

論文 ニューラルネットワークを用いた打音による鉄筋腐食判定結果に及ぼすデータセットにおける衝撃力の整合性の影響

福井 智大*1・黒田 一郎*2

要旨: 本研究は、ニューラルネットワークを用いた鉄筋腐食の打音判定において判定対象であるテストデータとハンマの衝撃力が整合しない教師データの混入が判定結果に及ぼす影響について検討を行ったものである。RC 供試体を対象に打音データを収集し、学習過程において陰性の教師データセットに判定対象よりもハンマの衝撃力が弱いデータを段階的に混入させた場合の影響について考察した。その結果、衝撃力の弱いデータの少数の混入によって、真陰性率が低下し偽陽性の判定が増加する傾向を確認した。また、混入データとテストデータ間の衝撃力の差が大きい場合にその傾向が顕著となることがわかった。

キーワード: 非破壊検査, 打音, 衝撃力, 鉄筋腐食, ニューラルネットワーク, 教師データ

1. はじめに

近年、高度経済成長期に建設された RC 構造物の老朽化が問題視されており、維持管理に関する関心が急速に高まっている。RC 構造物の代表的な劣化の一つとして鉄筋腐食が挙げられ、予算や人員、時間などに制約がある中で適時適切な対策を施すためには、できるだけ早期に腐食性状を把握することが重要である。

間接的ではあるものの、非破壊で簡便に行える鉄筋腐食の検知手法の一つに打音検査がある。打音検査は従来、聴覚による技能的な手法が主流であったが、近年では機械学習の活用を試みる研究^(例えば 1)~4)が多くなされており、その技術は着実に進歩している。これらの多くは、学習器の適用性やモデルの向上を主眼としており、質の良いデータセットの取得を前提としている。しかしながら、実用性を考慮すると、打撃条件や検査対象の状態、周囲の環境など様々な要因によってテストデータとの整合性という観点で質の悪いデータを意図せずに取り込んでしまうことが想定される。今後の打音検査技術の更なる発展に向けた観点からも、データの質を考慮した検討は重要であることから、これまでに著者らは、データ収集時の打撃条件の違いによるデータの不均一さに着目し、ニューラルネットワークを用いた鉄筋腐食判定結果に及ぼす影響について検討を行ってきた^{5,6)}。これらの検討は、教師データセットとテストデータセットの打撃条件を全く別の条件とした極端な状況を想定したものであり、これらをより深化させる上では、両データセット間の一部のデータのみ打撃条件が異なる場合など、現実的に生じやすい状況での更なる検討が必要である。

そこで本研究では、実際の検査時には打撃が管理されているものの、事前の教師データの収集段階では打撃が管理されていない状況を想定し、ニューラルネットワー

クモデルを用いた打音による鉄筋腐食判定において、テストデータとは打撃条件が異なる教師データの混入が判定結果に及ぼす影響について調べるため、教師データセットに判定対象よりもハンマの衝撃力が弱いデータを段階的に混入させた場合について検討を行った。なお、教師データの収集段階では、陽性（鉄筋腐食有り）データに比べて、陰性（鉄筋腐食無し）データの収集が容易であることから収集機会が多くなることを想定し、衝撃力の弱いデータを混入させる対象としては、陰性の教師データセットを設定した。

2. 実験概要

2.1 供試体

図-1 に供試体の寸法および配筋、表-1 にコンクリートの示方配合を示す。供試体は、RC 壁の一部を模した形状の寸法 300×300×160 mm の矩形で、内部には D13 (SD295A) 鉄筋が 39 mm のあきで 5 本平行に、かぶり

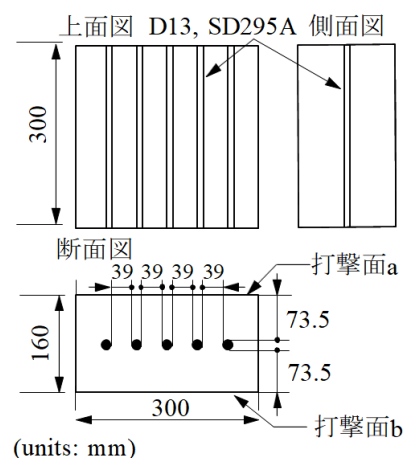


図-1 供試体の寸法および配筋

*1 防衛大学校 理工学研究科後期課程 (学生会員)

*2 防衛大学校 システム工学群建設環境工学科教授 博(工) (正会員)

表-1 コンクリートの示方配合

粗骨材 最大寸法 G_{max} (mm)	水セメント比 W/C (%)	空気量 (%)	単位量 (kg/m ³)				
			水 W	セメント C	細骨材 S	粗骨材 G	AE剤 A
20	60	3.0	175	292	680	1060	3.5

表-2 ハンマの最大衝撃力 P_{max} の階級とハンマの仕様

P_{max} の階級	P_{max} の範囲 (N)	ハンマの仕様	
		質量 (g)	感度 (mV/N)
弱 : Soft	500 ~ 1000		
中 : Middle	1000 ~ 1500	160	2.27
強 : Hard	1500 ~ 2000		

が両表面で同じになるよう配筋されている。かぶり厚は 73.5 mm である。供試体の寸法および配筋の決定にあたっては、ひび割れや錆汁が表面上に観察されない場合や、ひび割れや錆汁が発見しづらい面にアクセスできる表面が限定された状況での鉄筋腐食の有無の判定を再現することを目的として、後述の電食後においても表面上の錆汁や腐食ひび割れの発生を防ぐ観点から、かぶり厚を大きめに設定した。また、後述の打音データの収集においても、できるだけ多くのデータを収集する観点から、どちらの表面も同じ条件の打撃面として設定するため、両表面でかぶり厚が同じになるよう配筋している。この供試体を 4 体作製し、1 か月の水中養生を行った。なお、材齢 28 日での圧縮強度は 35.4 N/mm²であった。

鉄筋の腐食は電食によって行った。目標腐食率は 1%、3% に設定し、通電時間は既往の研究を参考に設定した。なお、本研究においては最終的な鉄筋の実腐食率の測定を行っていないが、同一の手法で、同一の配合、かぶり、鉄筋を用いた電食によって目標腐食率に対して ±2 割以内の誤差の実腐食率が得られることを確認している。電食の結果、前述の狙い通り、いずれの供試体においても目標腐食率 1% 到達時、3% 到達時ともに、供試体両表面 (図-1 の打撃面 a, b) には錆汁や腐食ひび割れは観察されなかった。

2.2 打音データの収集

打撃は、片面ずつ (図-1 の打撃面 a, b)、インパクトハンマ (重さ 160 g, 感度 2.27 mV/N, 最大衝撃力約 4400 N) を用いて行った。打撃位置は、供試体と実構造物の寸法の違いによる境界の影響を取り除くため、各表面の中央 (60 mm × 60 mm) に範囲を限定した。また、支持条件による影響も取り除くため、供試体と床面の間に厚さ 60 mm の発泡スチロールを敷き詰め、床面に静置した状態で打撃を行った。打音は、打撃位置の直上 300 mm の位置に設置したマイクロフォン (感度 45.76 mV/Pa, 最大音

表-3 データ区分

区分	収録時期	鉄筋腐食の有無 (陽性・陰性)	P_{max} の階級 (表-2)
N_S	電食前	鉄筋腐食無し (陰性)	弱 : Soft
N_M			中 : Middle
N_H			強 : Hard
C_1	目標腐食率 1% 到達時	鉄筋腐食有り (陽性)	強 : Hard
C_3	目標腐食率 3% 到達時		

圧容量 109 Pa) によって収録し、マイクロフォンから電圧として出力された音圧を、サンプリング速度毎秒 10 万回のデータロガーで A/D 変換し音圧時刻歴として記録した。本研究ではサンプル長さを打撃時の余韻を含ませた 40 ms とした。

打音データの収集は、電食前と各目標腐食率到達後に行った。本研究では、陰性の教師データセットへの衝撃力の弱いデータの混入の影響を調べることを目的としており、ハンマの衝撃力を管理するため、打撃時の衝撃力の時刻歴波形のピーク値を最大衝撃力 P_{max} と定義し、これを弱 : Soft, 中 : Middle, 強 : Hard からなる 3 階級に分類し打撃を行った (表-2)。なお、手動のハンマ打撃であることを考慮し、階級ごとに P_{max} の範囲は 500 N の幅を持たせている。陰性 (鉄筋腐食無し) データ収集時 (電食前) には、それぞれの階級の打音データを収集し、陽性 (鉄筋腐食有り) データの収集時 (各目標腐食率到達後) には、階級「強 : Hard」の打音データを収集した。

表-3 に示すとおり、陰性データは P_{max} の階級の違いによって、 N_S , N_M , N_H からなる三つの区分に、陽性データは目標腐食率の違いによって、 C_1 , C_3 からなる二つの区分に分けられる。陰性データの収集時には各区分で供試体 1 体につき 200 個 (各打撃面 100 個ずつ)、陽性データは 100 個 (各打撃面 50 個ずつ) のデータを収集した。そのため、陰性データは各区分 800 個、陽性データは各区分 400 個で構成される。

2.3 ニューラルネットワークによる鉄筋腐食判定

(1) ニューラルネットワークモデル

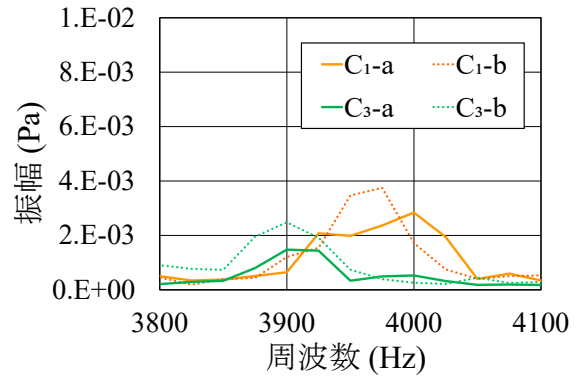
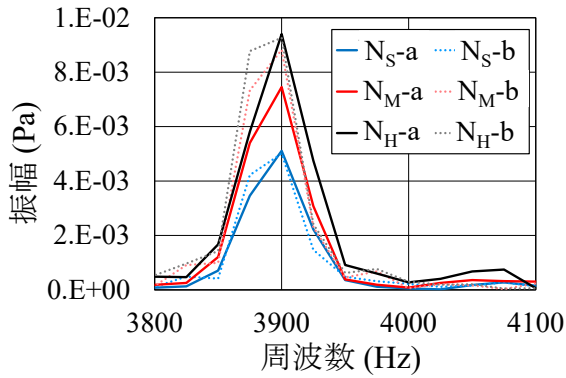
本研究は実験室レベルでのサンプル収集であり学習に使用できるデータサンプル数に制約があるため、中間層 1 層の最小構成のニューラルネットワークモデルを採用した。なお、中間層のノード数は 8、エポック数は 10 ~ 1000 までの 7 段階とした。

学習方法には、誤差逆伝播法および勾配降下法を採用し、活性化関数には標準シグモイド関数を用いた。

(2) 特徴量

収録した音圧時刻歴を離散フーリエ変換によって振幅スペクトル (以下、スペクトル) に変換した。窓関数には Hann 窓を採用した。

スペクトルの周波数分解能は 25 Hz である。本研究で



(a) 区分 N_S , N_M , N_H (No.1 供試体, 打撃面 a, b)

(b) 区分 C_1 , C_3 (No.1 供試体, 打撃面 a, b)

図-2 スペクトルの一例

表-4 判定条件

判定条件の名称	テストデータセット				教師データセット					試行数	
	データ区分 (表-3)	データ数			データ区分 (表-3)	N_S or N_M 混入率	データ数				
		N_H	C_1	C_3			N_H	N_S or N_M	C_1		C_3
C_1-0	陰性: N_H 陽性: C_1	50	-	陰性: N_H 陽性: C_1	陰性: N_H	0%	100	0	50	-	打撃面a 打撃面b 各6
C_1-10N_S or N_M					陽性: C_1	10%	90	10			
C_1-20N_S or N_M					陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	20%	80	20			
C_1-30N_S or N_M					陽性: C_1	30%	70	30			
C_1-40N_S or N_M					陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	40%	60	40			
C_1-50N_S or N_M					陽性: C_1	50%	50	50			
C_1-60N_S or N_M					陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	60%	40	60			
C_1-70N_S or N_M					陽性: C_1	70%	30	70			
C_1-80N_S or N_M					陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	80%	20	80			
C_1-90N_S or N_M					陽性: C_1	90%	10	90			
C_1-100N_S or N_M					陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	100%	0	100			
C_3-0					陰性: N_H 陽性: C_3	-	50	陰性: N_H 陽性: C_3			
C_3-10N_S or N_M	陽性: C_3	10%	90	10							
C_3-20N_S or N_M	陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	20%	80	20							
C_3-30N_S or N_M	陽性: C_3	30%	70	30							
C_3-40N_S or N_M	陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	40%	60	40							
C_3-50N_S or N_M	陽性: C_3	50%	50	50							
C_3-60N_S or N_M	陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	60%	40	60							
C_3-70N_S or N_M	陽性: C_3	70%	30	70							
C_3-80N_S or N_M	陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	80%	20	80							
C_3-90N_S or N_M	陽性: C_3	90%	10	90							
C_3-100N_S or N_M	陰性: $N_H + N_S$ or N_M (混入)	100%	0	100							

は特徴量として用いるスペクトルの周波数範囲を振幅のピークの波形が観察された 3800~4100 Hz に設定し、13 次のベクトルデータの特徴量として使用した。ここで一例として、図-2(a), (b) に各区分(表-3)のスペクトル波形を示す。陰性データの波形は、いずれの区分も 3900 Hz でピークをとっており、ハンマの衝撃力が弱いほど、振幅が小さくなる傾向を示している(図-2(a))。一方、図-2(b)に示す陽性データの波形は、陰性データに比べて振幅が著しく小さくなっており、区分 C_1 に比べて腐食が進行した区分 C_3 の振幅がより小さくなっていること

がわかる。なお、いずれの波形も打撃面の違いによる顕著な差異は認められない。

(3) 教師データセットとテストデータセット

一回の判定では、学習に用いる教師データセットを陰性データ 100 個、陽性データ 50 個とし、検証のためのテストデータセットは陰性、陽性データともに 50 個とした。なお、本研究では陰性のテストデータセットのデータ区分は N_H とし、同じく区分 N_H で占められる陰性の教師データセットに、 P_{max} の階級が異なる区分 N_S , N_M を 10%~100%までの 10 段階で混入させたデータセットを

作成した。選択元のデータ群は、2.2節で前述の通り、陰性データ各区分800個、陽性データ各区分400個であり、特に区分 N_H 、 C_1 、 C_3 の選択にあたってはData Leakageを避ける観点から、教師データとテストデータ間の重複を避けた上で無作為に選択した。

(4) テストデータの判定・評価方法

鉄筋腐食の有無は、出力値の大ききで判定を行った。出力値は標準シグモイド関数の値であるため、0.0~1.0の範囲の値となる。学習過程においては、鉄筋腐食有りの教師データには1.0を、無しの教師データには0.0を設定し、テストデータの判定の際には、0.5以上を鉄筋腐食有り、0.5未満を無しと判定した。

判定結果は、鉄筋腐食有りと判定する推定陽性と、鉄筋腐食無しと判定する推定陰性の二つである。100個のテストデータはすべてどちらかに判定されるが、これらの推定陽性および推定陰性は、必ずしも実際の鉄筋腐食の有無と一致するわけではなく誤診が想定される。そのためテストデータは、真陽性、偽陽性、偽陰性、真陰性のいずれかに分類される。評価指標には真陽性率、真陰性率を採用した。

2.4 判定条件

本研究では、陰性の教師データセットに判定対象のテストデータよりも衝撃力の弱いデータが混入した場合の判定結果への影響について検討を行った。鉄筋腐食の初期段階である腐食率1%と腐食率3%の判定を軸とし、表-4に示すとおり、区分 N_H で占められる陰性の教師データセット(計100個)に衝撃力の弱い区分 N_S または N_M を10%から100%まで10%刻みで混入させた条件の判定と、比較対象として区分 N_S または N_M が混入していない(混入率0%)条件の判定を行った。混入率を極端に100%とした条件は、著者らのこれまでの研究においても題材として扱い判定結果に及ぼす悪影響を指摘してきた⁵⁾⁶⁾。現場への適用においては、教師データの P_{max} の階級がすべて異なるのではなく、いずれかの割合で混入することを想定すべきと考えて、本研究では10%から100%の範囲で混入率を設定して検討することとした。

ニューラルネットワークモデルの性能評価には交差確認法を採用し、各判定条件において12回試行した。

3. 判定結果

3.1 区分 N_H 、 C_1 (腐食率1%)の判定

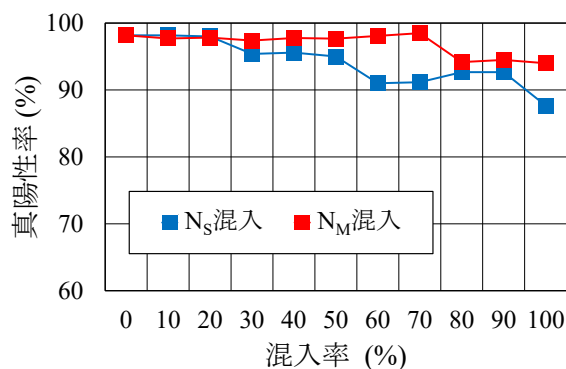
図-3に、極初期段階(腐食率1%)の鉄筋腐食判定を指すテストデータの区分 N_H 、 C_1 (表-3)の判定において、区分 N_H で占める陰性の教師データセットに衝撃力の弱い区分 N_S または N_M を混入させた場合の判定結果を示す。なお、以下で示す各図の結果はすべて試行12回分の平均値であり、エポック数は真陽性率、真陰性率の各

値が最大となる数とした。

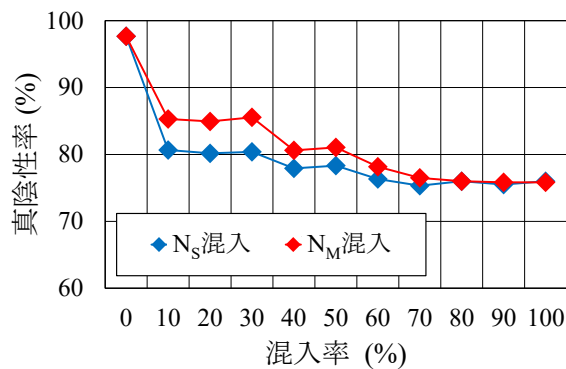
まず、図-3(a)に示す真陽性率を見ると、区分 N_S を混入させた場合には混入率50%、区分 N_M の場合には混入率70%まで、理想的な条件である C_1 -0(表-4、図中の混入率0%)と同等の値で推移しているのに対し、図-3(b)の真陰性率はいずれの条件においても混入率10%と混入が少ない段階で大幅に値を減じていることがわかる。具体的には、区分 N_M を混入させた場合には C_1 -0の結果に比べて10%強、区分 N_S を混入させた場合には20%程度も低下しており、真陽性率よりも影響が大きく、特に衝撃力がより弱い区分 N_S の混入の影響を受けやすいと言える。このことは、特徴量として用いた13次のベクトルデータ領域全体(図-2(a)のスペクトル)において、区分 N_M に比べて区分 N_S の振幅が減衰していることなどが要因として考えられる。なお、真陰性率は低下するものの、区分 N_S 、 N_M の混入率がそれぞれ30%、50%までであれば、真陽性率95%以上(C_1 -0と同等の値)、真陰性率80%以上(偽陽性の判定割合20%以内)の水準で鉄筋腐食の有無を判定可能である。

3.2 区分 N_H 、 C_3 (腐食率3%)の判定

次に、3.1節の腐食率1%よりもやや腐食が進行した段階(腐食率3%)の判定であるテストデータの区分 N_H 、 C_3 の判定において、陰性の教師データセット(区分 N_H)



(a) 真陽性率



(b) 真陰性率

図-3 区分 N_H 、 C_1 (腐食率1%)の判定結果

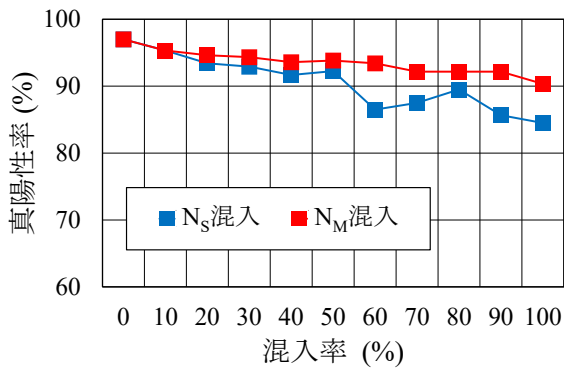
に区分 N_S , N_M を混入させた場合の判定結果を図-4 に示す。

まず、区分 N_M を混入させた場合に着目すると、前述の3.1節の腐食率1%の判定結果(図-3)に比べ値に差異はあるものの、真陽性率は混入率が増えても混入率0%の C_3-0 と近い値を維持しているのに対し、真陰性率は混入率10%の段階で大きく低下しているなど、概ね図-3と似た傾向が認められる。一方で、区分 N_S を混入させた場合を見ると、こちらも図-3と概ね同様の傾向を示しているが、真陽性率、真陰性率ともに低下の割合が増大しており、特に混入率40%以上での真陰性率の低下が顕著であることがわかる(図-4(b))。なお、腐食率3%の判定においては、区分 N_S , N_M の混入率がそれぞれ30%、60%までであれば、真陽性率90%以上(C_3-0 と同等の値)、真陰性率80%以上で鉄筋腐食の有無を判定可能である。

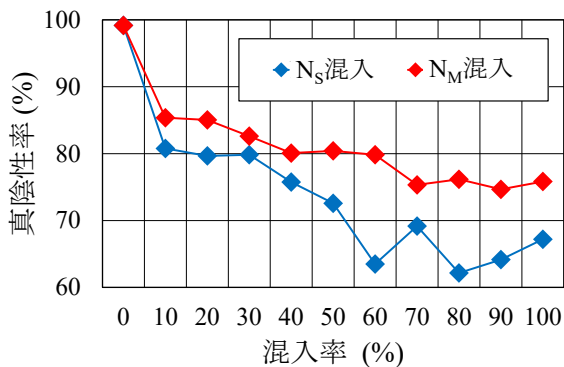
以上のことから、初期段階の鉄筋腐食判定(本研究では腐食率1%、3%を対象)においては、陰性の教師データセットへのテストデータよりも衝撃力の弱いデータの少数の混入によって、真陰性率が低下し、偽陽性の判定が増加してしまう傾向を確認した。また、その傾向は混入したデータとテストデータ間の衝撃力の差が大きい条件でより顕著となり、腐食が進行すると更にその影響が

強まることも確認した。なお、真陰性率の低下の割合は、混入率によって変化することがわかった。一方で、陰性の教師データセットに衝撃力の弱いデータが混入しても真陽性率は低下の割合が小さく、比較的高い値を維持することがわかった。すなわち、偽陽性の判定割合は増えるものの、危険側の偽陰性の判定割合は少ないということを示し、このことはスクリーニングを目的とした1次検査において鉄筋腐食の発生を見逃さないという観点からは重要な点である反面、偽陽性の判定割合が増えることで本来不要な2次検査の所要が発生するなど、維持管理業務の効率性が損なわれる点が懸念される。

よって1次検査においては真陽性率、真陰性率ともに高いことが理想的であり、そのためにはデータ収集時に教師データとテストデータ間のハンマの衝撃力を同程度に揃えることが望ましく、データ収集時の打撃の管理・記録が重要であると言える。なお、両データ間のハンマの衝撃力が異なる場合でも、混入率によってはある程度真陰性率が得られる可能性があり、本研究の条件下では衝撃力の差が小さい場合、混入率が10%~30%程度で約85%、混入率が40%~60%程度で約80%の真陰性率が得られた(衝撃力の差が大きい場合は混入率10%~30%程度で真陰性率が約80%)。

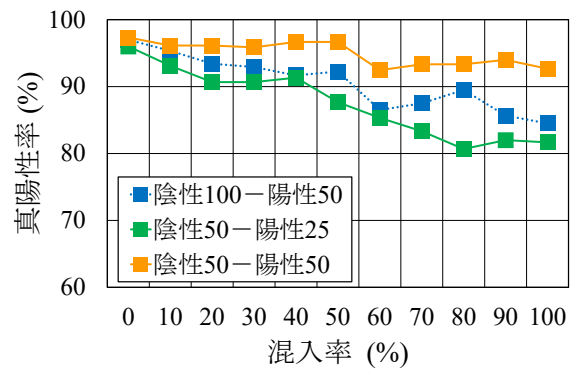


(a) 真陽性率

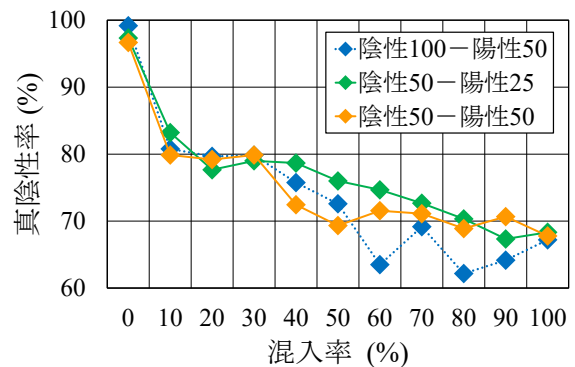


(b) 真陰性率

図-4 区分 N_H , C_3 (腐食率3%) の判定結果



(a) 真陽性率



(b) 真陰性率

図-5 教師データ数を変化させた場合の判定結果 (区分 N_H , C_3 (腐食率3%) の判定, N_S 混入)

3.3 教師データ数、陰性・陽性データ数の比率の影響

ここまでは、区分 N_H , C_1 および区分 N_H , C_3 の判定において、区分 N_H で占める陰性の教師データセットに衝撃力の弱い区分 N_S または N_M を混入させた場合の影響について検討を行ってきた。これらの検討は陰性の教師データ数を 100 個、陽性の教師データ数を 50 個に固定したものであり、教師データ数や陰性、陽性の教師データ数の比率の影響を受ける可能性を有している。そこで、本節ではこれらの影響について調べるため、限定的ではあるがこれまでの検討で特に強い影響が認められた区分 N_H , C_3 の判定における陰性の教師データセットに区分 N_S を混入させた条件 (3.2 節) を対象として、データ数を半数にした教師データセット (陰性: 50 個, 陽性: 25 個) と、陰性、陽性の比率を同一にした教師データセット (陰性: 50 個, 陽性: 50 個) を用いて同様の検討を行った。

図-5 に、これらの判定結果を示す。なお、図中には比較対象として、3.2 節での結果 (図-4 中の N_S 混入, 陰性: 100 個, 陽性: 50 個) も載せた。図より、いずれの条件においても、区分 N_S の混入率が増えるにつれて各指標で値が低下しており、3.2 節の陰性: 100 個, 陽性: 50 個の教師データセットを用いた場合と概ね同様の傾向が認められる。図-5(a) の真陽性率の値に着目すると、教師データ数を半数にした条件 (陰性: 50 個, 陽性: 25 個) では、陰性: 100 個, 陽性: 50 個の条件の結果に比べて低下の度合いがやや大きくなっており、一方の陰性、陽性の比率を同一にした条件 (陰性: 50 個, 陽性: 50 個) では、反対に低下の度合いが小さく、区分 N_S の混入率が増えても高い値が得られていることがわかる。

ここでの検討も未だ判定対象やデータ数、データ比率が限定的であり、更なる検討は必要であるものの、上記の結果より、教師データ数や陰性、陽性の教師データ数の比率を変化させた場合でも 3.2 節で得られた結果と概ね同様の傾向が認められた。

4. まとめ

本研究は、ニューラルネットワークモデルを用いた打音による鉄筋腐食判定において、陰性の教師データセットにテストデータよりも衝撃力の弱いデータを混入させた場合の判定結果に及ぼす影響について検討を行ったものである。

本研究によって、初期段階の鉄筋腐食 (腐食率 1%, 3%) 判定においては、陰性の教師データセットへのテ

ストデータよりも衝撃力の弱いデータの少数の混入によって、真陰性率が低下傾向を示すことを明らかにした。この際、混入データとテストデータ間の衝撃力の差が大きい場合にその傾向は顕著となり、腐食が進行した段階 (腐食率 3%) での判定では更に傾向が強くなった。また、真陰性率の低下の度合いは、混入率によって変化することを確認した。

これらの結果より、データ収集時には教師データとテストデータ間のハンマの衝撃力を同程度に揃えることが望ましく、打撃の管理・記録が必要であることが示唆された。ただし、本研究は供試体の寸法をはじめ、ハンマの衝撃力や使用するデータ数など限られた条件下での検討であるため、今後、幅広い条件を考慮した更なる検討によって継続的にデータを蓄積していく必要がある。

参考文献

- 1) 佐相聡実, 勝木太, 日比野克彦: 機械学習を利用した打音法のコンクリート浮き部検出への適用性に関する基礎的研究, コンクリート構造物の非破壊検査シンポジウム論文集, Vol.6, pp.201-206, 2018.
- 2) 江本久雄, 馬場那仰, 浅野寛元, 長瀬大和: AI 手法による打音検査の浮き判定の検討, AI・データサイエンス論文集, 第 1 巻, J1 号, pp.514-521, 2020.
- 3) 竹谷晃一, 佐々木栄一, 范書舒, 伊藤裕一: 時間・周波数領域の特徴量評価とニューラルネットワークを用いた打音法の感度向上と効率化, AI・データサイエンス論文集, 第 2 巻, J2 号, pp.721-732, 2021.
- 4) 飯高優翔, 江本久雄, 馬場那仰: k 近傍法によるコンクリートの打音判定の周波数領域と周波数解像度の感度分析, AI・データサイエンス論文集, 第 2 巻, J2 号, pp.733-740, 2021.
- 5) 福井智大, 鈴木大地, 黒田一郎: ニューラルネットワークを用いた打音による腐食ひび割れ判定手法結果に及ぼす打音収録条件の影響, コンクリート工学年次論文集, Vol.44, No.1, pp.1246-1251, 2022.
- 6) 福井智大, 黒田一郎: ニューラルネットワークを用いた腐食ひび割れの打音判定における打撃条件の影響, AI・データサイエンス論文集, 第 3 巻, J2 号, pp.35-46, 2022.
- 7) 田森清美, 丸山久一, 小田川昌史, 橋本親典: 鉄筋の発錆によるコンクリートのひび割れ性状に関する基礎的研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.10, No.2, pp.505-510, 1988.