

論文 曲げひび割れ幅算出のためのひび割れ間隔の取扱いに関する一検討

坂口 淳一^{*1}・高橋 良輔^{*2}・平 陽兵^{*3}

要旨：現在、非線形有限要素解析のコンクリートの材料モデルとして標準的に用いられている分散ひび割れモデルでは、ひび割れ幅を直接求めることができず、ひび割れ幅を求めるためにはひび割れ間隔を別途仮定する必要がある。本検討では、一軸引張を受ける鉄筋コンクリート部材のモデルに鉄筋とコンクリート間の付着応力—すべり—鉄筋ひずみ関係式（ $\tau-s-\epsilon$ 式）を用いて、初期ひび割れ状態から定常ひび割れ状態に至るまでの鉄筋軸方向のひずみの増加に応じたひび割れ間隔の変化を試算した。その試算結果を両引き試験結果と比較するとともに、梁部材の有限要素解析事例に適用した。

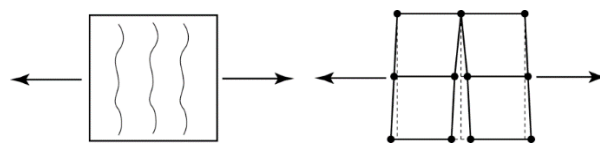
キーワード：非線形有限要素解析、ひび割れ間隔、ひび割れ幅、付着

1. はじめに

非線形有限要素解析によれば、従来の線材モデルを用いた構造解析による評価に比べて形状や材料、作用に応じた構造物の精緻な応答を求めることができる。土木学会コンクリート標準示方書の設計編（以降、学会示方書）¹⁾においては 2012 年の改定の際に非線形有限要素解析による照査の標準が示され、原子力土木構造物²⁾や鉄道構造物³⁾等の技術基準にもその取扱いが記載されているように、設計の合理化のために積極的な活用が進められている。

非線形有限要素解析は支持条件や荷重条件に応じた耐力を適切に求められる利点から部材の破壊に対する評価への適用が進んでいるが、構造物設計における標準的な構造解析手法として用いていくためには、損傷が生じる状態のみならず使用状態に対する耐久性や使用性の照査における評価方法の整理が必要と考えられる。

従来から行われてきた断面照査において、鋼材腐食に対する耐久性の検討や使用性の外観に対する照査は、ひび割れ幅を指標として行われてきた¹⁾。一方、非線形有限要素解析の学会示方書における鉄筋コンクリートの標準的な材料モデルは、鉄筋とコンクリートとの一体性を前提とする分散ひび割れモデルであるが、このひび割れモデルはコンクリートにはひび割れが発生することを前提に図-1(a)に示すように変位が不連続に変化するひび割れ変位をある領域で平均化して扱うことで連続体力学の範疇でひび割れを扱えるようにしたものであるため、ひび割れ幅を直接求めることができない。そのため、分散ひび割れモデルを用いた解析でひび割れ幅を算出する場合には、ひび割れ間隔 L を別途仮定し、ひび割れの発生が予想される部位のひずみに対して積分することで、ひび割れ幅を算出する方法が取られる。



(a) 分散ひび割れモデル (b) 離散ひび割れモデル

図-1 ひび割れのモデル化¹⁾

鉄筋コンクリート部材の曲げひび割れの進展において、ひび割れ間隔 L は、ひび割れ発生からひび割れ定常状態に至るまでに新たなひび割れ発生により狭く変化していく。一方、ひび割れ幅の算定式の中で得られる最大ひび割れ間隔は、新たな曲げひび割れが発生しない定常ひび割れ状態での間隔を表したものである^{4)・5)}。引張力を受ける鉄筋の周辺に生じるひび割れの幅を精緻に求めるためには、引張力の増加に応じたひび割れ間隔の変化を考慮することが望ましい。

そこで本検討では、一軸引張を受ける鉄筋コンクリート部材のモデルに鉄筋とコンクリート間の付着応力—すべり—鉄筋ひずみ関係式（ $\tau-s-\epsilon$ 式）を適用して、引張鉄筋のひずみの増加に応じたひび割れ間隔の変化を試算した。ひび割れ間隔の算出結果を、両引き試験結果と比較するとともに、単純梁の非線形有限要素解析事例に適用し、ひび割れ幅を試算した。

2. 付着応力分布に基づくひび割れ間隔の変化の算出

2.1 学会示方書における最大ひび割れ間隔の算定式

学会示方書¹⁾においては式(1)に示すように、最大ひび割れ間隔を求める項にひずみを掛け合わせることでひび割れ幅 w を求めている。

$$w = 1.1k_1k_2k_3\{4c + 0.7(c_s - \varphi)\}\left[\frac{\sigma_{se}}{E_s} + \epsilon'_{csd}\right] \quad (1)$$

*1 (株) HRC 研究所 鉄道構造技術部 修士(工学) (正会員)

*2 北海学園大学 工学部教授 博士(工学) (正会員)

*3 鹿島建設(株) 技術研究所 修士(工学) (正会員)

ここに、 k_1 ：鋼材の表面形状がひび割れ幅に及ぼす影響を表す係数で、異形鉄筋の場合に 1.0、 k_2 ：コンクリートの品質がひび割れ幅に及ぼす係数、 k_3 ：引張鋼材の段数の影響を表す係数、 c ：かぶり(mm)、 c_s ：鋼材の中心間隔(mm)、 φ ：鋼材径(mm)、 σ_{se} ：鋼材位置のコンクリートの応力度が 0 の状態からの鉄筋応力度の増加量(N/mm²)、 E_s ：鋼材のヤング係数、 ε'_{csd} ：コンクリートの収縮およびクリープ等によるひび割れ幅の増加を考慮するための数値である。

ここでの最大ひび割れ間隔は、定常ひび割れ状態での間隔を表したものである。

2.2 試算に用いるモデル

本検討では、図-2 に示す両引きのモデルを用いて、ひび割れ間隔の変化について検討する。この解析モデルは、1 本の軸方向鉄筋とその周りのコンクリートで構成されるモデルであり、一軸の引張力により生じた 2 本のひび割れ間のブロックを模擬している。このモデル化領域の両端に等しい引張力を与え、ひび割れ位置に相当するコンクリートのブロックの両端部から、ひび割れ間中央に相当するブロック中央にかけての鉄筋とコンクリートの付着応力 τ や、すべり s 、鉄筋のひずみ ε 等の鉄筋の軸方向に沿った分布を求める。

この応力分布の算出に用いる τ - s - ε 式は、島らが提案したマッシュパなコンクリートの中を対象とした τ - s - ε 関係⁶⁾をもとに、かぶりが薄い条件に適用するように修正された飯塚ら⁷⁾による式(2)を用いる。島らによる τ - s - ε 式に対しては、ひび割れ近傍における鉄筋とコンクリートの付着力の低下の影響を付加するための式⁸⁾が提案されているが、飯塚らによる式はひび割れ近傍の付着力の低下の影響を含めて定式化されたものである。

$$\tau = \frac{\sqrt{f'_c} (\ln(1+5s))^3}{f(\varepsilon)} \quad (2)$$

ここで、

$$f(\varepsilon) = \alpha \cdot \varepsilon'^4 + \beta \cdot \varepsilon'^3 + \gamma \cdot \varepsilon'^2 + \zeta \cdot \varepsilon' + 1$$

$$\varepsilon' = \varepsilon \times 10^5$$

$$\alpha = 3.0 \cdot e^{-1.3C/D} \times 10^{-7}$$

$$\beta = -8.7 \cdot e^{-0.97C/D} \times 10^{-5}$$

$$\gamma = 1.3 \cdot e^{-C/D} \times 10^{-2}$$

$$\zeta = -0.040(C/D)^2 + 0.19C/D + 0.027$$

C ：かぶり(mm)であり、鉄筋の表面とコンクリートの表面の最短距離

D ：鉄筋径(mm)

$s = 1000 \cdot S/D$

S ：すべり量(mm)

2.3 付着応力、すべり、鉄筋応力分布の試算結果

式(2)に示した τ - s - ε 関係を用いて図-2 に示す両引きのモデルの両端に等しい引張力を与えた際の鉄筋の長

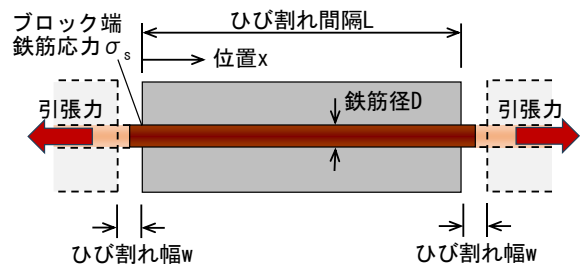


図-2 両引きの引張力を受けるモデル

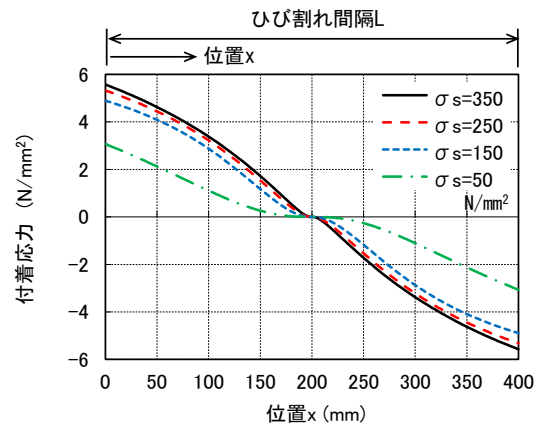


図-3 鉄筋とコンクリート間の付着応力分布の例
($L=400\text{mm}$, $f'_c=29\text{ N/mm}^2$, D32, $C/D=1.69$)

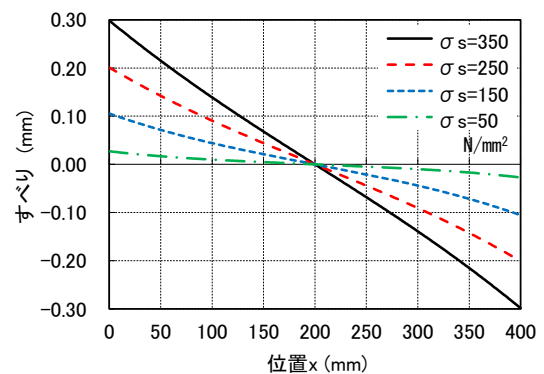


図-4 鉄筋とコンクリート間のすべり分布の例
($L=400\text{mm}$, $f'_c=29\text{ N/mm}^2$, D32, $C/D=1.69$)

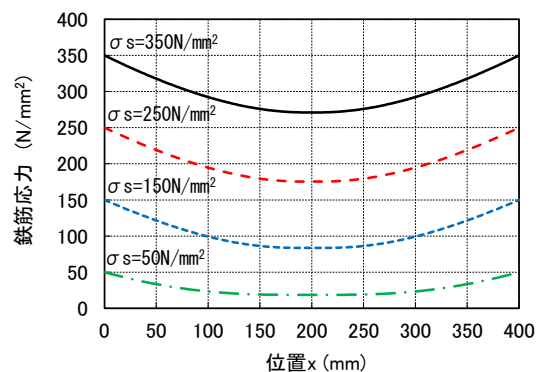


図-5 鉄筋の応力分布の例
($L=400\text{mm}$, $f'_c=29\text{ N/mm}^2$, D32, $C/D=1.69$)

手方向の鉄筋とコンクリート間の付着応力分布，すべり分布，鉄筋の応力分布の例を図-3～図-5に示す。図に示した分布は，ひび割れ間隔 $L=400$ mm の場合を例に，モデルの両端に与える引張力を鉄筋応力 σ_s が 100 N/mm² 刻みで $50 \sim 350$ N/mm² とした時について，モデル左端からの距離を横軸として示している。また，その他の条件は3章で後述する試験結果との比較のために，十川らが実施した両引き試験⁹⁾の条件を用いて，コンクリートの強度 $f_c=29$ N/mm²，鉄筋径 $D=31.8$ mm (D32)，かぶり $C=54$ mm， $C/D=1.69$ とした。

図-3に示す付着応力分布のとおり，ひび割れ間の付着応力分布はブロック端で大きい。ブロック端に与える鉄筋の引張応力 σ_s の増加に対して，付着応力の増加は頭打ちとなっている。ひび割れ間の中央の位置で付着応力は0となり，この位置を境に付着応力の向きが逆転する。

図-4に示すすべり分布のとおり，ブロック端ですべりが大きく，ひび割れ間の中央ですべりが0となる。コンクリートの収縮やクリープによるひずみの影響を無視して考えると，ひび割れ幅は，ひび割れを挟んで両側のブロックから鉄筋のすべり出す量と考えられるため，図に示したブロック端のすべり量を2倍した値をひび割れ幅とみなすことができる。

図-5に示す鉄筋の応力分布のとおり，ブロック端に与えた鉄筋応力は，付着応力によりコンクリートに伝達されるため，ひび割れ間の中央に向かって減少する。

2.4 ひび割れ間隔 L を保持できるブロック端の鉄筋応力

図-3に示した鉄筋とコンクリート間の付着作用によってコンクリートに生じる引張応力の分布を，D32鉄筋でブロック端の鉄筋応力が $\sigma_s=350$ N/mm² のときを例に図-6に示す。図に示すコンクリートの引張応力は，図-3に示した付着応力に鉄筋の周長を掛けることで得られるコンクリートに伝達される引張力をもとに算出している。このとき，鉄筋の周りのコンクリートの断面積 A_c によってコンクリートの引張応力が異なることから，鉄筋比 $p=A_s/A_c$ を $p=0.5 \sim 6$ % の間の5段階を想定した場合の応力分布を示している。

図-6より，ブロック端のコンクリートの引張応力は0で，ブロック中央の引張応力は鉄筋比が大きいほど引張力を分担するコンクリートの断面積が相対的に小さいため大きい。図中には，コンクリートの引張強度を破線で示した。ひび割れ間の中央で引張強度を超えた状態では，実際には，ひび割れ間に新たにひび割れが生じることで，ひび割れ間隔 L を保持できずに間隔が $L/2$ に減少してしまう。

図-6のように得られるコンクリートの引張応力分布をもとに，ブロック端の鉄筋応力を変化させたときのブロック中央で生じるコンクリートの最大引張応力を，

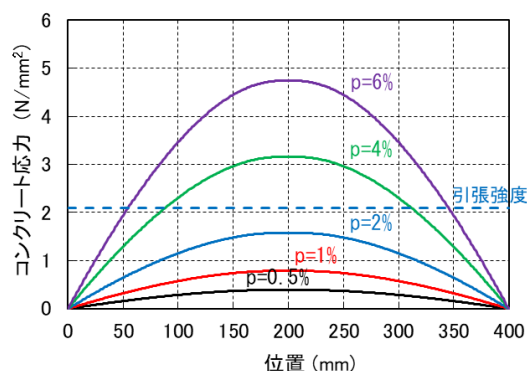


図-6 ブロック端の鉄筋応力 350 N/mm² のときのコンクリートの応力分布
($L=400$ mm, $f_c=29$ N/mm², D32, $C/D=1.69$)

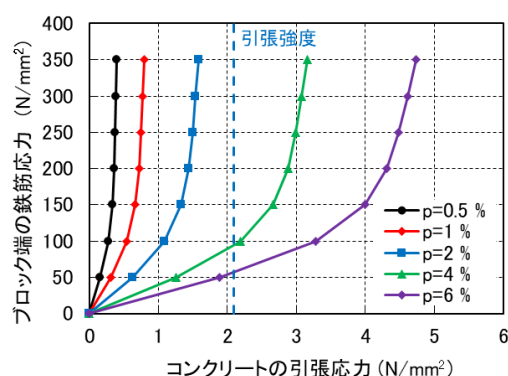


図-7 ブロック端の鉄筋応力とひび割れ間中央に生じるコンクリートの最大引張応力の関係
($L=400$ mm, $f_c=29$ N/mm², D32, $C/D=1.69$)

図-7に示す。図-7中に示した鉄筋比 p ごとの曲線と引張強度との交点となるブロック端の鉄筋の応力が，ひび割れ間隔 L と $L/2$ との境界の応力となる。したがって，このときのブロック端の鉄筋応力が，ひび割れ間隔 L を保持できる限界であり，新たなひび割れが発生する前のひび割れ間隔 L は，最大ひび割れ間隔とみなせる。

2.5 ひび割れ間隔 L とひび割れ間の平均ひずみの関係

前節でひび割れ間隔 $L=400$ mm の場合を例に，ひび割れ間中央でコンクリートが引張強度に達するときのブロック端の鉄筋応力を求めた。これと同様に，ひび割れ間隔 L を 800 mm 以下の範囲で段階的に変化させて計算することで得られる，ひび割れ間隔 L とブロック中央でコンクリートが引張強度に達するときのブロック全長（ひび割れ間隔 L ）の鉄筋の平均ひずみの関係を図-8に示す。横軸に示したひび割れ間隔 L 内の平均ひずみは，図-5に示す鉄筋の応力分布に対応した鉄筋のひずみ分布をもとに得られるものであり，図-9に示す非線形有限要素解析に用いられるコンクリートの引張応力-ひずみ関係（式(3)）において図-1(a)にも示したとおりひび割れ変位をある領域で平均化して扱うことに対応している。

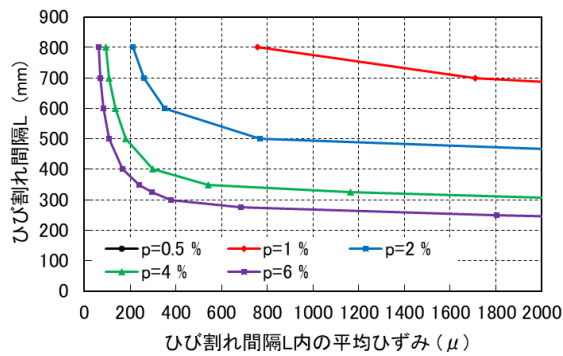


図-8 ひび割れ間隔とひび割れ間の平均ひずみの関係
($f_c=29 \text{ N/mm}^2$, D32, $C/D=1.69$)

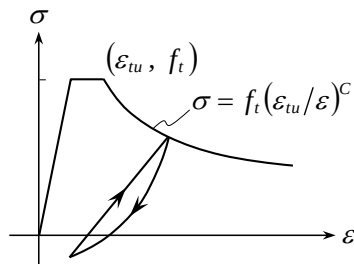


図-9 鉄筋とコンクリートの付着効果を考慮した
コンクリートの引張応力-ひずみ関係¹⁾

$$\bar{\sigma}_c = f_t(\varepsilon_{tu}/\bar{\varepsilon}_c)^c \quad (3)$$

ここで、 $\bar{\sigma}_c$:コンクリートの平均引張応力(N/mm^2), $\bar{\varepsilon}_c$:コンクリートの平均引張ひずみ, f_t :コンクリートの引張強度($=\alpha_t \cdot f_{td}$), f_{td} :コンクリートの引張強度の特性値(N/mm^2), α_t :引張強度の低減係数(≤ 1.0), ε_{tu} :ひび割れ発生ひずみ, c :引張軟化特性を表す係数である。

以上のように図-8に示すようにひび割れ間隔 L を保持できる限界を求めることで、平均ひずみの増加に対するひび割れ間隔 L の曲線が鉄筋比ごとに求まる。

3. 両引き試験結果との比較

2章に示した付着応力分布に基づくひび割れ間隔の変化の算出結果を、十川らが実施した両引き試験⁹⁾の結果と比較する。比較対象とする実験は図-10に示す $140\text{mm} \times 140\text{mm}$ の断面に D32 が配置された長さ 2500mm の供試体である。鉄筋には光ファイバが設置され、ひずみが計測されている。光ファイバの計測システムには、Optical Frequency Domain Reflectometry¹⁰⁾ (OFDR, 光周波数領域反射計測法)が採用され、空間分解能が 0.6mm , 計測間隔 0.6mm でひずみが計測されている。実験における鉄筋降伏が生じるまでのひび割れ状況を図-11に、鉄筋のひずみ分布の計測結果を図-12に示す。

図-11 から得られるひび割れ間隔と、図-12に示した全長 2500mm の鉄筋ひずみの計測値を平均することで得られる平均ひずみの関係を図-13に示す。図中には、平均ひび割れ間隔に加えて、全長 2500mm の中での最大

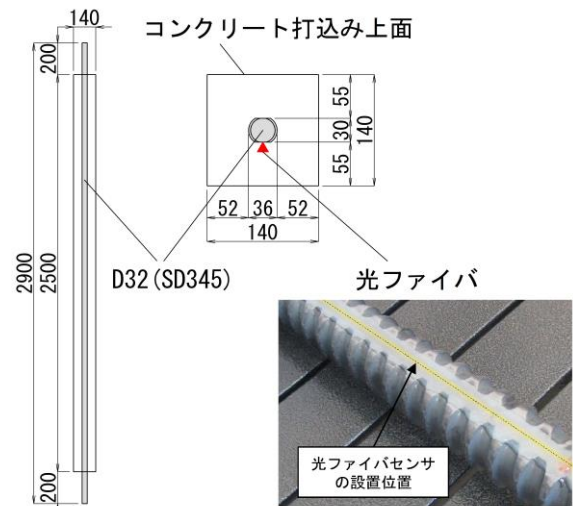


図-10 両引き試験供試体⁹⁾ (寸法単位: mm)

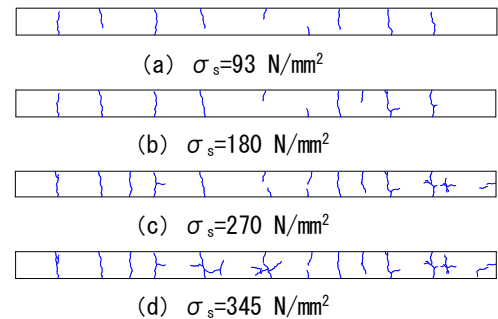


図-11 ひび割れ図

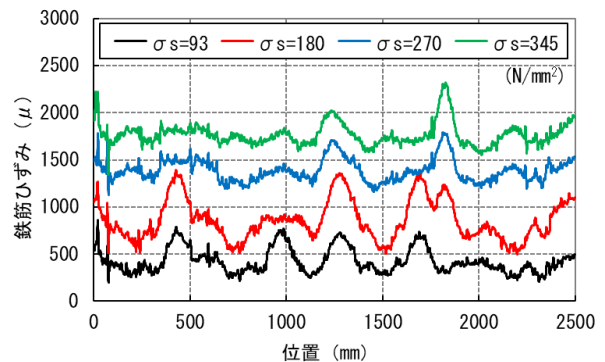


図-12 鉄筋のひずみ分布の計測結果

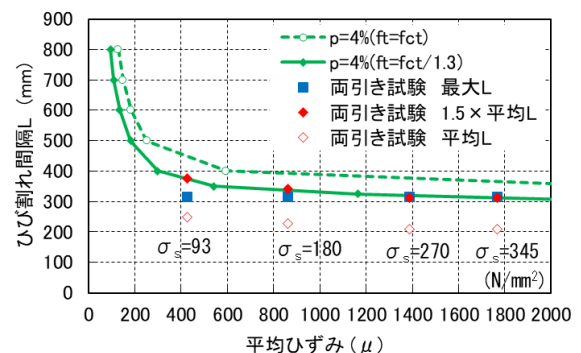


図-13 ひび割れ間隔 L と平均ひずみの関係

ひび割れ間隔 $L_{\max}$ と、文献 5) より、最大ひび割れ間隔 $L_{\max}$ は平均ひび割れ間隔 L_{av} の 1.5 倍程度とされることから、平均ひび割れ間隔を 1.5 倍した値を示した。また、図-8 中に示したひび割れ間隔 L を保持できる平均ひずみのうち、本供試体の鉄筋比である $p=4\%$ の場合を図-13 中に緑線で示した。このひずみの算出の際には、コンクリートの引張強度の材料試験結果 ($f_{td}=2.72 \text{ N/mm}^2$) に対して式(3)にある養生や環境作用、収縮挙動等を考慮した構造物中のコンクリートの引張強度のための低減係数 α_t として $\alpha_t=1/1.3$ を考慮している。参考として、引張強度の低減を行わない場合 ($\alpha_t=1$) を破線で示した。

図より、両引き試験の結果は、ひび割れ間隔の変化が少量の定常ひび割れ状態の範疇に限られているものの、ひび割れ間隔 L を保持できる平均ひずみの算出結果と両引き試験から確認された最大ひび割れ間隔 $L_{\max}$ または $1.5 \cdot L_{av}$ と近い値を取っている。このことから、本検討で行った $\tau-s-\varepsilon$ 式を用いたひび割れ間隔 L を保持できる平均ひずみの算出方法により、ひずみの増加に伴うひび割れ間隔の変化を求められる可能性が示された。ここに示した実験との比較は限られた内容であることから、今後は定常ひび割れ状態に至る前の初期ひび割れ状態の実験データや、鉄筋径や鉄筋比、かぶり等の異なる条件に対する検証を進めたい。

4. 非線形有限要素解析への適用

2 章に示したひび割れ間隔 L を保持できる平均ひずみの算出方法を用いて、非線形有限要素解析によるひび割れ幅の試算の例を示す。解析モデルは図-14 に示す断面高さ 0.3m の梁をスパン 2.9m で支持した曲げ破壊形式の単純梁とする。図-15 に載荷荷重-載荷点変位関係を示す。非線形有限要素解析に用いる材料構成則には、学会示方書¹⁾の標準「10 編 非線形有限要素解析による性能照査」に示されている標準的な材料モデルを用いている。

解析モデル図-14 中に示したスパン中央とせん断スパン中の引張鉄筋が配置される要素の鉄筋軸方向の平均ひずみと載荷点変位の関係を図-16 に示す。図に示した平均ひずみに応じたひび割れ間隔を、解析ケース No.1~No.3 の条件に対して求めたひび割れ間隔-平均ひずみの関係(図-17) から読み取ると、図-18 のとおり各要素のひび割れ間隔の変化が得られる。なお、ひび割れ間隔 L の上限を定着長の 2 倍とした。ここで、図-17 に示した関係は、図-8 と同様の手順により算出した。このときの鉄筋比 p は図-14 中に示した有効鉄筋比 p_e であり、引張鉄筋を考慮した要素の鉄筋比を用いている。図-8 では鉄筋比に応じてひび割れ間隔に違いが見られたのに対して、図-17 では鉄筋径が異なることの影響により鉄筋比が違っていてもひび割れ間隔が近い値となっている。

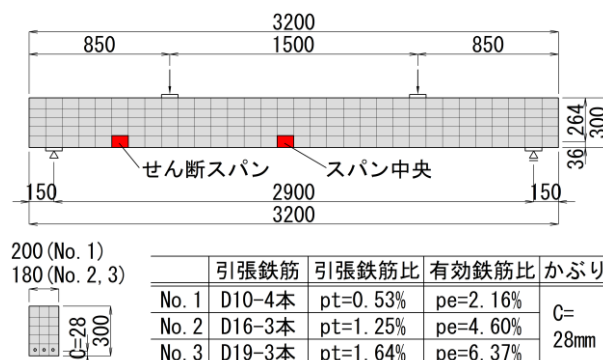


図-14 解析モデルと配筋条件 (寸法単位: mm)

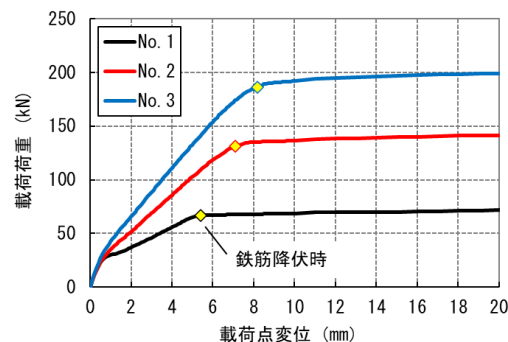


図-15 載荷荷重-載荷点変位関係

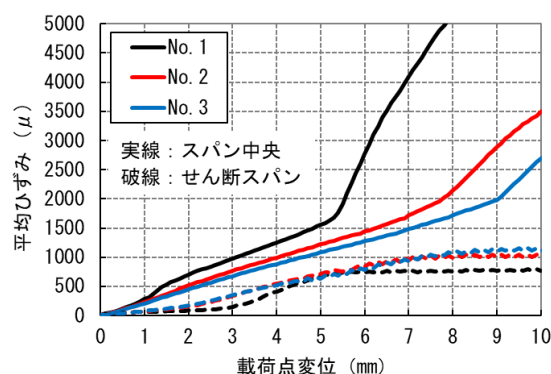


図-16 平均ひずみ-載荷点変位関係

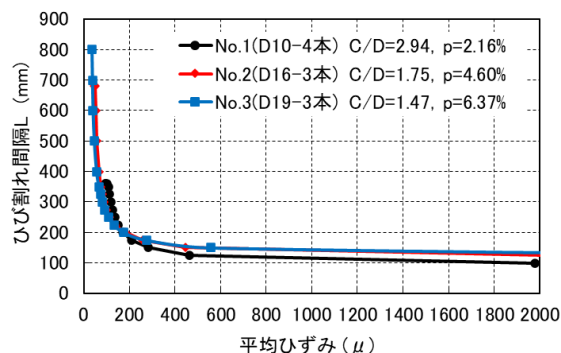


図-17 ひび割れ間隔 L と平均ひずみの関係

図-18 に示したひび割れ間隔と平均ひずみの積として算出されるひび割れ幅を図-19(a)に示す。ひび割れの開口はひび割れ発生によって生じるものであるが、コンクリートの収縮等によってもひび割れが生じることを考慮して引張強度に達する前の段階からひび割れ幅を示し

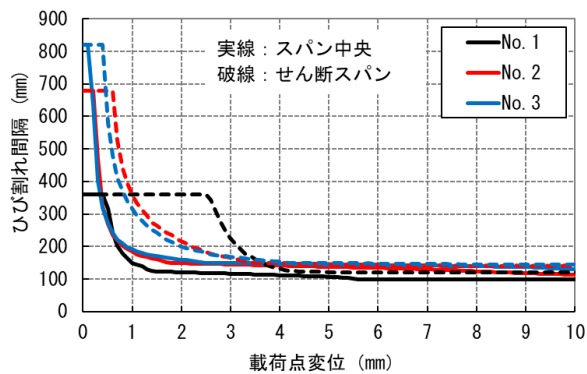
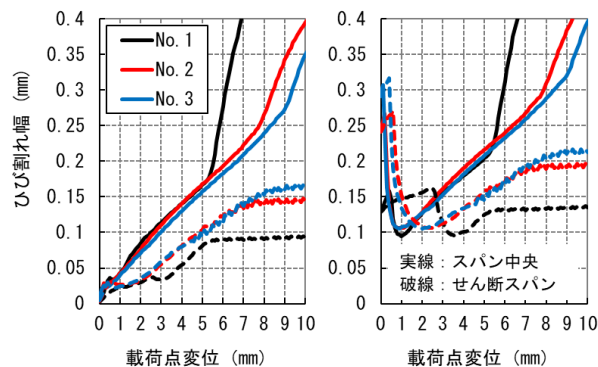


図-18 ひび割れ間隔－荷点変位関係



(a) ε'_{csd} を考慮しない (b) $\varepsilon'_{csd}=350\mu$ を仮定
図-19 ひび割れ幅－荷点変位関係

ている。図より、定常ひび割れ状態に至る荷点変位 3mm 程度までの範囲でひび割れ間隔が大きいことによる影響は、鉄筋のひずみが小さいためひび割れ幅には殆ど表れていない。スパン中央の位置においては鉄筋降伏に伴いひび割れ幅の急増が見られる。一方、ひび割れ幅の算出に用いる平均ひずみの解析結果に式(1)にあるコンクリートの収縮およびクリープ等の影響を考慮するひずみ ε'_{csd} として 350 μ を仮定して加算した結果を図-19(b)に示す。図は、コンクリートの収縮等の影響を考慮した場合に、定常ひび割れ状態に至るまではひび割れ間隔が広いことによる影響が顕著に表れることを示唆している。

5. まとめ

本検討では、使用状態の構造物を対象とした非線形有限要素解析においてひび割れ幅の算出に用いることを想定して、鉄筋とコンクリート間の付着応力－すべり－鉄筋ひずみ関係式(τ - s - ε 式)を用いて、鉄筋軸方向のひずみの増加に対する初期ひび割れ状態から定常ひび割れ状態にわたるひび割れ間隔の変化の算出を試みた。

その算出結果と両引き試験結果との比較から、限られた比較検証ではあるものの、ひずみの増加に伴うひび割れ間隔の変化を求められる可能性が示された。また、試

算結果を非線形有限要素解析の解析事例に適用したところ、コンクリートの収縮等を考慮した場合に、変形の小さな段階においてひび割れ間隔が広いことによる影響がひび割れ幅に顕著に表れることを確認した。

今後は、更なる実験結果との比較検証を行う。また、コンクリート強度や鉄筋径、かぶり厚等を変数とした試算を進めるとともに、コンクリートの収縮・クリープ等による影響の取扱いについて検討したい。

謝辞

本検討にあたり、土木学会コンクリート委員会 部材詳細の設計と照査に関する研究小委員会（委員長：中村光教授（名古屋大学））の委員の皆様より、貴重なご意見を頂きました。この場を借りて、深謝の意を表します。

参考文献

- 1) 土木学会：2022 年制定 コンクリート標準示方書設計編，2023
- 2) 土木学会原子力土木委員会 地中構造物の耐震性能照査高度化小委員会：原子力発電所屋外土木構造物の耐震性能照査指針，2021.
- 3) 国土交通省鉄道局監修 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説（コンクリート構造物），第Ⅲ編 コンクリート構造，丸善，2023.
- 4) 角田与史雄：鉄筋コンクリートの最大ひび割れ幅，コンクリート・ジャーナル，Vol.8, No.9, pp.1-10, 1970.
- 5) 趙唯堅，丸山久一：鉄筋コンクリートはりの曲げひび割れ幅算定式の再評価，土木学会論文集，No.490/V-23, pp.147-156, 1994.
- 6) 島弘，周礼良，岡村甫：マッシュなコンクリートに埋め込まれた異形鉄筋の付着応力－すべり－ひずみ関係，土木学会論文集，第378号，V-6, pp.165-174, 1987.
- 7) 飯塚敬一，檜貝勇，斉藤成彦，高橋良輔：かぶり厚の影響を考慮した異形鉄筋の付着応力－すべり－ひずみ関係，土木学会論文集 E2（材料・コンクリート構造），Vol.67, No.2, pp.280-296, 2011.
- 8) 高橋正典，島弘：ひび割れ近傍における鉄筋とコンクリートの付着力の低下，コンクリート工学年次論文集，Vol.31, No.2, pp.643-648, 2009.
- 9) 十川貴行，曾我部直樹，平陽兵：残留ひび割れ幅に基づく RC 部材の損傷度評価に関する基礎的検討，コンクリート工学年次論文集，Vol.45, No.2, pp.211-216, 2023.
- 10) 井川寛隆，太田圭一，葛西時雄，山口功，村山英晶，影山和郎：OFDR を用いた長ゲージ FBG による分布計測の研究，日本機械学会論文集（A 編），72 巻 724 号，pp.102-110, 2006.