論文 供用下の PC 橋梁におけるベイズ異常検知法の適用

河邊 大剛*1·五井 良直*2·金 哲佑*3

要旨:本研究は,著者らの先行研究において提案されたベイズ推定を応用した構造物への異常検知法につい て,供用下のPC箱桁橋への適用事例を示す。本対象橋梁においてはPCケーブルの破断が確認されたのち, 経過観察を目的として各種モニタリングが実施されている。本研究では対象橋梁における2径間の長期的な 加速度計測データについてベイズ異常検知法を適用した。また,上記手法との比較のため一般的な振動特性 推定も併せて行った。これらの検討の結果,特に先行研究において劣化損傷の認められた径間において異常 検知指標の増加が確認され,劣化が進行している可能性が示された。

キーワード:異常検知,構造ヘルスモニタリング,振動同定,ベイズ推定, PC 箱桁橋

1. はじめに

少子高齢化による技術者不足と老朽化に伴う社会イン フラの劣化損傷が課題となる中で,効率的な維持管理を 実現するために目視打音検査を代替する手法として構造 ヘルスモニタリング (SHM)の研究が進められてきた。 SHM とは構造物にセンサを設置して変形に関する物理 量を観測し,信号処理等によって構造物の状態を推定す る技術である。特に,橋梁構造物においては供用下で適 用でき,なおかつ限られた数量の計測機器における計測 結果から構造物全体の動的な特徴の変化を検出できる利 点から,振動特性の変動を損傷検知に活用する方法が検 討されている。

振動データを用いた SHM では,加速度センサなどを 用いて構造物の動的応答を計測し,その動的応答を数理 モデルとして定式化することで,固有振動数・減衰定数・ モード形状等の振動特性の推定が行われることが多い¹⁾。 振動数やモード形状は構造物における局所的な剛性の変 動を構造全体の特性の変化として定量的に評価できる点 で有用と考えられる。先行研究の事例としては供用下の 橋梁の長期モニタリングへの適用可能性について検証を 実施している研究²⁾が挙げられる。

振動による SHM の社会実装にあたり技術的な課題と して主に下記の2点が挙げられる。第一に,損傷に敏感 な振動数の特定すなわちモニタリング対象の振動数を決 めるのが難しく,さらに振動特性の推定誤差が,損傷に よる変動と比較して無視できない程度生じることから, 異常を検出する際には統計的な判断が必要となる点であ る。これらの判断にあたり,本文に後述するように橋梁 ごとの異常判別の基準を設ける必要が生じ,多数の橋梁 を管理するうえで技術者に負担を強いることが危惧され る。第二に,実橋梁において劣化損傷の前後を継続して

*1 京都大学大学院 地球環境学堂研究員 修士(工学)
*2 京都大学大学院 工学研究科助教 博士(工学)
*3 京都大学大学院 工学研究科教授 Ph.D. 博士(工学)

モニタリングされた事例が限られる現状においては,損 傷の種類や程度によって振動特性がどの程度変動するか を,事前に予測し異常検知の閾値を設定することが難し い点である。数値解析などを併用することで振動特性の 推測および想定される損傷の影響評価を事前に行い,検 討の補助とすることも可能であるが,解析に要するコス トを考えると数多くの橋梁への適用は難しい。

上記の第一の課題については、異常検知における技術 者の判断の負担を軽減するため,幅広い振動数帯の振動 特性を含み簡便な方法で算出される異常検知指標を定式 化することで解決が期待される。第二の課題については 今後の解析的研究および知見の蓄積が待たれるが、現状 においては計測開始時の状態を基準とし、その基準との 統計的な乖離の程度を評価する手法が適当であると考え られる。以上の観点から,著者ら 3),4),5)は観測値から特殊 な仮定を設けずに直接変換される特徴量を用いて統計的 な変動の程度を評価する異常検知指標を提案した。提案 手法の手順として多変量自己回帰(VAR)モデルの係数行 列の事後確率分布をベイズ推定し、得られる事後確率か ら特徴的な振動のパターンに対応する係数群を定める。 この係数群が振動特性の変動と連動して変化する性質を 利用して、仮説検定に基づき統計的な変動の程度を定量 化した指標を異常検知に用いる。

本研究では PC ケーブルの破断が確認され,その後設 置された各種センサによってたわみ量が徐々に大きくな っていることが認められる供用中の PC 箱桁橋梁に対し て,上述の異常検知指標を導入し劣化進行の定量化の可 能性について検討を行う。本研究においては損傷発見後 に設置された加速度センサ計測データを用いて,設置後 1 年間の計測結果を基準とし,その後の劣化進行を連続 する2径間で相対的に評価するための方法として提案手

(正会員)

法を適用する。

以降の議論では第2章で適用手法の理論について概説 する。第3章では過去の検査において劣化損傷が認めら れた PC 箱桁橋梁に対して異常検知法を適用した結果を 示す。なお本研究では提案手法の適用に加え,一般的な 振動特性推定手法との比較を併せて行う。

2. 異常検知法の概要

適用する異常検知法は学習ステップと異常検知ステッ プの2段階で構成される。学習ステップにおいては健全 状態あるいは基準状態の橋梁の観測値(以後参照データ と呼称する)から振動特性の事後分布をベイズ推定によ って決定し,損傷に敏感な特徴量を抽出する。異常検知 ステップでは参照データからの比較対象となるデータ (以後異常判定データと呼称する)に対して,特徴量の

統計的な変動の程度を評価する。

2.1 節では学習ステップにおけるベイズ推定および特 徴抽出手順,2.2 節では異常検知ステップにおける指標の 導出手順をそれぞれ概説する。詳細な議論については文 献^{3),4)}を参考されたい。

2.1 学習ステップ

橋梁の常時振動についてm自由度の離散加速度時系列 が計測されるとし、これらの時系列を要素とする列ベク トルを考える。ここでは参照データとしてデータ長nの 加速度時系列がl個得られたとしj番目に観測される時系 列を $\mathbf{y}_{k}^{(j)} \in \mathbb{R}^{m\times 1}(k = 1, ..., n)$ とする。さらに、j番目の加 速度時系列をまとめて $\mathbf{Y}^{(j)} = [\mathbf{y}_{1}^{(j)}, ..., \mathbf{y}_{n}^{(j)}]$ と表記し、l個 の時系列からなる参照データを $D_{r} = \{\mathbf{Y}^{\{1\}}, ..., \mathbf{Y}^{\{l\}}\}$ と表 記することとする。

橋梁の振動を線形力学系の運動方程式によってモデル化し、なおかつ外力による作用を白色雑音とする場合、加速度時系列y_kは適当なモデル次数pを用いて次のような VAR モデルで近似できることが知られているの。

$$\mathbf{y}_{k}^{\{j\}} = \sum_{i=1}^{p} \alpha_{i} \mathbf{y}_{k-i}^{\{j\}} + \mathbf{e}_{k}^{\{j\}}$$
(1)

ここで $\boldsymbol{\alpha}_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ はi次の自己回帰係数行列であり、 $\boldsymbol{e}_k^{(J)}$ は白色ガウスノイズベクトルの時系列である。 $\mathbf{W} = [\boldsymbol{\alpha}_1, ..., \boldsymbol{\alpha}_p], \boldsymbol{\phi}_k^{(J)} = [\boldsymbol{y}_{k-1}^{(J)}; ...; \boldsymbol{y}_{k-p}^{(J)}]$ と簡略化し、 $\boldsymbol{\Sigma} \varepsilon \boldsymbol{e}_k o$ 共分散行列とすると、時系列 $\mathbf{Y}^{(J)}$ の同時確率密度関数は次式で表される。

 $p(\mathbf{Y}^{\{j\}}|\mathbf{W}, \mathbf{\Sigma}) = \prod_{k=p+1}^{n} N\left(\mathbf{y}_{k}^{\{j\}} | \mathbf{W}\boldsymbol{\phi}_{k}^{\{j\}}, \mathbf{\Sigma}\right)$ (2)

ここでp(・|・)は条件付確率密度関数を表し, N(・|µ,S)は 期待値µ,分散Sを伴う正規分布の確率密度関数である。

本提案手法のベイズ推論においては、回帰パラメータ WおよびΣを確率変数として、それぞれの推定の不確実 性を確率密度関数として定式化する。「参照データD_rが 観測される」という事象が生起する以前の回帰パラメー タの分布は事前分布と呼ばれ,確率密度関数 $p(W, \Sigma)$ として表される。上記事象が生起した後の回帰パラメータの分布は事後分布と呼ばれ,条件付確率密度関数 $p(W, \Sigma | D_r)$ として表される。ベイズの定理より,事前分布と事後分布の間には次の関係が得られる。

 $p(\mathbf{W}, \mathbf{\Sigma}|D_r) \propto \prod_{j=1}^{l} p(\mathbf{Y}^{\{j\}}|\mathbf{W}, \mathbf{\Sigma}) p(\mathbf{W}, \mathbf{\Sigma})$ (3) 無情報事前分布と呼ばれる分布を仮定することで,式(3) から事後分布 $p(\mathbf{W}, \mathbf{\Sigma}|D_r)$ の形状は参照データの値を用い て一意に決定される⁷⁾。

回帰係数Wの事後分布上の独立成分への正規直交変換 を次のように表すことにする。

$$[\widetilde{\boldsymbol{w}}_1, \dots \widetilde{\boldsymbol{w}}_{mn}] = \widetilde{\boldsymbol{W}} = \boldsymbol{W} \boldsymbol{U} \tag{4}$$

ここで、Uは上記の変換を表す定数行列であり、事後分布 について主成分分析を施すことで導出される。式(4)の係 数のうち、事後分布のばらつきの小さいパラメータは参 照データにおける特徴的な振動パターンに対応する。提 案手法においては、特徴量として分散が小さい順にq個 のベクトル $\tilde{w}_1, ..., \tilde{w}_q$ を採用し、以後の議論ではまとめて $\tilde{W}_{feat} = [\tilde{w}_1, ..., \tilde{w}_q]$ と表記する。

2.2 異常検知ステップ

異常検知ステップでは、参照データを事前情報とした 場合と事前情報としない場合の2通りについて異常判定 データの尤度を導出し、この尤度の比によって参照デー タと異常判定データの間の統計的な隔たりを定量化する。 指標の導出にあたり以下のような仮説検定を考える。

 Y_t を異常判定データの時系列とする。参照データと異 常判定データとの間で特徴量の変動があるか否かを検定 するため、参照データにおける特徴量を \widetilde{W}_{feat}^r ,異常判定 データにおける特徴量を \widetilde{W}_{feat}^t と表記し、下記の仮説を設 定する。

- ・ 帰 無 仮 説 を $H_0: \widetilde{\mathbf{W}}_{feat}^r = \widetilde{\mathbf{W}}_{feat}^t$, 対 立 仮 説 を $H_1: \widetilde{\mathbf{W}}_{feat}^r \neq \widetilde{\mathbf{W}}_{feat}^t$ とする。
- その他のパラメータについては帰無仮説と対立仮 説で同一の条件を用いる。

これらの仮定のもとに、「異常判定データ Y_t が観測される」 という事象が生起する以前のパラメータ \tilde{W} および Σ の不 確かさを、それぞれ確率分布で表現することができる。 これらの分布を、帰無仮説について $p(\tilde{W}, \Sigma | H_0)$ 、対立仮 説について $p(\tilde{W}, \Sigma | H_1)$ とそれぞれ表現すると、各仮説の 尤度は次のように定式化される [®]。

 $p(Y_t|H_{\kappa}) = \iint p(Y_t|\tilde{W}, \Sigma)p(\tilde{W}, \Sigma|H_{\kappa})d\tilde{W}d\Sigma$ (5) 式(5)のκは,帰無仮説と対立仮説を表す添字で,それぞ れの仮説に対して $\kappa = 0$ と $\kappa = 1$ になる。また,式(5)はそ れぞれの仮説を仮定した場合,「異常判定データ Y_t が観測 される」という事象の尤もらしさの程度を表す。ベイズ 仮説検定においては,これらの比を取って得られる下記 指標が用いられる。

$$B = \frac{\mathbf{p}(\mathbf{Y}_t | H_1)}{\mathbf{p}(\mathbf{Y}_t | H_0)}$$

(6)

本研究のように多数のサンプルからなる時系列データを 異常判定データとする場合,上記指標の値は過大となる ので,対数値2*lnB*で評価する。本研究では帰無仮説と対 立仮説を裏付ける証拠が同等となる水準として,2*lnB* = 0を採用する。

3. 長期モニタリングへの適用

3.1 長期モニタリング概要

対象とする橋梁の外観を Fig.1 に示す。橋梁は供用か ら 48 年経過している橋長 300m の PC4 径間連続箱桁の 長大橋梁であり、供用開始から 37 年後に第1 径間中央 部橋桁下面の PC ケーブルの破断が確認されている。そ の際の写真を Fig.2 に示す %。PC ケーブルの内視鏡調査 によって、グラウト未充填箇所が一定数見受けられ、腐 食が進行していることがわかっている。外ケーブル補強 工事や漏水対策工事等を実施した後、更なる損傷進行の 把握と交通規制等の判断材料として各種モニタリングを 実施している。2012年以降水管式沈下計を用いて第1径 間中央の死荷重たわみのモニタリング %を実施しており その時系列を Fig.3 に示す。近年死荷重たわみ量が徐々 に大きくなっていることが確認されている。なお本橋梁 では隔年おきに 1177kN(120tf)の静的載荷試験および 196kN(20tf)の走行載荷試験を実施しているが載荷試験に よるたわみ量は変化していない。上記の理由として、PC ケーブルの破断を起点として死荷重によるコンクリート のクリープ変形が蓄積されていることが推測されるが, 具体的な要因は特定されておらず今後の検討を要する。 本研究では上記の変状が振動数の変動を伴うものと想定 し、提案手法の適用を試みる。

本研究ではモニタリングの一環として Fig.1 の矢印で 示す第 1,2 径間中央ブロックの箱桁内側下面に設置さ れている,サンプリング周波数 200Hz の3 軸加速度セン サの鉛直方向成分を用いる。計測は 2016 年 5 月から開 始し,連続5分間の計測を,毎月1日の午前9時に実施 している。なお 2018 年 12 月,2019 年 4 月は計測できて いない。加速度波形の一例として 2016 年 10 月 1 日に計 測した 5 分間の第1 径間鉛直方向波形を Fig.4 に示す。 本研究には 2019 年 10 月までの 40 か月分の計測データ を用いて分析を行う。

3.2 比較検討のための固有振動数推定

ここでは提案手法の適用に先立ち,既往の手法との比較を目的として固有振動数の経時的な推移を検討することとする。本研究においては,計測月ごとの加速度時系列についてウェルチ法を用いたスペクトル密度変換¹⁰⁾により加速度時系列波形の周波数成分を求める。一例と

して Fig.4 に示す加速度計測値を周波数領域に変換した 結果を Fig.5 に示す。縦軸はパワースペクトル密度,横 軸は周波数帯域を示す。1.4Hz 近傍で振動数が卓越して おり,橋梁の固有振動数と推定される。次に1.4Hz 近傍 のピーク値に着目し,ピーク値と橋梁に設置された温度 計の桁外温度値の時系列変化を Fig.6 に示す。Fig.6 から 最初の1年のピーク値は1.42Hz を下回ることがないも のの,2年目以降においては下回る場合が多数表れてお り,ピーク値の減少傾向が見受けられる。なお,桁外温 度に着目すると,零度付近のときのピーク値が増加して いることがわかる。コンクリート構造物におけるこのよ うな現象は他文献¹¹でも報告されている。

上記ようなの減少傾向について、統計的な観点から異



Fig.1 Bridge Overview.



Fig.2 Ruptured PC cable in the lower flange of 1st span.



Fig.3 Time series of deflection at the middle of 1st span.



Fig.4 Time series of acceleration at the middle of 1st span.

常の有無の判別を試みる際には外れ値解析手法が広く用 いられる。またその際に回帰分析を用いて季節変動を除 外することで精度を高める試みも一般に行われている。 ただし、Fig.6に示す振動数推定結果においては桁外温度 零度付近の振動数の上昇傾向のため、単純な線形回帰に よる正規化によっては効果を得にくい。この場合、振動 数における回帰分析においては橋梁の材料などに配慮し て場合分けや非線形的な回帰手法の適用が求められる。 また、Fig.6の結果においては季節変動や長期的な傾向に 比較して推定誤差が大きく、かつサンプル数が限られる。 このため通常の外れ値解析では、上記の減少傾向が異常 なものと判定され難い。スペクトル推定に代わり、より 推定精度の高い構造同定手法を適用することも可能であ るが、振動数の同定に際して技術的な判断が要求される。

以上のように,算出された振動数から変動の傾向を推 測することは可能であるが,予断を持たずに異常の有無 を判別することは必ずしも容易ではなく,統計や構造同 定に関する知見を備えた技術者の注意深い分析が要求さ れることが多い。提案手法においては時系列の標本ごと に異常の程度が算出されるため,このような分析に伴う 煩雑な手順の簡易化が期待される。



Fig.5 Power spectral density estimation.



Fig.6 Time series of identified frequency and temperature.

3.3 異常検知法の適用

参照データ(Reference Data)として 2016 年 5 月~2017 年 4 月で取得した時系列データを用いる。5 分間の計測 データは車両通過による減衰を考慮し1 分間に分割し, 平方根平均二乗レベルを算出することで,車両通行の有 無を判断した。車両通行判別の閾値を rms = 0.04(m/ s²)とし無車両通行時は除外した。第 1,2 径間の参照デ ータ数はそれぞれ 40,28 である。異常検知を行う異常判 定データ(Test Data)として 2017 年 5 月~2019 年 10 月に 取得した時系列データを用いる。同様に1 分間に分割し, 無車両通行時は除外する。第 1,2 径間の異常判定データ 数はそれぞれ 96, 101 である。

第1径間にベイズ異常検知法を適用した結果を Fig.7 に示す。横軸は時系列で× Δ 口が異常判定データに本手 法を適用した結果であり、1~4月の積雪期間を考慮して 季節ごとに×(5月~8月)、 Δ (9月~12月)、□(1月 ~4月)で示す。縦軸は異常検知指標2lnBを表し、仮説 H_0 , H_1 の尤度が等しい場合である2lnB = 0を赤線で示 す。すなわち仮説 H_1 の尤度が仮説 H_0 の尤度よりも低い場 合、2lnBがマイナス値を示し、反対の場合2lnBがプラス 値を示す。手法の妥当性を担保するため参照データに1 個抜き交差検証法により交差検証を適用した結果を〇印 で示している。

Fig.7における参照データの傾向として, 概ね仮説検定 における閾値である2lnB = 0の近傍に交差検証の結果が 分布しているが, プラス値を示す結果が一定数見受けら る。この結果は仮説検定における偽陽性に相当する。こ れは定常性を仮定する学習モデルにおいて限られた標本 数で様々な車両荷重条件が作用しており, それぞれが他 の参照データと比較してやや異常な振動パターンとして 検出されているものと考えられる。特に大型車通行時の 異常判定データで異常検知指標が大きくプラス値を示す 傾向が見受けられた。また異常判定データの傾向として は口箇所において2lnBが×箇所よりも大きい傾向が確認 される。3.2節で言及した気温が零度付近となる際の振動 特性の変化が異常として検出されている可能性が考えら れる。

同様に第2径間に異常検知法を適用した結果を Fig.8 に示す。第1径間と同様に○箇所は概ね2*lnB* = 0近傍に 分布しており,異常判定データについては□箇所異常検 知指標が大きい傾向がある。また,全体の傾向として第 1径間の異常検知指標が第2径間のものより大きくなる 傾向があり,相対的に第1径間の劣化が進行している可 能性が示唆される。

異常検知指標の長期的な経年変化を比較するため,年 ごとの異常検知指標の分布を比較する。なお,異常判定 データについて各年で同一の収録期間のデータを比較す



Fig.7 Anomaly detection result at 1st span. Cross validation shown by 🔘 is conducted for reference data.



Fig.8 Anomaly detection result at 2nd span. Red line indicates threshold at 2lnB = 0.

るため,第1,2径間における○箇所と×箇所のみに着目 した異常検知指標の分布をそれぞれ Fig.9, Fig.10 に示す。 なお分布曲線は正規分布を仮定している。分布の標本数, 平均値と標準偏差を Table 1 に示す。括弧で参照データ からの増加率を示す。特に, Fig.9 から第1径間の異常検 知指標が参照データと比較して年々増加している。これ は異常判定データが参照データと異なる統計的な特徴を 有している確率が年々大きくなっていることを意味し, 基準時からの劣化が進行していることを示唆する。この 結果は Fig.6 に示された振動数の減少傾向にも対応する と考えられる。

また Fig.10 に示す第2径間に関しても損傷検知指標の 増加傾向が見受けられるため,第1径間と同様に振動特 性が徐々に変化していると推測される。ただし,同じ車 両通行条件下で第1径間と比較して第2径間は異常検知 指標の増加率が小さいため,第2径間における振動特性 の変化は第1径間の変化と比較して相対的に小さい可能 性が高いと考えられる。

4. まとめ

本研究では, PC ケーブルの破断が確認され死荷重たわ み量が徐々に大きくなっている PC 箱桁橋梁を対象とし, 著者ら^{3),4),5)}の先行研究において提案された異常検知手 法の有効性が検討された。

まずスペクトル推定に基づき PC ケーブルの破断が確 認された径間における振動数の推移が検討され,振動数 に減少傾向がみられることが確認された。

次に,計測開始1年を基準となる参照データ,その後約3年を異常判定対象のデータとして,提案手法が適用 された。参照データにおける交差検証結果と夏期の異常 検知指標の分布に着目すると,特に PC ケーブルの破断 が確認された径間では異常検知指標は年ごとに増加傾向 にある。なお PC ケーブルの破断が確認されていない径 間においても,相対的に小さいながらも同様の増加傾向 がみられた。

以上の検討から,既に計測された死荷重たわみと同様 に,振動計測においても対象橋梁の劣化の影響が表れて いると考えられる。また分析手順に技術者の判断が要求 される従来の振動数に基づく異常検知と比較して,所定 の手順に基づいて異常の程度を数値化できる点で提案手 法に有意性があると思われる。ただし,振動特性の季節 変動に伴い異常検知指標も大幅に影響を受ける。この傾 向により長期的な劣化に関する判断が妨げられないよう, 異常検知の基準について今後の更なる改善が望まれる。

謝辞:本研究で用いた計測データは妙高大橋保全対策検 討委員会委員長長岡技術科学大学丸山久一名誉教授,国 土交通省北陸地方整備局高田河川国道事務所,SIP「イン フラ維持管理・更新マネジメント技術(国立情報学研究 所高須淳宏教授,相原健郎准教授,金沢大学深田宰史教 授)」らから提供いただいた。ここに記して謝意を表する。



Fig.9 (a) Histogram of *2lnB* of reference data at 1st span.

(b), (c) and (d) Histogram of test data at 1st span in 2017, 2018, and 2019.



Fig.10 (a) Histogram of 2*lnB* of reference data at 2nd span. (b), (c) and (d) Histogram of test data at 2nd span in 2017, 2018, and 2019.

Table 1	Number of samples.	mean value, a	and standard d	leviation of 2	2lnB	between Ma	v and August	for each year
I abit I	a ampies	mean value, a	ina stanaan a t	actuation of a	- unu	Detti ten 111a	j unu rugust	for cuch your

		Ref. Data in 2016	Test Data in 2017	Test Data in 2018	Test Data in 2019
1st span	Num. of samples	40	16	16	14
	Mean Value	17.8	24.2 (136%)	53.5 (301%)	63.3 (356%)
	St. Dev.	31.4	32.9 (105%)	40.1 (128%)	54.9 (175%)
2nd span	Num. of samples	29	11	18	17
	Mean Value	13.3	9.8 (74%)	17.8 (134%)	21.8 (164%)
	St. Dev.	17.6	18.4 (105%)	22 (125%)	23.5 (134%)

参考文献

- Salawu, O.S.: Detection of Structural Damage through Changes in Frequency; a Review, Engineering Structures, Vol.19, No.9, pp.718–723, Sep.1997
- Ni, Y.Q., Wang, Y.W., and Xia, Y.X.: Investigation of Mode Identification of a Cable-Stayed Bridge: Comparison from Ambient Vibration Responses and from Typhoon-Induced Dynamic Responses, Smart Structures and Systems, Vol.15, No.2, pp.447-468, Feb.2015
- Goi, Y., and Kim, C.W.: Damage Detection of a Truss Bridge Utilizing a Damage Indicator from Multivariate Autoregressive Model, Journal of Civil Structural Health Monitoring, Vol.7, No.2, pp.153-162, Apr.2017
- 五井 良直,金 哲佑:ベイズ推論を用いた橋梁の 振動特性推定に伴う不確実性の定量化手法の提案, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.75, No.2, pp.I_647-I_657, 2019
- 5) 五井 良直,金 哲佑:橋梁振動の多変量自己回帰 モデルのベイズ推定に基づく異常検知,材料, Vol.67, No.2, pp.143-150, 2018.2
- 6) He, X. and De Roeck, G.: System identification of

mechanical structures by a high-order multivariate autoregressive model, Computers and Structures, Vol.64, No.1, pp.341–351, Jul.1997

- Bishop, C.M.: Pattern Recognition and Machine Learning, New York: Springer, 2006
- Kass, R. and Raftery, A.: Bayes Factors, Journal of the American Statistical Association, Vol.90, No.430, pp.773-795, Jun.1995
- 9) 吉越 政浩,谷口 雄一,板谷 優也,岩井 雅紀:
 国道 18 号妙高大橋の維持管理について,平成 28 年 度国土交通省国土技術研究会論文集,自由課題イノ ベーション部門 1, No.8, pp.252-256, 2016.10
- Welch, P. D.: The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra a Method Based on Time Averaging over Short, Modified Periodograms, IEEE Trans. Audio Electroacoust., Vol.15, No.2, pp.70-73, 1967
- Bart, P. and Guido, D. R.: One-Year Monitoring of the Z24-Bridge: Environmental Influences Versus Damage Events, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.30, No.2, pp149-171, Dec.2000