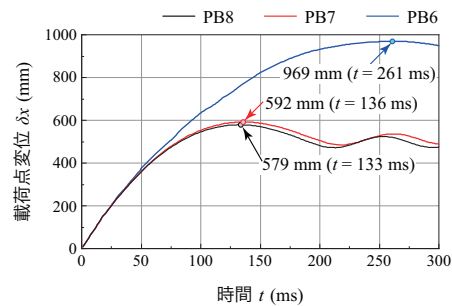


図-5 载荷点変位の時刻歴応答波形

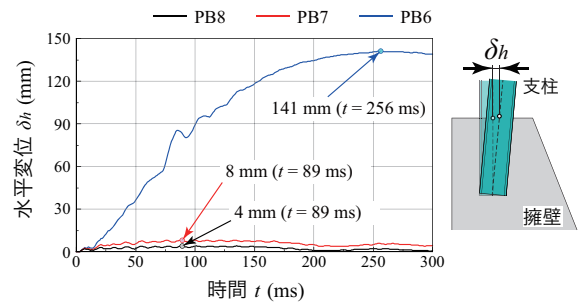


図-6 擁壁天端部における支柱の水平変位波形

力を重錘衝撃力として評価している。図中、基部を固定端と仮定し梁理論に基づいて求められる静的な降伏荷重 P_y および全塑性荷重 P_p も示している。

図より、いずれのケースにおいても载荷初期に最大衝撃力を示した後、特にケース PB8/7 の場合には、周期が 12.5 ms 程度の波形と継続時間が 140 ms 程度の正弦半波が合成されたような波形が励起している。これは、前者の波形成分は支柱フランジ部の低次振動と重錘との連成作用、後者の波形成分は支柱基部を固定端とする一端固定柱の低次振動と重錘との連成作用によって励起したものと推察される。また、最大衝撃力は、いずれのケースにおいても衝突初期の $t = 0.5 \text{ ms}$ 時に $P_{\text{max}} = 825 \text{ kN}$ 程度を示しており、根入れ深さにかかわらず等しい。これより、最大衝撃力は、根入れ深さにかかわらず衝突部の材料特性のみに依存することを暗示している。

ケース PB8/7 の場合における $t = 75 \sim 150 \text{ ms}$ 時における正弦半波部に着目すると、全塑性荷重 P_p および降伏荷重 P_y と概ね対応していることが読み取れる。一方、ケー

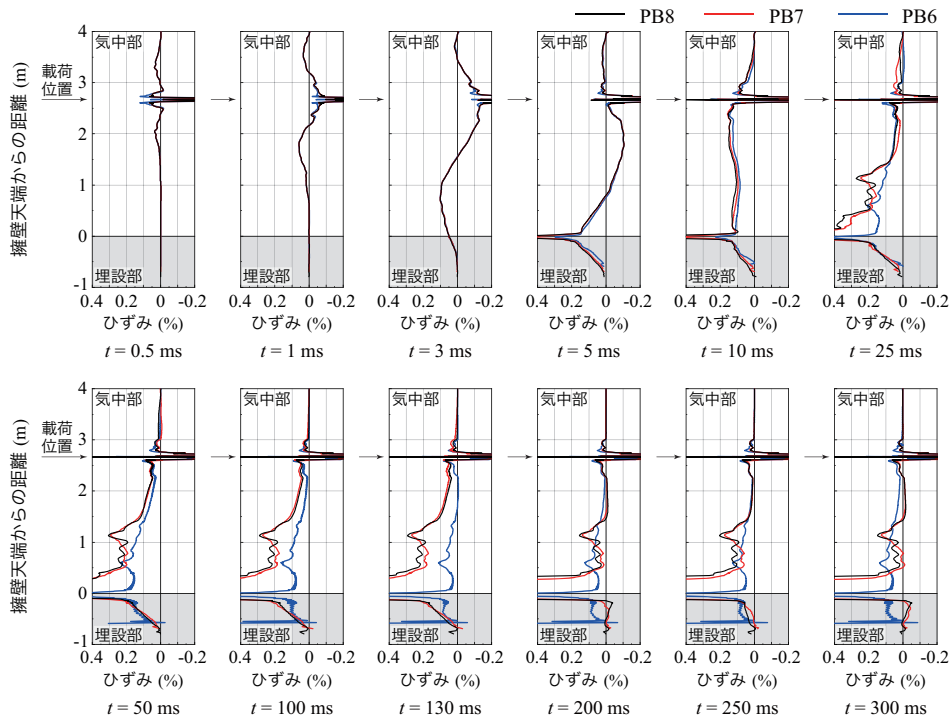


図-7 支柱の荷側軸方向縁ひずみ分布の比較

ス PB6 の場合には、 $t = 50$ ms 程度以降においてケース PB8/7 の場合とは異なる性状を示し、ケース PB8/7 の場合が除荷状態に至った後もほぼ一定の衝撃力が励起し、 $t = 300$ ms 経過後においても除荷状態に至っていないことが分かる。既往の検討結果⁶⁾から、根入れ深さが不足している場合には、衝撃力の継続時間が延びる傾向にあることが明らかになっていることより、ケース PB6 の場合には根入れ深さが十分確保されていないことが示唆される。これは、後述のように擁壁部の著しい損傷と共に支柱が剛体変形に近い状態に至っていることを暗示している。

図-5には、支柱の荷点変位 δ_x に関する時刻歴応答波形を示している。図より、ケース PB8/7 の場合に着目すると、重錘衝突によって支柱が同様の勾配で変形するとともに、最大変位到達後は減衰自由振動状態に至っている様子が確認できる。なお、ケース PB8/7 の場合における最大荷点変位は、それぞれ 579, 592 mm である。一方、ケース PB6 の場合には、衝撃力波形と対応して $t = 50$ ms 程度近傍までは前2ケースと同様の傾向を示しているもののその後も増加傾向を示し、 $t = 261$ ms 時点で最大変位 (969 mm) に到達している。その値は、ケース PB8/7 の場合と比較して 1.6 倍程度大きい。ここで、支柱の擁壁天端部からの回転角を最大荷点変位を用いて算出すると、ケース PB8/7/6 の場合にはそれぞれ 12.2, 12.5, 20.0 度として評価される。便覧¹⁾では、支柱の吸収エネルギーは支柱が最大 15 度まで変形するものとして評価していることから、ケース PB6 の場合には便覧¹⁾で規定している角度よりも大きいことが分かる。これは、前述の通り支柱基

部近傍のコンクリート擁壁に大きな損傷が生じたことに起因しているものと推察される。

図-6には、擁壁天端部における支柱の水平変位 δ_h に関する時刻歴応答波形を示している。図より、いずれのケースにおいても擁壁天端部の支柱に水平変位が生じているものの、その値はケース PB6 の場合に大きく示されていることが明確に確認できる。また、擁壁内部における根入れ端部から擁壁天端部までの支柱の回転角を評価すると、ケース PB8/7/6 の最大変位が 4, 8, 141 mm であることから、それぞれ 0.3, 0.7, 13.2 度として概算できる。すなわち、前述の通りケース PB6 の場合に関しては、擁壁内部においても支柱が大きく回転していることが明らかとなり、根入れが不足している状況が明確に示されている。

3.2 支柱の荷側軸方向縁ひずみ分布

図-7には、支柱の荷側軸方向縁ひずみ分布の経時変化 ($t = 0.5 \sim 300$ ms) を示している。

図より、荷初期である $t = 0.5$ ms 時に着目すると、いずれのケースに関してもほぼ同様なひずみ分布性状を示していることが分かる。すなわち、荷点部は局所的に圧縮ひずみが、その近傍上下 500 mm 程度の範囲においては引張ひずみの発生が確認できる。これは、荷重が衝撃的に作用したことによる荷点からの曲げ波の伝播状況を表している。 $t = 1, 3$ ms 時には、時間の経過に伴ってひずみが更に上下に伝播していく様子が見て取れ、 $t = 3$ ms 時には埋設部に関してもひずみが励起している様子が確認できる。しかしながら、荷点部を除き最大 0.1% 程度のひずみ値であり、降伏には至っていないことも分かる。

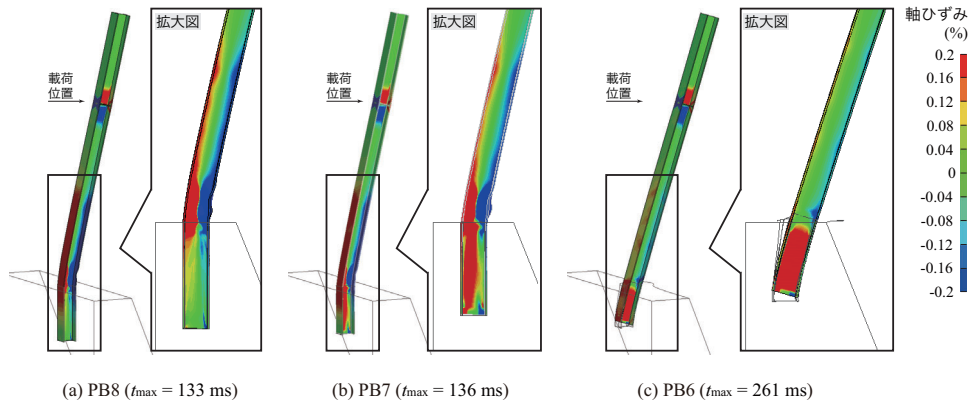


図-8 最大荷点変位発生時における支柱の変形状況と軸方向ひずみの等ひずみ分布

$t = 5 \text{ ms}$ 時に着目すると、荷点近傍部において、主に圧縮ひずみが分布している様子が見て取れる。また、基部近傍においては、いずれのケースの場合においても0.2%を超える引張ひずみが局所的に発生している様子が確認できる。しかしながら、根入れ深さが最も浅いケースPB6の場合に着目すると、その値は他の2ケースと比較して小さい。これは、ケースPB6の場合には、根入れが不足していることにより、後述のように支柱が剛体的な挙動傾向を示したことによるものと推察される。

$t = 10 \text{ ms}$ 時に着目すると、荷点近傍部においては、いずれのケースにおいても0.2%を超える圧縮のみならず引張ひずみが生じていることが分かる。しかしながら、支柱基部および荷点部を除き、降伏域には至っていない。また、埋設部においては $t = 5 \text{ ms}$ 時と同様に根入れ端部を固定とする片持ち梁に類似した分布性状を呈していることも確認できる。

$t = 25 \text{ ms}$ 時に着目すると、荷点近傍部においては、いずれのケースにおいても大きな差異は確認できない。一方、支柱基部近傍に着目すると、ケースPB8/7の場合には擁壁天端から $-200 \text{ mm} \sim 500 \text{ mm}$ 程度の広い領域にて降伏ひずみ ϵ_y を大きく超える引張ひずみが発生している。しかしながら、ケースPB6の場合には、擁壁天端から $-200 \text{ mm} \sim 0 \text{ mm}$ 程度の非常に局所的な範囲に発生していることが分かる。また、根入れ端部のひずみは、この時点ではいずれのケースも未だ零ひずみに漸近した値を示していることが確認できる。

その後 $t = 50 \text{ ms}$ 以降に着目すると、ケースPB8/7の場合には埋設部におけるひずみの大きな乱れは確認できず、荷点変位の最大値到達時である $t = 130 \text{ ms}$ 時点においても、根入れ端部は定着状態にあることが推察される。一方、ケースPB6の場合には、埋設部における分布が大きく乱れている様子が見て取れ、他の2ケースとは明らかに異なる性状を示していることが分かる。これは、根入れ深さが不足しているため、擁壁コンクリートも大きく損傷したことによるものと推察される。また、解析終

了時点である $t = 300 \text{ ms}$ に至るまで根入れ端部において0.4%を超える非常に大きな引張ひずみが生じており、これらの分布性状を考慮すると、支柱の必要根入れ深さは700 mm程度以上であることが推察される。

3.3 支柱基部近傍および擁壁天端の損傷状況

図-8には、各ケースにおける最大荷点変位発生時における支柱の変形状況と軸方向ひずみに関する等ひずみ分布図を示している。なお、便宜上擁壁部は透過して示している。また、基部近傍を道路軸方向から見た拡大図と最大変位発生時の経過時間 t_{max} も示している。

埋設部に着目すると、ケースPB8の場合には、支柱基部近傍が引張領域と圧縮領域において塑性化に至っていることが分かる。ケースPB7の場合には、支柱基部近傍はケースPB8と類似の性状を示しているが、引張側ウェブの塑性化は根入れ端近傍まで広がっている様子が確認できる。これより、ケースPB7の場合における根入れ部の定着度はケースPB8の場合より小さいことが推察される。一方、ケースPB6の場合には、基部近傍部のひずみが非荷側フランジ部を除き0.08%以下と小さい。また、その下方はウェブ全体が引張ひずみ状態を示しかつ塑性域に達している。さらに、根入れ端部が荷点方向に傾いて浮き上がっている状態が示されており、前述の図-6と対応して大きく回転していることが見て取れる。これより、ケースPB6の場合には、根入れが不足し擁壁の損傷も進展していることがうかがえる。

気中部に着目すると、ケースPB8/7の場合には、支柱基部近傍が塑性ヒンジ状態に至っていることが分かる。その領域は、ケースPB8の場合がケースPB7の場合に比して若干大きい。これは、前述のようにケースPB8の場合における基部の固定度が、ケースPB7の場合より大きいことを暗示している。一方、ケースPB6の場合には、基部において圧縮側フランジとウェブの一部が塑性状態に至っている。しかしながら、上述のケースPB8/7の場合のような塑性ヒンジは形成されていないことや、荷点から基部までのウェブ部のひずみ分布が $\pm 0.1\%$ 以下と

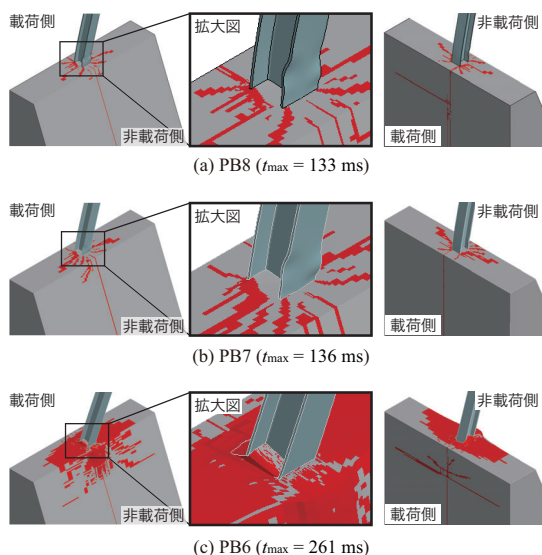


図-9 最大載荷点変位発生時における支柱基部の変形および擁壁の損傷状況

ケース PB8/7 の場合に比較して小さく、かつ載荷側支柱基部と擁壁天端部間は大きく開口していることから、支柱がより剛体的に挙動していることが確認でき、支柱は根入れ部において十分定着されていないことが分かる。

図-9には、最大載荷点変位発生時における支柱基部の変形および擁壁の損傷状況を比較して示している。また、支柱基部を拡大した図も合わせて示している。なお、本数値解析では、図-3 (b) に示すコンクリートの材料構成則に基づき、第1主応力が零近傍の応力状態を示す要素を数値解析上のひび割れと判断し、その要素を赤色で示している。

図より、ケース PB8/7 の場合には擁壁天端の載荷側および非載荷側フランジ端よりひび割れが進展しており、その領域が擁壁非載荷面側にわずかに達している程度であることから、擁壁への影響は小さいことが分かる。一方、ケース PB6 の場合には、支柱基部近傍にひび割れが広く分布し、非載荷側擁壁表面にも著しいひび割れが確認できることから、擁壁の損傷が大きいことが推察される。

支柱基部の変形状況に着目すると、ケース PB8/7 の場合には局部座屈の発生が確認できるが、ケース PB6 の場合には局部座屈の兆候は示されていない。これは、根入れ深さが浅いことによって擁壁が大きく損傷すると共に、前述のように支柱が剛体的に挙動したことによるものと推察される。

これより、前述の各種時刻歴応答波形や支柱軸方向縁ひずみ分布、支柱の変形状況からも明らかなように、ケース PB8/7 の場合には根入れ深さが確保されているが、ケース PB6 の場合には根入れ深さが不足していることが推察される。

なお、設計要領⁸⁾では、H200×200×8×12断面のH形

鋼の根入れ深さを便覧¹⁾に即して1mとしている。これより、現行設計法に基づく根入れ深さは、本研究で得られた必要根入れ深さと比較して安全側の値を示していることが分かる。

4. まとめ

本論文では、高さが3mの防護擁壁上に柵高4mの防護柵を設置した場合を想定し、防護柵支柱にH200×200×8×12断面のH形鋼を用いた場合において、曲げが卓越するような比較的高い位置に衝撃荷重が作用する場合の必要根入れ深さを含め、支柱および防護擁壁の耐衝撃挙動に関する3次元弾塑性衝撃応答解析を行った。本研究で得られた事項を整理すると、以下のように示される。

- 1) H200×200×8×12断面のH形鋼を使用し、曲げが卓越するような衝撃荷重が作用する場合における必要根入れ深さは、700mm程度として評価される。
- 2) 現行設計法に基づいて求められた支柱の根入れ深さは、本数値解析結果と比較して安全側の値を与える。

参考文献

- 1) (公社)日本道路協会：落石対策便覧, 2017
- 2) 林 茂樹, 小室雅人, 瓦井智貴, 岸 徳光：根入れ深さを变化させた実規模落石防護柵支柱の静荷重載荷実験, コンクリート工学年次論文集, Vol. 44, No. 2, pp. 937-942, 2022
- 3) 岡本淳敏, 近藤里史, 小室雅人, 岸 徳光：実規模擁壁に貫通させた防護柵支柱の静的及び動的荷重載荷実験, コンクリート工学年次論文集, Vol. 43, No. 2, pp. 463-468, 2021
- 4) 林 茂樹, 小室雅人, 岸 徳光, 瓦井智貴, 近藤里史：実規模擁壁に貫通埋設させた防護柵支柱に関する曲げと共にせん断が卓越する場合の静的及び衝撃荷重載荷実験, 構造工学論文集, Vol. 68A, pp. 962-974, 2022
- 5) 林 茂樹, 小室雅人, 岸 徳光, 瓦井智貴, 近藤里史, 竹内観月：根入れ深さを变化させた実規模落石防護柵支柱の衝撃荷重載荷実験, 構造工学論文集, Vol. 69A, pp. 1095-1106, 2023
- 6) 竹内観月, 小室雅人, 岸 徳光, 林 茂樹：根入れ深さを变化させた落石防護柵支柱に関する弾塑性衝撃応答解析, コンクリート工学年次論文集, Vol. 45, No. 2, pp. 967-972, 2023
- 7) ANSYS, Inc.: LS-DYNA Version R14 User's Manual, 2023
- 8) 北海道開発局：令和5年度北海道開発局道路設計要領第6集 標準設計図集, 2023