

論文 排他的距離を考慮した気泡の点過程シミュレーションと保護されたセメントペースト領域の評価

大山 和哉*1・五十嵐 心一*2

要旨：コンクリート断面の気泡を点過程とみなして、気泡分布の最近傍距離分布関数（G 関数）の短距離範囲の排他的距離を与える気泡配置シミュレーションを行い、G 関数の 95%信頼区間と実際の分布を比較した。さらに、各点の最近傍領域を表すようにディリクレ分割を行い、その領域を気泡が凍害から保護すべき領域（タイル）として、タイル面積の度数分布求めて、シミュレーションより得られた 95%分位点のタイル面積の円相当半径を、従来の完全ランダム過程の場合と比較した。両者の値はおおよそ一致し、タイル面積では、排他的距離を考慮しないより単純な点過程シミュレーションにて、保護領域を評価できることが示された。

キーワード：気泡、点過程、ディリクレ分割、タイル、最近傍距離分布関数（G 関数）、排他的距離

1. 序論

空気連行によるコンクリートの凍結融解抵抗性の改善は、空気量と気泡の分布構造によって左右される。コンクリート内部の水分が凍結と融解を繰り返す際に、気泡がセメントペースト（以下ペーストと称する）領域内の未凍結水の移動経路近傍や氷晶形成による圧力の緩和距離内に、適切に存在している必要がある。実際のコンクリートは 3 次元構造であるため、気泡の空間分布構造も 3 次元分布として計測されることが望ましく、実際、X 線 CT を用いたモルタル供試体の 3 次元イメージから、凍結融解前後の供試体の新しいひび割れや空隙、気泡径を定量的に測定した例も報告されるようになってきている¹⁾²⁾。昨今の画像解析技術の発展と汎用コンピュータの性能向上を鑑みると、今後は実際の供試体の 3 次元の気泡分布を計測する方法がさらに加速的に普及していくと期待できる。しかし、現時点では、画像解析によって 2 次元代表領域（体積代表要素）から実際の 3 次元構造を統計的に推定する方法が一般的である。コンクリート中の気泡や骨材がランダムに分布していることを考慮すれば、モデルベースのステレオロジーに基づいて、確率論の観点で統計的に定量的な評価がなされるべきである。

気泡分布の評価に関しては、ASTM C457 リニアトラバース法を用いるのが一般的で、Powers の提案に基づく気泡間隔係数 0.2mm 以下という値を、耐凍害性担保の指標としている。この方法では空気量と比表面積を比較的簡単にかつ精度よく推定できる³⁾。しかし、実際の多分散系の気泡群を単一分散に置き換え、単一気泡径の立方体格子状の規則配置を仮定するため、気泡表面からペーストの最遠点までの距離として定義された気泡間隔係数では、実際の距離の再現性を求めることはできない。あくまでも気泡間隔係数は凍結融解抵抗性、特に内部損傷

に対応する耐凍害性指標としての有効性が認識されて現在に至っている。

一方、著者ら⁴⁾は気泡連行による凍結融解抵抗性改善メカニズムにおいて、体積よりも距離という測度が重要な指標になりうるとの発想から、コンクリート中の気泡を点過程とみなして、気泡分布の評価を行う方法を提案してきた。この方法により、気泡のランダム性を保持したまま気泡間の距離を評価し、それと気泡ではない任意の点から気泡点までの距離が統計的に一致することを利用して、気泡間隔係数との比較を行ってきた。さらに、気泡が周囲のペースト領域をある距離まで凍害から保護する影響範囲（保護領域）を与えるという考え方⁵⁾と点過程を関連付けることを意図して、平面内の任意の位置から一番近い点過程の点を表すように領域を多角形に分割する（ディリクレ分割またはボロノイ分割と称される）手法を提案してきた⁶⁾。この方法により領域（以後タイルと称する）内の気泡点がタイル内の任意の地点からの最近傍点となる性質を利用して、気泡が凍害による劣化から保護すべき距離を求め、気泡間距離の特性だけでなく、気泡—ペースト間近接性および保護領域の観点からも、気泡分布を評価してきた。

しかし、著者らが提案してきた気泡分布の評価モデルでは気泡は点で表され、完全ランダム過程でモデル化してシミュレーションを行うと、気泡自身の大きさのため実際には近接できないような近距離であっても、他点が配置されてしまう。この場合、気泡点周囲のタイル面積として保護領域面積を評価するモデルでは、気泡同士が近接している短距離圏において、保護範囲が適切に再現できているとは言い難い。そこで本研究では、気泡分布を点過程として再現する際、確率過程に従って気泡間に排他的距離（図-1(a)）を与えるシミュレーションを行

*1 金沢大学 大学院自然科学研究科地球社会基盤学専攻（学生会員）

*2 金沢大学 理工学域地球社会基盤学類教授 博士（工学）（正会員）

表-1 コンクリートの配合

W/C (%)	S/a (%)	スランプ (cm)	目標空気量 (%)	単位量 (kg/m ³)					フレッシュ空気量 (%)
				水	セメント	細骨材	粗骨材	AE 剤 (% wt./C)	
50	45	10±2	4.5	165	330	797	1003	0.007	5.0

表-2 リニアトラバース法の自動計測結果

全トラバース長 (mm)	気泡数 (個)	平均弦長 (mm)	空気量 (%)	気泡間隔係数 (μm)
2745.6	779	0.128	3.6	178

った。気泡がペースト中にランダムに分布していると考えると、気泡間の排他的距離に加えて気泡数も確率の観点からその変動（分散）を考慮する必要がある。したがって本研究では、排他的距離に加えて、点過程の基本パラメータである点密度を確率過程に従ってモデル化し、そのモデルに沿った点発生シミュレーションを行うこととした。再現された気泡分布の最近傍距離分布関数（以下 G 関数と称する）を求め、このシミュレーションを繰り返すことによって得られた 95%信頼区間と実際の気泡分布の G 関数との一致性を検討した。さらに、再現された各点パターンに対して領域分割法を用いて、タイル面積としての保護領域特性値、また従来の点過程法における気泡間隔特性値の変化を明らかにする。そして、コンクリート中の気泡がペーストのほぼ全域を保護するときに要求される気泡間隔係数と気泡間距離およびタイル面積の変化から、タイル面積の累積にて保護領域を評価するシミュレーションにて、気泡自身の寸法を排他的距離の変動によって考慮することの効果について明らかにすることを目的とした。

2. 解析方法

2.1 コンクリートの配合と実測された気泡分布特性

使用したセメントは普通ポルトランドセメント（密度 3.16kg/cm³）である。細骨材には大井川水系陸砂（表乾密度 2.58g/cm³，吸水率 2.22%），粗骨材には青梅産砕石（表乾密度 2.66kg/cm³，吸水率 0.52%，最大寸法 20mm）を使用した。また、AE 剤は JIS A6204 のI種適合の変性ロジン酸化物系の AE 剤を使用した。コンクリート供試体（100mm×100mm×400mm）は打込み後 24 時間にて脱型を行い、所定材齢まで水中養生（20±2℃）を行った。使用したコンクリートの配合を表-1 に示す。

材齢 3 週にて供試体から 100mm×100mm×30mm 程度の板状試料を切り出し、その表面を精細研磨した後に洗浄および乾燥を行った。研磨面中央部（60mm×60mm）を計測対象領域とし、高精度カメラを用いて研磨面のグレースケール高精細画像を取得した（図-2(a)）。なお、

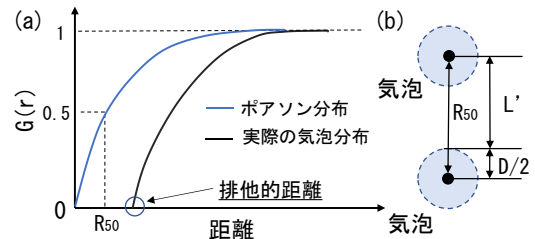


図-1 G 関数と気泡間隔特性値の模式図

画像は計測対象領域を 11×11=121 個の小区画（1 区画は約 6.14mm×6.14mm，2048 画素×2048 画素，分解能は約 3μm/画素）に分割して個々に取得した。それらの個々の小区画の画像取得時には、順光と斜光の照射を繰り返し、陰影の差分によって気泡を同定した。なお、ASTM C457⁷⁾に規定される最小トラバース長の条件を満足させるために、1 区画内にて 4 本のトラバース線を設定して、121 区画での総トラバース長は約 2750mm とした。自動計測された各区画内のトラバース線上の気泡数および気泡弦長から求めた気泡間隔係数を表-2 に示す。弦長和から計算される空気量は、フレッシュ時の計測値（表-1）より 1.4%小さくなっている。

2.2 G 関数（最近傍距離分布関数）と気泡間隔特性値

2.1 で取得された 121 枚の画像から同定された気泡分布（図-2(a)）の重心点を代表させた点過程 $X = \{x_i; i = 1, \dots, j, \dots, n\}$ に対して、式(1)にて定義される最近傍距離分布関数 $G(r)$ を求めた。

$$G(r) = \Pr\{d_i = d(x_i, X \setminus x_i) \leq r | x_i \in X\} \quad (1)$$

ここに、 r は距離、 $d(x_i, X \setminus x_i)$ は点 x_i と点 x_j を除いた点過程 X の点までの距離を表す。関数 $G(r)$ は距離 r に関する累積確率を表し、 $G(r) = 0.5$ に該当する距離をメジアン距離 R_{50} とした⁴⁾（図-1(a)）。そして、 R_{50} 値から平均気泡半径を引いた距離を気泡間隔特性値 L' として定義した。

2.3 排他的距離を有する点過程シミュレーションと有意性の検定

(1) 排他的距離

G 関数をシミュレーションされた点過程について求めると、同じ点密度であっても、図-1(a)に示すように、ポアソン分布の場合では短距離圏でも他点が存在し、関数は原点を通るようになる。それに対して、実際の分布は気泡自体の体積により、気泡同士の重心点は近接でき

ないため、 x 軸切片を生じる。これを気泡間の排他的距離として、得られた個々のG関数の排他的距離の度数分布を求めた。この排他的距離の変動(分散)を考慮するために、この度数分布を近似する確率密度関数を求めた。

(2) シミュレーション手順

取得された121枚の画像から、セメントペースト領域における気泡数から点密度 λ を求めた。解析対象領域として、ペースト面積率が全体の配合に近いもの、骨材が様々な寸法で分布しているものを代表して、図-2(a)に示す領域を選定した。以下の手順に従って排他的距離を有する点過程シミュレーションを行った。

- (1) 気泡数は点密度 λ を期待値とするポアソン過程に従う分布であるとして点密度 λ_k をランダムに発生させ、図-2(a)の気泡存在領域であるセメントペースト領域に点密度 λ_k に対応する個数の点をランダムで発生させることにした。
- (2) ただし、2.3(1)にて得られた確率密度関数に従った排他的距離の乱数 d_k を発生させ、距離 d_k には点を配置しないとした。この時の点過程を X_k として、この点過程からG関数 $G_k(r)$ を求めた。
- (3) 以上を1回のシミュレーションとして、モンテカルロ検定を用いてシミュレーションを199回繰り返し、95%信頼区間を求めて、実際の気泡分布との比較することで、関数の偏差の有意性の判定を行った。

2.4 タイル面積評価とシミュレーション方法

(1) デイリクレ分割

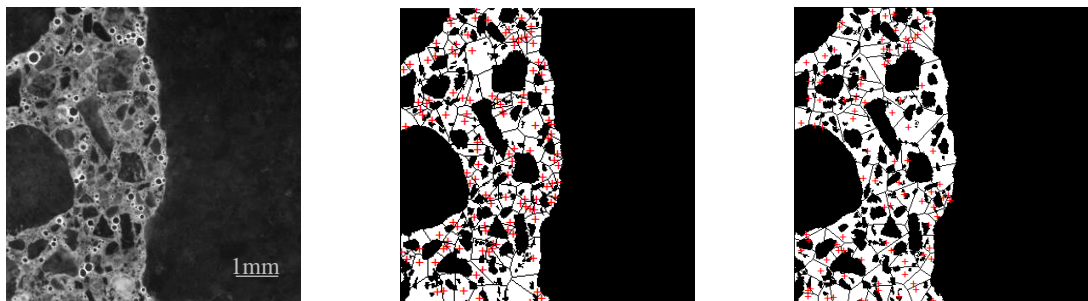
点過程で表された気泡分布について、観察視野(画像取得範囲) W 内のセメントペーストマトリックス中の任意の位置 $u \in W \setminus X$ を考えたとき、その点から最も近接した点 $x_i \in X$ を示すように周囲の領域分割(デイリクレ分割)を行った(図-2(b))。点 x_i を最近傍点とする点 u の集合の定義を式(2)に示す⁸⁾。

$$C_i(x_i|X) = \left\{ u \in W : \|u - x_i\| = \min_j \|u - x_j\| \right\} \quad (2)$$

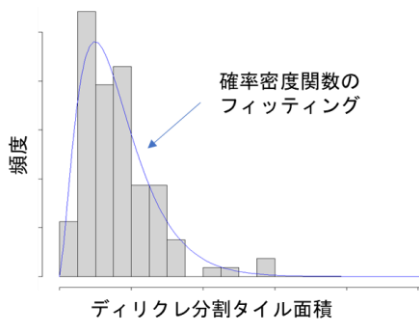
各気泡点それぞれに割り当てられた骨材面積を含まない個々の多角形領域(タイル) $C_i(x_i|X)$ ($i = 1, \dots, n$)の面積を求め、そのタイル面積をタイル内にある1個の気泡 $x_i \in C_i(x_i|X)$ が保護すべき領域の面積とみなした。

(2) タイル面積評価

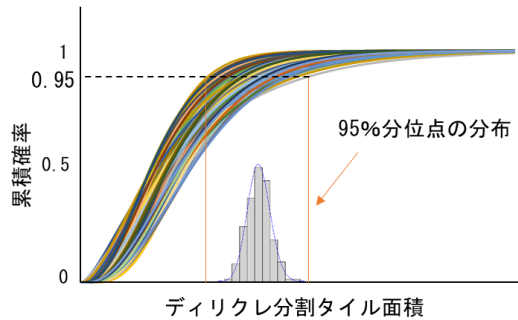
気泡を単純なランダム点過程および排他的距離を有したランダムな点過程の2つの分布パターンに対して、デイリクレ分割によるタイル面積の分布を求めた。1回の気泡分布シミュレーションごとに気泡の配置は異なるため、デイリクレ分割されたタイル面積の形状もそれぞれ異なる。以下の手順に従って、タイル面積の特性値を求めることにした。ただし、気泡点配置の過程は2.3(2)のシミュレーションに準ずるものとして、本手順からは省略した。



(a) 実際の気泡分布 (b) 気泡の点過程変換と周囲の領域のデイリクレ分割 (c) シミュレーションによって再現された気泡分布の一例



(d) タイル面積ヒストグラムと Γ 分布近似された確率密度関数



(e) Γ 分布近似された確率密度関数の累積分布関数への変換と95%タイル分位点の分布

図-2 デイリクレ分割シミュレーションによるタイル面積評価法のプロセス

- (1) 点過程 X_k に関してディリクレ分割を行い (図-2(c)), 骨材面積を含まない個々のタイル面積 $C_i(x_i|X_k)$ のヒストグラムを求めた (図-2(d))。
- (2) ヒストグラムの形状の非対称性 (後述) から, タイル面積の度数分布を Γ 分布で近似し, その確率密度関数 $f(C_i)$ を求めた (図-2(d))。
- (3) 確率密度関数 $f(C_i)$ を累積確率密度関数に変換し, 累積確率0.95に対応する95%の分位点として, 95%タイル面積 C_{95} を求めた (図-2(e))。
- (4) 以上の手順を199回繰り返し, タイル面積 $C_{95,k}$ ($k=1, \dots, 199$)を求めて整理し, 従来の排他的距離有さない完全ランダムポアソン分布との比較を行った。

3. 結果及び考察

3.1 排他的距離の度数分布と確率密度関数

図-3に121枚の画像中の気泡分布 (総気泡数: 17500程度) から得られた排他的距離のヒストグラムと Γ 分布で近似した確率密度関数 (PDF) を合わせて示す。排他的距離の平均値は約 $47\mu\text{m}$ であり, 本配合の121枚の画像から得られる平均気泡径 $68\mu\text{m}$ よりもやや小さい値となった。また, 最頻値は $20\sim 30\mu\text{m}$ であった。これらの気泡が接近できる最短距離は, 気泡間隔係数計測で仮定された単一寸法の気泡径 ($190\mu\text{m}$) よりもかなり小さい。断面外に中心を持つ大きな気泡が, このような最頻値と

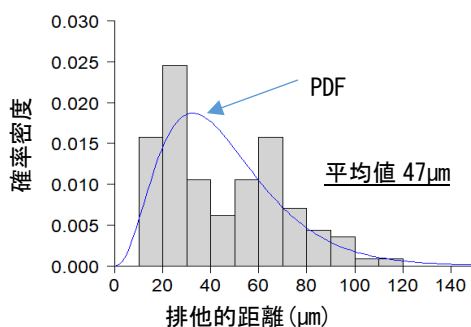
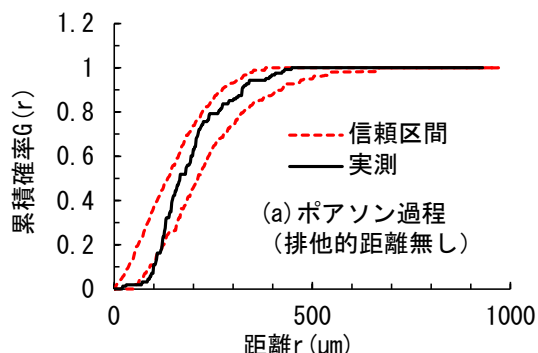


図-3 排他的距離の度数分布と Γ 分布近似した確率密度関数



なるような近接断面を生じさせることは考えにくい。小径の粒子が面外に存在して, その断面が切断面として表れるのは可能であるので, 結果として数 $10\mu\text{m}$ の排他的距離が現れたと考えられる。また, ヒストグラムの概略の形は双峰型であるが, 径の大きい値のほうに裾を引く形であるため, Γ 分布で近似した確率密度関数で再現することは妥当であると判断した。

3.2 排他的距離を有する点過程シミュレーションによるG関数の分布

図-4にシミュレーションによって得られた気泡分布のG関数の95%信頼区間と実測の気泡分布のG関数を示す。排他的距離を持たない完全ランダム過程とした場合 (図-4(a)), 距離 $100\mu\text{m}$ 程度の範囲において実際の分布が信頼区間を外れており, 近距離での気泡分布を再現できていない。このことは, 気泡間の距離に関係づけられる保護領域を, 近距離範囲では再現できないことを示す。一方, 気泡間に排他的距離を与えると (図-4(b)), 95%信頼全区内に実際の気泡分布がプロットされ, 気泡径の影響を反映した分布が再現されている。したがって気泡によるペースト領域の凍害損傷からの保護を考えた場合, 短距離範囲内に分布する気泡点に対しても, 完全ランダムの場合よりも大きなタイル面積が割り当てられることになる。

3.3 実測された気泡周りのディリクレ分割タイル面積の度数分布

図-5に図-2の解析対象領域の実際の気泡分布に対してディリクレ分割を行い, タイル面積を同じ面積の円に置き換えたときの半径で整理した度数分布を示す。ヒストグラムの概形は中央値付近に度数が集中する傾向にあるが, 径の小さい側の頻度は小さいのに対して, 局所的に不均質な気泡配置を生じて, 気泡間距離が大きい領域があり, 結果として大きなタイルが存在しているため, 半径の大きいほうに裾を引く非対称性が認められる。平均タイル面積の円相当半径はおよそ $144\mu\text{m}$ と計算され, 121枚画像から求めた平均気泡半径 $34\mu\text{m}$ を考慮すると, 平均的な領域を考えたとき, 気泡表面からペーストまで

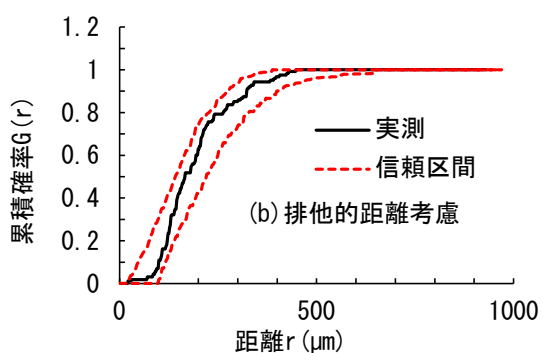


図-4 シミュレーションによって得られたG関数の95%信頼区間と実際の気泡分布のG関数の比較

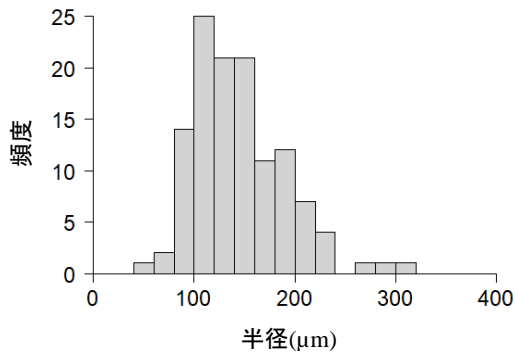


図-5 実測された気泡周りのディリクレ分割
タイル面積の円相当半径のヒストグラム

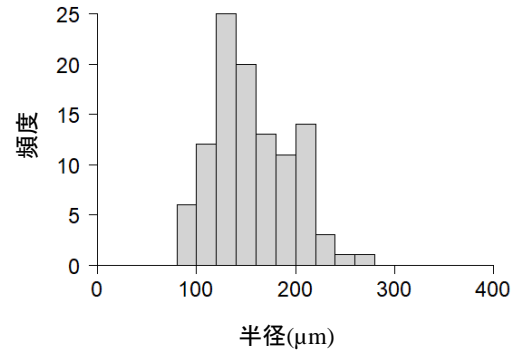


図-6 シミュレーションされた気泡分布における
タイル面積の円相当半径ヒストグラムの一例

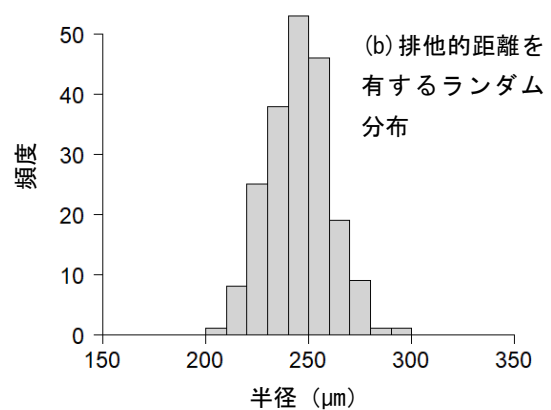
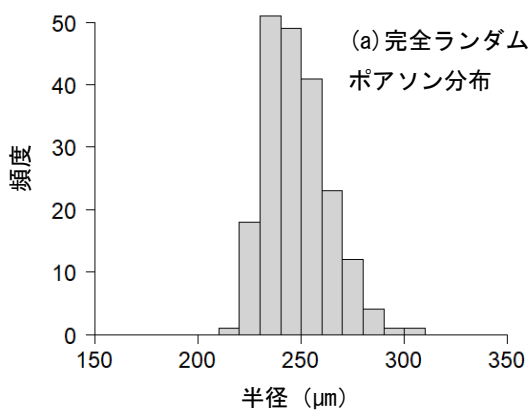


図-7 シミュレーションされたタイル面積を同じ面積の円に置き換えた時の半径 95%分位点の度数分布

最遠距離は $110\mu\text{m}$ と計算される。この値は中程度の暴露環境下におけるコンクリートに求められる気泡間隔係数の条件 ($\leq 200\mu\text{m}$) を十分に満たす。つまり、セメントペーストの微視的構造から、その保護距離が気泡間隔係数の推奨値 $200\mu\text{m}$ 程度の距離であるならば、平均的な大きさのタイルは十分に被覆され、凍害から保護されるということになる。このことは一般的な空気量の推奨値 ($4.5 \pm 1.5\%$) を満足していれば、耐凍害性が担保されるという従来の認識とも一致する。したがって、目標空気量 4.5% で配合された本配合のコンクリートは凍結融解に対して耐久であると判断できる。

3.4 シミュレーションされた気泡周りのディリクレ分割 タイル面積の度数分布

図-6 に排他的距離を有したシミュレーションの気泡分布におけるタイル面積の円相当半径のヒストグラムの一例を示す。図-5 に示した実際の分布のヒストグラムとは、タイル面積分布が異なっていることがわかる。特に、実際の分布では最頻値は $100\sim 120\mu\text{m}$ であるのに対して、シミュレーションされた分布では、 $120\sim 140\mu\text{m}$ である。これはタイルに排他的距離の最頻値 $20\sim 30\mu\text{m}$ 程度の距離が反映され、気泡凝集による面積の小さいタイルが減少したことを表している。この影響により実際の分布

に存在していた大きなタイルは、径の小さい方に移動したと考えられる。しかし、全体としては実際の分布と類似した分布が得られていると判断してよいようである。

図-7 に 199 回のシミュレーションと実測のデータを加えた 200 個の気泡分布に対してディリクレ分割を行ったときの 95% 分位点タイル面積 200 個を円相当半径で整理した度数分布を示す。従来の排他的距離を持たない完全ランダム過程とした場合 (図-7(a)) に比べて、排他的距離を有するランダム分布の場合 (図-7(b)) では、最頻値がやや大きくなる傾向が認められるが、全体としての傾向に大きな差は認められないようである。95% タイル面積の円相当半径はともに約 $250\mu\text{m}$ であり、その差は $3\mu\text{m}$ 程度で大きな変化は認められない。本シミュレーションによる保護領域の評価では、タイル面積の累積面積率が 95% に達するときをほぼセメントペースト領域の全域が保護下にあると判断する⁸⁾。したがって、排他的距離の導入により、従来の完全ランダム分布と比べて面積の小さいタイルが減少したとしても、95% の面積をタイルにて被覆するための最大距離にはほとんど影響を及ぼさないと判断される。すなわち、セメントペーストの累積面積率による保護範囲のシミュレーションという点においては、排他的距離を有さない簡便な完全ポアソン

表-3 各特性値の変化

特性値(μm)	R ₉₅	円相当半径の分散	R ₅₀	L'
ポアソン過程	248	233	161	127
排他的距離を有するポアソン過程	245	221	170	136

過程で再現できることになる。

3.5 従来の方法における気泡間距離と気泡—ペースト近接性の特性値の比較

表-3にシミュレーションに得られた気泡分布構造の特性値の比較結果を示す。R₉₅は、ディリクレ分割シミュレーションによる95%タイル面積を同じ面積の円に置き換えたときの平均半径を表すが、シミュレーション間での値の大きな変化は認められなかった。本配合の平均気泡半径34μmを考慮すると、気泡表面からペースト領域の最遠距離は両者ともに約210μm程度と計算され、気泡間隔係数の推奨値200μmとおよそ一致している。従来からの指摘の通り、気泡間隔係数程度の保護距離があれば、ペーストの大部分が保護されることを示している⁹⁾。一方で、完全ランダムポアソン過程の場合と比較して、排他的距離を有する場合の分散は小さくなり、正規分布に近いヒストグラムの概形である。また、前者と後者を比較して、気泡間隔特性値の差は9μmであり、R₉₅値と同様に大きな変化は認められなかった。したがって、気泡分布のシミュレーションという点では気泡点間に排他的距離を与えて気泡寸法を考慮せずとも、従来の排他的距離を有しない完全ランダムなポアソン過程として気泡分布の再現を行うことが可能であると考えられる。

4. 結論

気泡による凍害からの保護領域を、排他的距離の観点からディリクレ分割タイル面積度数分布や従来の気泡間隔特性値と比較した。気泡配置シミュレーションにより95%分位点を評価し、実際の分布と比較した。本研究によって得られた結果は以下のとおりである。

- (1) 気泡を点過程で表したとき、最近傍距離分布関数の短距離範囲の排他的距離をモデル化すると、その分布はΓ分布にて近似できる。
- (2) 気泡間隔係数程度の保護距離があれば、ディリクレ分割により表された平均的なタイル面積を持つ領域は十分に保護される。
- (3) 排他的距離を有する領域分割法によるシミュレーションの95%分位点のタイルの大きさは、従来の完全ランダム過程の場合とほぼ一致した。
- (4) 排他的距離を有する場合の気泡間隔特性値は、完全ランダム過程の場合に比べてやや大きくなり、

本配合の気泡間隔係数の値に近づいたが、両者の値に大きな差は認められなかった。

- (5) 排他的距離を与えてより再現性の高い気泡分布得られた場合でも、ペースト全領域を保護下におくために気泡が保護すべき最大距離には、ポアソン分布との差は認められない。タイル面積を考慮する場合、より単純な気泡点過程シミュレーションにて、保護領域を評価してよいと考えられる。

謝辞

本研究を行うにあたり、ニュージーランド、オークランド大学、R. Turner教授に指導、助言を受けた。また、気泡計測の記録は、八洋コンサルタント社に提供を受けた。ここに、改めて謝意を表す。なお、本研究は科研費(21K04211)の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) 杉山隆文, 志村和紀, 畠田大規: 高解像度型 X 線 CTによる AE モルタル中の空隙構造の透視, 土木学会論文集 E2 (材料・コンクリート構造), Vol.67, No.3, pp.351-360, 2011.
- 2) Sokhansefat, G. et al.: Using X-ray computed tomography to investigate mortar subjected to freeze-thaw cycles, Cement and Concrete Composites. Vol.108, 103520, 2020
- 3) 細川智史, 室谷卓実, 山下総司, 五十嵐心一: 計測方法による気泡特性値の相違と変動, コンクリート工学年次論文集, Vo.41, No.1, pp.857-862, 2019.
- 4) Murotani, T., Igarashi, S. and Koto, H.: Distribution analysis and modeling of air voids in concrete as spatial point processes, Cement and Concrete Research, Vol.115, pp.124-132, 2019.
- 5) Powers, T.C.: The air requirement of frost-resistant concrete, Proc. Highway Res. Board, Vol.29, pp.184-211, 1950
- 6) 大山和哉, 五十嵐心一, 山下総司: 気泡による保護領域面積の評価と分布シミュレーション, コンクリート工学年次論文集, Vol.44, No.1, pp.532-537, 2021.
- 7) ASTM C 457/C457M-16: Standard Test Method for Microscopical Determination of Parameters of the Air-Void System in Hardened Concrete, 2016
- 8) Baddeley, A., Rubak, E. and Turner, R.: Spatial Point Patterns, Methodology and Applications with R, CRC Press, 2016.
- 9) Song, Y., et al., :A 3D petrographic analysis for concrete freeze-thaw protection, Cement and Concrete Research, 128, 105952, 2020