

論文 IMK モデルで倒壊限界状態を考慮した RC 骨組建物の漸増動的解析

一戸 和樹^{*1}・塩原 等^{*2}・田尻清太郎^{*3}

要旨： Ibarra-Medina-Krawinkler モデル（以下 IMK モデル）を用いて倒壊限界状態を考慮し、漸増動的解析を行うことで建物の倒壊安全余裕度を定量化することが可能になっているが、この手法の活用は未だ十分ではない。本論では IMK モデルを用いたモデル化と、漸増動的解析の実装について整理することで、本手法の活用の一助とするとともに、8 層魚骨型 RC 骨組建物群の耐震性能定量化を行い、倒壊安全余裕度に占める降伏から終局までの余裕度の割合と、倒壊安全余裕度に柱梁強度比が与える影響を明らかに出来ることを示した。

キーワード： Ibarra-Medina-Krawinkler モデル、倒壊限界状態、RC 骨組建物、漸増動的解析、耐震性能評価

1. はじめに

骨格曲線上の負勾配と繰り返しによる耐力低下を表現出来る Ibarra-Medina-Krawinkler 復元力特性モデル¹⁾（以下 IMK モデル）によって、倒壊限界状態を考慮した地震応答解析が可能となっている。また、多数の地震波を多数の入力倍率で入力して地震応答解析を行う漸増動的解析²⁾ (Incremental Dynamic Analysis; 以下 IDA) は、複数の地震動による応答のばらつきと、降伏から倒壊までの様々な限界状態を捉えることが可能で、耐震性能を直接的かつ包括的に評価出来る。FEMA P695³⁾ は、ある構造システムで作られる建物群を、IMK モデルなどでモデル化し、漸増動的解析を行うという、建物群の耐震性能の定量化手法を標準化している。

こうした手法を取り入れた研究は主にオープンソース構造計算ライブラリ OpenSees⁴⁾ を用いるなどして国内外で広く行われているが、その詳細に関する知見が乏しいことが、この手法のさらなる活用を妨げている。

本論では魚骨型 RC 骨組建物について、IMK モデルを材端ばねに用いてモデル化を行う手法と、漸増動的解析を行う手法の詳細を整理し、柱梁強度比の異なる 8 層建物 10 棟の、倒壊に関する耐震性能の定量化を行う。

2. 建物のモデル化

2.1 モデル化手法

本論では、柱とそれに取りつく梁を半スパン取り出ししてきた魚骨型骨組を用いる。また、部材も中間弾性部材の端部にバネを設けた材端ばねで表現し、柱梁接合部は剛とする。拘束条件などから、自由度は 8 層建物で 75 となった。図-1 の左に材端ばねモデルで表現される魚骨型骨組を、右に材端ばねモデル部材の模式図を示す。材端ばねモデル部材では、中間の弾性部材がモーメント分布に従って弾性変形すると共に、部材端に設けたバネで塑性変形を表現する。

梁の剛性はスラブの寄与を考慮して 2 倍に割り増し、1 階の階高は梁の図心間ではなく、スラブ面間の高さを用いた。基礎梁は材端にバネを設けず、弾性としてモデル化した。P- Δ 効果を考慮し、減衰は瞬間剛性比例型で 3% を与えた。

2.2 OpenSees によるモデル化

OpenSees⁴⁾ はオープンソースで開発されている構造解析ライブラリで、FEM や地盤との相互作用も扱うことが出来るが、今回は IMK モデルを用いた材端ばねと中間弾性部材のみを用いてモデル化を行う。

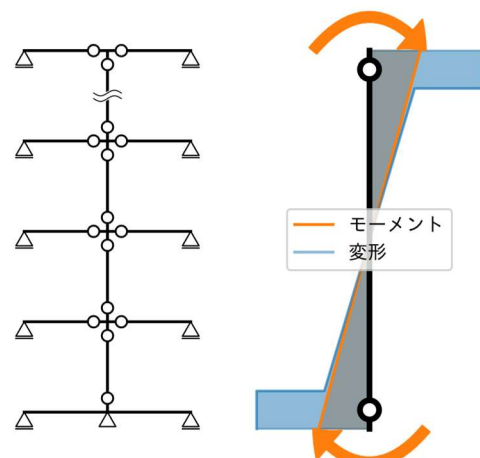


図-1 魚骨型骨組と材端ばねモデル

3. Ibarra-Medina-Krawinkler 復元力特性モデル

3.1 復元力特性モデルの概要

IMK モデル¹⁾ は、建物の倒壊に至る挙動を再現するために Ibarra らによって提案された復元力特性モデルで、弾性、降伏後、ポストピーク、残余耐力の四折れ線の骨格曲線と、吸収エネルギーに応じて低減される降伏後耐力、ピーク後耐力、除荷剛性、再載荷剛性の 4 つの耐力・剛性低下、鉄骨、RC、木材など様々な部材の挙動を考慮

*1 東京大学大学院 修士課程 (学生会員)

*2 東京大学 工学系研究科 教授・工博 (正会員)

*3 東京大学 工学系研究科 准教授・博士 (工学) (正会員)

できるように、バイリニア、最大点指向、ピンチングの3つの復元力規則を持つ。主にRC部材の表現のために用いられる最大点指向型の模式図を図-2に示す。

3.2 復元力特性パラメータ

IMKモデルは復元力特性を決定するために多くの設定パラメータを必要とし、その多くは実験結果に応答性状を適合させるキャリブレーションと呼ばれる操作で求められるが、既に多くの部材実験を元にした回帰式がRC部材はHaseltonら⁵⁾によって提案されており、式(1)から(4)までのように求められる。計算には軸力比 ν 、せん断補強筋比 ρ_{sh} 、コンクリート強度 F_c が用いられる。 M_r 、 M_y 、 M_c は残余耐力、降伏耐力、終局耐力、 θ_p 、 θ_{pc} は塑性変形能力、ポストピーク変形能力、 θ_y 、 θ_{cap} 、 θ_u は降伏変形角、最大耐力時変形角、限界変形角で、それぞれ図-2に示している。 Λ は耐力低下の計算に用いる吸収可能エネルギーを計算するためのパラメータで、 Λ が大きいほど耐力低下は遅くなる⁸⁾。

$$\frac{M_c}{M_y} = 1.13 \quad (1)$$

$$\theta_p = 0.155(0.16)^\nu(0.02 + 40\rho_{sh})^{0.43}(0.54)^{0.01F_c} \quad (2)$$

$$\theta_{pc} = 0.76(0.031)^\nu(0.02 + 40\rho_{sh})^{1.02} \leq 0.10 \quad (3)$$

$$\Lambda = 30(0.3)^\nu\theta_p \quad (4)$$

3.3 材端ばねモデルへの適用 初期剛性

Ibarra⁶⁾は中間弾性部材と材端ばねの和が初期剛性となるように1:nで剛性を振り分ける方法を用いているが、本論では中間弾性部材にはひび割れ前剛性を与え、降伏剛性がそれと材端ばねの和によって表現されるように剛性を与えた。中間弾性部材の剛性を k^{bc} 、剛性低下率を α とすると、部材全体の剛性 k^m と材端ばねの剛性 k^s は式(5)、(6)の通りになる。また剛性低下率 α は、ASCE41-13⁷⁾に従って、式(7)のように与えた。 ν は軸力比とする。

$$k^m = \alpha k^{bc} \quad (5)$$

$$k^s = \frac{\alpha}{1-\alpha} k^{bc} \quad (6)$$

$$\alpha = 0.3 + (\nu - 0.1) \text{ ただし, } 0.3 < \alpha < 0.7 \quad (7)$$

3.4 材端ばねモデルへの適用 変形能力

部材の変形を中間弾性部材の変形と材端ばねの変形の和として表現すると、図-3に示した関係が成り立つので、式(8)-(11)を用いて部材の変形性能をバネの変形性能に変換する。吸収可能エネルギーパラメータ Λ も置き換える必要があるが、降伏後とポストピークで対応関係が違ふこと、除荷剛性と再載荷剛性の低下は材端ばねの調節でうまく表現出来ないことを鑑みて、本論では省略し、部材のパラメータをそのままばねに適用した。

$$\theta_y^{bc} = \frac{M_y}{k^{bc}} \quad (8)$$

$$\theta_{cap}^{bc} = \frac{M_c}{k^{bc}} \quad (9)$$

$$\theta_p^s = \theta_p^m + \theta_y^{bc} - \theta_{cap}^{bc} \quad (10)$$

$$\theta_{pc}^s = \theta_{pc}^m + \theta_{cap}^{bc} \quad (11)$$

3.5 OpenSees における IMK モデル

OpenSees には3世代のIMKモデルが存在するが、Elkadyらによる最新のIMKPeakOriented要素を用いた。この要素は、先代のModIMKPeakOriented, ModIMKPeakOriented02に対して、収束性が改善されている⁸⁾。一方で漸増動的解析は、不安定な倒壊近傍で多数の地震応答解析を行うことと、IDA曲線の連続性からバグを発見しやすいことが相まって非常にバグに敏感であり、今回も当初は倒壊近傍で不安定になることが観察されたので、除荷の判定と再載荷の終了の判定を中心にデバッグを行ったモデル⁹⁾を用いて解析を行った。

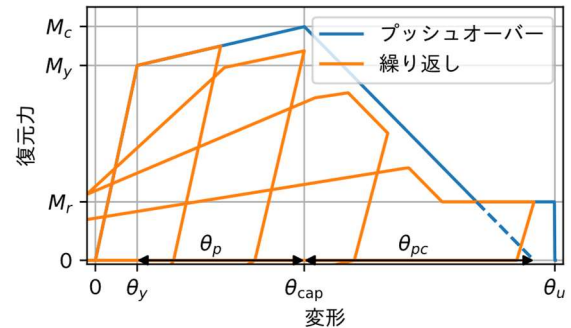


図-2 Ibarra-Medina-Krawinkler モデル

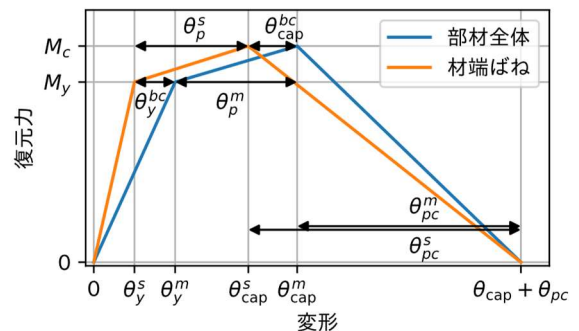


図-3 部材の変形性能と材端ばねの変形性能

4. 漸増動的解析

4.1 概要

漸増動的解析²⁾は、プッシュオーバー解析や等価線形化法で求められるような荷重と変形の関係を、動的荷重に対しても求めることを目的としてVamvatsikosらによってまとめられたもので、多数の入力倍率で地震応答解析を行うことで、弾性域から倒壊に至るまでの幅広い応答を捉えると共に、複数の地震動を用いて、地震動によるばらつきを捉えることも意図されている。

4.2 地震強さ IM と応答変形 DM・応答工学量 EDP

縦軸に地震強さ IM, 横軸に応答変形 DM, もしくは応答工学量 EDP を取り, 各解析での応答をプロットすることで「IDA 曲線」を描くことが出来て, プッシュオーバー曲線と比較することが可能になる。地震強さ IM には, 地震動の入力倍率や, 弾性応答加速度, 最大地動加速度などが考えられ, 応答変形 DM と応答工学量 EDP には, 最大層間変形角や, 残留層間変形角, 塑性率などが考えられる。ある地震動で, 8 層建物の地震強さ IM を入力倍率, 応答変形 DM を各層の最大層間変形角とした IDA 曲線を図-4 に示す。プッシュオーバー解析でのベースシアと各層変形角の関係も破線で示した。ここでベースシアは建物の質量と, 建物の固有周期での地震動の応答加速度で除して入力倍率と同じ次元の値としている。両曲線で同じ色は同じ層の応答を示す。最終的に一部の層の応答変形 DM が急激に増加し, 倒壊したと判断できる。

4.3 IDA アルゴリズム

IDA で入力倍率を決定するアルゴリズムに重要なのは, 1. 高速なこと, 2. 必要な精度を確保すること, 3. バグに過敏でないこと, 4. Structural Resurrection²⁾に伴う過大評価をしないこと, の4つである。

このために「繰り返しローラー」と呼ぶアルゴリズムを考える。探索開始入力倍率 a_{init}^0 から入力刻み da_0 で入力倍率を漸増し, 建物が n_{col} 回倒壊に至ったら, それまでに倒壊に至った最小の入力倍率 a_T を元にした再探索開始入力倍率 a_{init}^k に戻り, 入力刻みを da_1 に小さくして, また漸増させる。

初めは粗い刻みで探索することで高速化を図り, 関心の中心となる倒壊近傍で刻みを小さくすることで必要な精度を確保する。また, 1 回ではなく複数回の倒壊をもって次のサイクルに移ることでバグによる倒壊に過敏にならず, それまでに倒壊した最も小さい入力倍率のさらに下に戻ることで, 一度倒壊に至っても, より大きな入力倍率では揺り戻しによって倒壊に至らない現象 (Structural Resurrection) による過大評価をせずに済む。

本論ではこれを3回繰り返して最小で 1/1000 倍まで調べた。本論で用いた設定は表-1 の通りである。倒壊に限らず弾性域から倒壊に至るまでの広い範囲に関心があったために初期倍率刻み da_0 は小さく, IMKPeakOriented 要素のデバッグを行った後は不安定な挙動はほとんどなくなったので n_{col} も小さく, 初期倍率刻み da_0 を小さくしたことで Structural Resurrection は十分に発見できていると考え, 再探索開始入力倍率 a_{init}^k は大きくした。

4.4 収束

負勾配を含む解析は不安定で収束に至りづらい。このことは多数の解析を行う漸増動的解析では問題になるので, Haselton らが "Try Everything" Approach¹⁰⁾ を提案して

いる。これは収束しなかった場合にまず収束アルゴリズムを変更し, 次に時間刻みを小さくし, 最後に収束条件を緩和して再計算するもので, それでも収束しなければエラーを返す。本論では収束アルゴリズムはまず Newton を用い, 順に NewtonLineSearch, BFGS を用いた。時間刻みは 10^{-3} 秒を基本とし, 10^{-4} 秒刻みで 10^{-4} 秒まで小さくした。収束条件は変位増分のノルムが 10^{-8} m より小さくなるのを基本とし, 10 倍ずつ 10^{-4} m まで緩和した。その結果 26682 回の地震応答解析全てで収束した。

4.5 倒壊

建物が倒壊して剛性を失うと収束しなくなるので, これを問題のある収束と区別するために, 建物が倒壊したらそこで計算を打ち切った。倒壊は, 連続した異なる変位で復元力がどちらも 0 となった, 壊れた材端ばねの組み合わせが崩壊機構を形成していることを, 簡易的な剛性マトリクスを構成し, 固有値を用いて判定を行った。

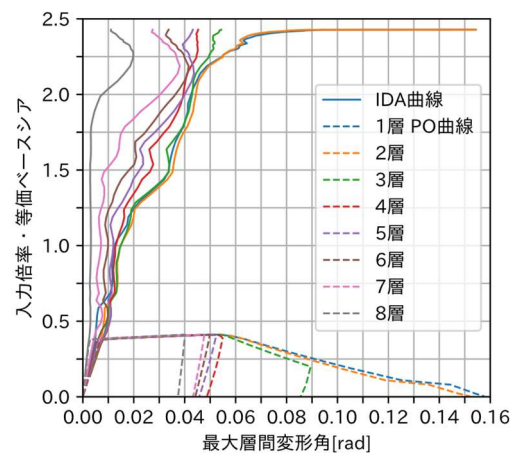


図-4 IDA 曲線の一例

表-1 各サイクルの初期倍率と倍率刻み

a_{init}^0	a_{init}^1	a_{init}^2	da_0	da_1	da_2	n_{col}
0.10	$0.90a_T$	$0.99a_T$	0.05	0.01	0.001	4

5. 解析対象建物の設計

5.1 概要

解析対象建物として, 保有水平耐力計算¹¹⁾で各層の D_s が 0.3 の場合の耐震規定を満たす強度と靱性を有する RC 魚骨型骨組の略設計を行った。ベースシア係数 0.3 の Ai 分布の外力で弾性解析を行い, 各部材端に生じる曲げモーメントを算出し, それと設定した柱梁強度比を元に各部材端に与える強度を決定し, さらにメカニズム時のせん断力に対して保証設計を行うことでせん断補強筋量を決定し, それらから各材端ばねの復元力特性パラメータを決定した。弾性解析では ACI¹²⁾の剛性低下率を用いた。

5.2 層数・柱梁強度比・柱せい

建物は層数、柱梁強度比、柱せいで区別される。層数は8層、柱梁強度比は0.9、1.2、1.5、1.8の4種類とし、柱せいは梁せいと梁幅を変えて設計クライテリアを満たすものを1~4つ選択した。柱梁強度比は降伏強度での比を目標に設計し、終局強度での比はその92~98%となった。

5.3 設計クライテリア

設計クライテリアは、部材種別がFAとなること、必要保有水平耐力を満たすこと、柱梁強度比1.0以上の建物では全体降伏形となることを確認し、加えて表-2に示した一次設計と鉄筋量の条件を確認した。

5.4 建物・部材の寸法

建物寸法は、梁長さを6.0m、階高を梁せいに2.5mを加えたものとし、各層の重量を360kNとした。

部材寸法は、50mm刻みで与え、以下の通りとした。柱せいは全層共通で、500mmから1000mmの間とした。柱幅は1層で柱せいに等しく、4層で50mm遁減させた。梁せいはみな等しく、400mmから1000mmの間とし、設計可能な中で最も小さいものとした。梁幅は柱幅より50mm以上小さく、最小で350mmとし、かつ4層で50mm遁減させ、設計可能な中で最も小さいものとした。基礎梁は、幅は1階梁と等しく、せいは1階梁の3倍とした。

5.5 材料強度

コンクリートの圧縮強度は、最上層を24MPaとして、2層ごとに3MPa増加させ、最大で36MPaとした。主筋の降伏点は345MPaを基本とし、主筋比が過大となる場合は390MPaとした。せん断補強筋強度は295MPaを基本とし、補強筋比が過大となる場合は345MPaとした。

5.6 主筋量

ヒンジが形成される部分には、解析で生じた曲げモーメントと等しくなるように強度を与えた。ただし最上層の柱頭は、少なくとも表2に示した最小鉄筋比を満たすように与え、柱梁強度比0.9の建物では接合部上下の主筋断面積のうち大きな方を、接合部の上下両方に与えた。

柱梁強度比0.9では柱に与えた強度の和を柱梁強度比で除して梁に強度を与え、柱梁強度比1.0以上では、梁に与えた強度に柱梁強度比を乗じて、主筋断面積が接合部の上下で等しくなるように、柱に強度を与えた。最上層の梁には柱の強度の1.2倍となるか、最小引張鉄筋比を満たすように強度を与えた。基礎梁は弾性とする。

5.7 せん断補強筋量

せん断補強筋量は、荒川 Mean 式¹⁾で計算したせん断強度がメカニズム時に部材に生じる力と等しくなるか、0.2%より大きくなるように与えた。

5.8 設計された建物の概要

以上の方法で生成された建物の、最小の梁寸法と、弾性・降伏剛性での固有周期は表-3の通りとなった。

表-2 設計クライテリア一覧

層間変形角		< 1/200
0.6 <	剛性率	
0.40% <	梁引張鉄筋比	< 1.50%
0.35% <	柱引張鉄筋比	< 1.50%
0.20% <	せん断補強筋比	< 1.20%

表-3 設計された建物の梁寸法と固有周期

8層	柱せい(mm)			
	750	800	850	900
柱梁強度比	0.9	750/500 0.60/1.08	950/350 0.56/1.01	梁せい/梁幅(mm) 弾性/降伏剛性 固有周期(s)
	1.2	750/500 0.62/1.10	—	
	1.5	750/500 0.62/1.10	700/500 0.60/1.08	900/350 0.54/0.98
	1.8	750/500 0.62/1.10	700/500 0.60/1.08	700/500 0.58/1.03

6. IDAの実行

地震応答解析の数値積分法には Newmark の β 法を用いた。時間刻みと入力倍率は4章で既に扱った。

入力地震動は、正弦波合成法で作成された、告示の極めて稀に発生する地震動の加速度応答スペクトルに地盤の表層増幅率を乗じたスペクトルに適合する計30波の模擬地震動¹³⁾を用いた。これらの応答加速度スペクトルと目標スペクトル、建物群の降伏周期を図-5に示した。

限界状態は部材降伏、部材終局、建物倒壊の3つを検討した。部材降伏と部材終局は、パネの変形を部材の変形に変換した上で、ひとつでも降伏変形、もしくは終局変形を超えていたら、限界状態に達したとみなした。建物の倒壊の判定は4章で既に扱った。

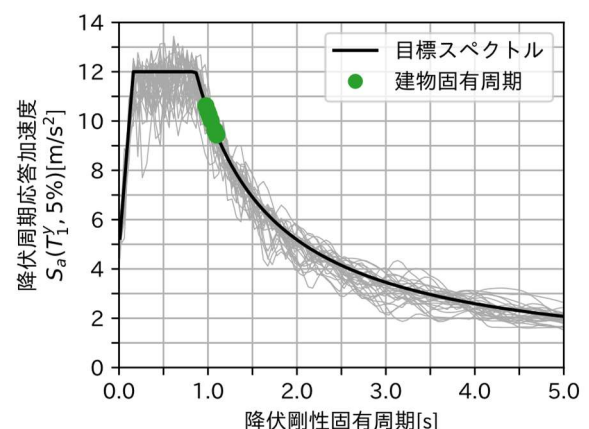


図-5 地震動セットの応答加速度スペクトル

7. 解析結果

7.1 倒壊限界状態

IMK モデルを用いて倒壊限界状態を考慮した建物モデルでプッシュオーバー解析と地震応答解析を行い、倒壊限界応答の一例を、図-6 に示した。全体降伏したが、骨格曲線上の負勾配によって一部の層に変形が集中し、どちらも青と橙で示した1-2層の層崩壊で倒壊に至った。また、地震応答では繰り返しによる耐力低下によって、プッシュオーバー曲線で示される骨格曲線よりも小さな復元力となっている。

7.2 漸増動的解析 (IDA)

漸増動的解析を行った計 30 波の地震動それぞれで、建物中での最大層間変形角を横軸にとって IDA 曲線を描いたものを図-7 に示した。また、部材降伏、部材終局、建物倒壊という3つの限界状態に至る直前の応答点を重ねて示している。さらに、複数の地震波の結果を、ある地震強さ IM に対する応答変形 DM の中央値と、16%, 84%パーセンタイルで代表させた。部材降伏と部材終局は、最大層間変形角で見ても、変形方向のばらつきは小さいが、特に部材終局では入力倍率方向のばらつきが大きい。建物倒壊には一定の変形で至るわけではない。

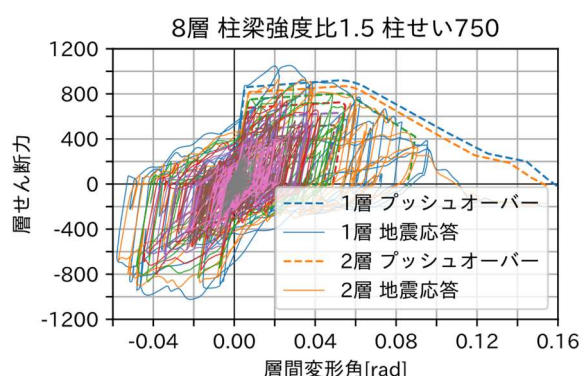


図-6 静的漸増载荷解析と地震応答解析での崩壊挙動

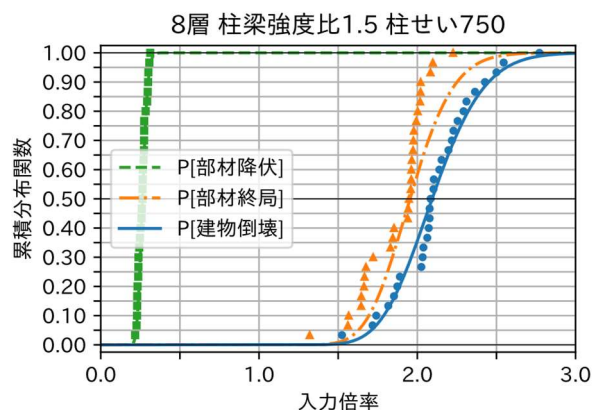


図-8 各限界状態の fragility 曲線

7.3 各限界状態の fragility 曲線

fragility 曲線は、地震強さ IM に対して、ある限界状態に至る超過確率を求めたもので、地震強さ IM を入力倍率とし、各限界状態に対して描いたものを図-8 に示す。ここで対数正規分布を仮定した。以降では、部材降伏・部材終局・建物倒壊に至る地震入力倍率を、それぞれ降伏・終局・倒壊倍率と呼ぶ。

各曲線の傾きから、終局・倒壊倍率のばらつきが降伏倍率より大きいことが分かる。さらに各曲線間の間隔から、終局倍率は降伏倍率の7倍以上だが、倒壊倍率は終局倍率の1.07倍程に過ぎないことが分かる。

7.4 各建物の倒壊 fragility 曲線

解析を行った8層建物10棟の倒壊 fragility 曲線を、図-9 に示した。ここで、建物倒壊限界状態の超過確率を倒壊確率と呼び、倒壊確率が50%となる倒壊倍率を50%倒壊倍率と呼ぶ。

柱梁強度比が0.9の建物の50%倒壊倍率は、柱梁強度比が1.0以上の建物の半分ほどで、柱梁強度比が0.9の建物の入力倍率1.0倍での倒壊確率は20%を超える。柱梁強度比が1.2の建物の50%倒壊倍率は柱梁強度比1.5・1.8の建物の90%ほどで、柱梁強度比1.5と柱梁強度比1.8の建物の間にはほとんど差はない。

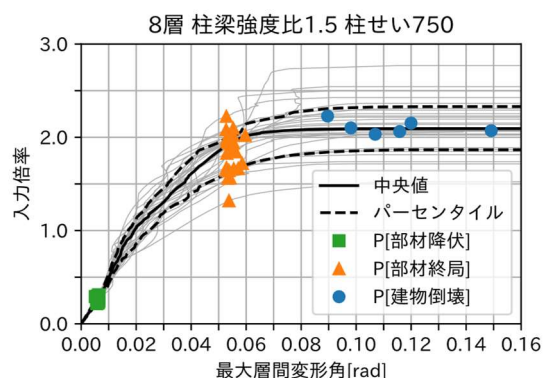


図-7 IDA 曲線と、限界状態に至った応答点

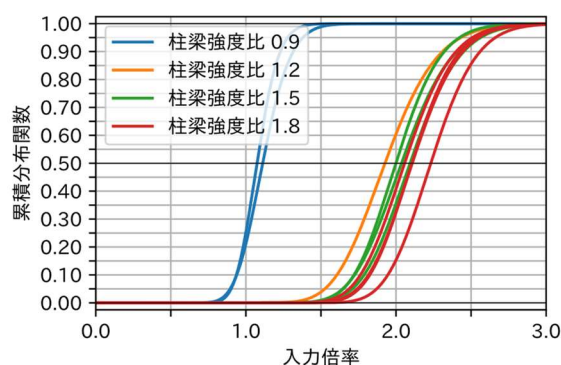


図-9 各建物の倒壊 fragility 曲線

7.5 倒壊倍率の確率密度関数

倒壊倍率のヒストグラムと確率密度関数を図-10 に示した。中央値と算術平均、幾何平均をそれぞれ黒の実線、破線、点線で示している。対数正規分布では、中央値は算術平均より小さく、幾何平均と等しくなる。

5 棟で中央値は算術平均を下回り、5 棟で上回った。度数分布を見ても 1 棟以外はピークが 2 つ以上あり、対数正規分布とよく適合しているとは言えない。

8. まとめ

本論では、IMK モデルを用いたモデル化と、漸増動的解析を行う手順を整理し、部材の変形性能とパネの変形性能の変換方法と、実用的な IDA アルゴリズムを提案した。IMK モデルで倒壊限界状態を考慮した RC 魚骨型骨組建物の、倒壊に関する耐震性能の定量化を試み、以下の知見を得た。

- 終局から倒壊に至るまでの余裕度は、降伏から終局に至るまでの余裕度に比べてとても小さい。
- 層降伏型建物の倒壊倍率は、全体降伏型の半分ほどで、入力倍率 1.0 倍での倒壊確率は 20%を超えた。

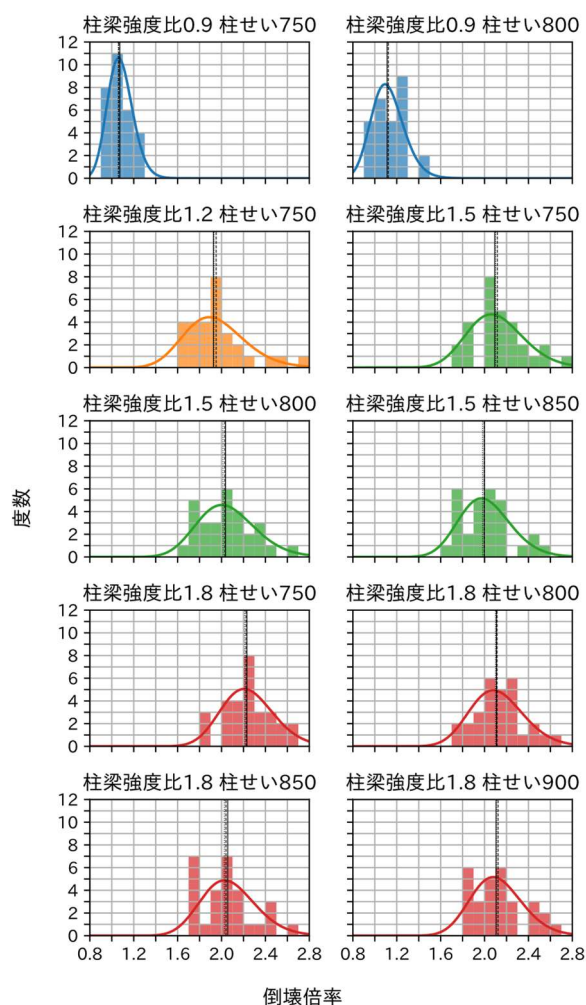


図-10 各建物の倒壊倍率のヒストグラム

- 模擬地震動を用い、地震強さを入力倍率としたところ、倒壊倍率と対数正規分布との適合はあまりよくなかったが、地震波が 30 波であることに留意する。

参考文献

- 1) Ibarra, L.F., Medina, R.A., and Krawinkler, H.: Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 34, pp.1489-1511, Jun.2005
- 2) Vamvatsikos, D., and Cornell, C.A.: Incremental dynamic analysis, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 31: pp.491-514, Mar.2002
- 3) FEMA: *Quantification of building seismic performance factors*. FEMA P695. Washington, DC: FEMA. Jun.2009
- 4) McKenna, F., Fenves, G. L., Scott, M. H., and Jeremić, B.: Open system for earthquake engineering simulation, 2000
- 5) Haselton, C.B., Liel, A.B., Taylor-Lange, S.C., and Deierlein, G.G.: Calibration of Model to Simulate Response of Reinforced Concrete Beam-Columns to Collapse, *Structural Journal*, Vol. 113, Issue 6, pp. 1141-1152, Dec.2016
- 6) Ibarra, L. F., and Krawinkler, H. "Global collapse of frame structures under seismic excitations." Rep. No. TB 152, The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford Univ., Stanford, CA. Aug.2005
- 7) ASCE: *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings*, ASCE/SEI 41-13, American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia. Jan.2013
- 8) amaelkady/Updated-IMK-Models-for-OpenSEES. <https://github.com/amaelkady/Updated-IMK-Models-for-OpenSEES> (閲覧日：2023 年 1 月 5 日)
- 9) z-ichinohe/OpenSees. <https://github.com/z-ichinohe/OpenSees/commit/7b34261fbb27aa0bd4f0ae029993ae5cf4fb735b> (閲覧日：2023 年 1 月 5 日)
- 10) Haselton, C.B., Liel, A.B., and Deierlein, G.G.: Collapse Simulation of RC Frame Buildings, *OpenSees Developers Symposium*, Oct.2006
- 11) 建築物の構造関係技術基準解説書編集委員会：2015 年版建築物の構造関係技術基準解説書，全国官報販売協同組合，2015
- 12) ACI: *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*, ACI 318-19, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, Jun.2019
- 13) 小林楓子：接合部降伏する鉄筋コンクリート造平面骨組の非線形地震応答解析，東京大学修士論文，2017.1