論文　せん断補強筋を有する連続繊維補強材を用いたコンクリートはりのせん断耐力式の再評価

加藤　真紀[*1]・佐藤　靖彦[*2]

要旨： 連続繊維補強コンクリート部材に関する研究は約 20 年前に精力的に行われ，日本国内では土木学会「連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針（案）」が整備された。棒部材の条文式の元となった佐藤らのせん断耐力評価式は，分散ひび割れモデルを用いた有限要素解析により導出した式であり，せん断耐力を精度良く予測できる。しかし，せん断補強筋の受け持つせん断力は，実測されたひずみより求めたせん断力より小さくなる。そこで，本研究では，佐藤らのせん断耐力評価式を修正した。また，その修正式に基づいて条文式を見直し，その予測精度を実験値や ACI 式と比較した。

キーワード：連続繊維補強材，せん断耐力，再評価，分担力

1. はじめに

連続繊維補強材は 30 年以上前から実用化され，コンクリート構造への適用実績は増加してきている。

連続繊維補強コンクリート部材に関する研究は約 20 年前に盛んに行われていたが，近年，再び研究が進められている。例えば，せん断耐力に関しては，既往のせん断耐力式を複数選択し，アルゴリズムや数理モデルを用いてより精度の高い予測式を構築する研究もされている。Shahnewaz[1)]らの研究では遺伝的アルゴリズムと言われる実験データを遺伝子の「個体」として用意し，適応度の高さに応じて個体を選択，交叉，突然変異の操作を繰り返すアルゴリズムを通して既往の予測式の精度向上を果たした。Naderpour[2)]らの研究では，ニューラルネットワークの数理モデルを用いてせん断耐力式を構築した。インプットとして供試体の材料特性や幾何特性などの条件が入力され，中間の 7 つのネットワークを経て，アウトプットであるせん断耐力式が構築されている。これら先進的な手法を用いて構築された予測式は実験データに合わせて改良されるため，精度が比較的高い。しかし，未だ不明点が多いせん断破壊を予測する場合，実験結果との精度比較の視点だけでなく，耐荷機構や破壊機構の合理的説明という視点を持つ必要がある。

日本国内では，連続繊維補強コンクリート部材の設計は，土木学会「連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針（案）」[3)]に基づき行われている。この指針の条文式は，分散ひび割れモデルを用いた非線形有限要素解析による数値実験に基づき構築された佐藤らのせん断耐力評価式（以下，佐藤・上田式）[4)]である。佐藤・上田式は高い精度で実験結果を予測できることが知られている。一方で，趙らによって，佐藤・上田式はコンクリートの受け持つせん断耐力V_cを大きく見積もることを指摘している[5)]。よって本論文では，既往の実験に基づいて佐藤・上田式のせん断補強筋ひずみの予測式を見直し，せん断耐力式を再評価する。さらに，その再評価に基づいて条文式を修正する。

2. 佐藤・上田式の特徴

2.1 佐藤・上田式の概要

一般にせん断耐力は，せん断補強筋が受け持つせん断力 V_s とせん断補強筋以外が受け持つせん断力 V_c の和として表される。この考え方を連続繊維補強コンクリート棒部材へも適用した耐力式として趙・丸山式[5)]がある。

$$V = V_c + V_s \tag{1}$$

$$V_c = 0.07 p_t{}^{\frac{1}{3}} f_c{}^{\frac{1}{9}} \left(\frac{d}{1000}\right)^{-\frac{1}{4}} \left[0.34 + \frac{3}{a/d}\right] b_w d \tag{2}$$

$$V_s = \frac{k_a A_w \sigma_{w,max} z}{s} \tag{3}$$

ここで，$p_t{}'$：主筋の引張剛性比（%），$f_c{}'$：コンクリート強度，d：有効高さ，a：せん断スパン，b_w：断面幅，k_a：せん断破壊区間長さの補正係数，A_w：せん断補強筋面積，$\sigma_{w,max}$：せん断補強筋応力分布の最大値，z：せん断圧縮応力合力位置から主筋図心までの距離，s：せん断補強筋間隔である。

一方，佐藤・上田式は，**図−1** に示す 4 つのせん断抵抗成分からなる。

$$V = V_{cpz} + V_{web} + V_{str} - V_{com} \tag{4}$$

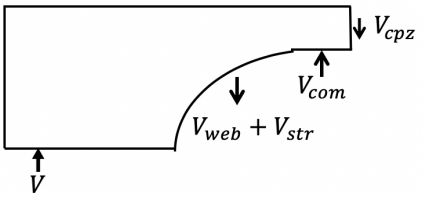
ここに，V_{cpz}：曲げ圧縮域でのコンクリートが受け持つせん断力，V_{web}：斜めひび割れ域でのせん断補強筋が受け持つせん断力，V_{str}：斜めひび割れ域でのせん断補強筋以外が受け持つせん断力，V_{com}：水平領域でのコンクリートが受け持つせん断力である。佐藤・上田式の各せん断抵抗成分の計算式は，応力とひずみを平均的に処理した分散

*1 早稲田大学　創造理工学部社会環境工学科　研究員 (正会員)
*2 早稲田大学　創造理工学部社会環境工学科教授　(正会員)

ひび割れモデルを用いた有限要素解析による数値実験により定式化されている。式（4）は，各領域の平均応力と平均ひずみを用いて式(5)に書き改められる。

$$V = bx_e\overline{\tau_{cpz}} + bL_{web}p_wE_w\overline{\varepsilon_{web}} + bL_{str}\overline{\tau_{str}} - bL_{com}\overline{\sigma_{com}} \quad (5)$$

ここで，b：部材幅，x_e：曲げ圧縮域深さ，$\overline{\tau_{cpz}}$：曲げ圧縮域での平均せん断応力，L_{web}：斜めひび割れ域の部材軸水平投影長さ，p_w：せん断補強筋比，E_w：せん断補強筋弾性係数，$\overline{\varepsilon_{web}}$：せん断補強筋ひずみ，$L_{str}$：斜めひび割れ域の部材軸垂直投影長さ，$\overline{\tau_{str}}$：斜めひび割れ域でのせん断補強筋以外が受け持つせん断力による平均せん断応力，L_{com}：水平領域の長さ，$\overline{\sigma_{com}}$：水平領域でのコンクリートの平均圧縮応力である。



図−１　せん断抵抗成分[4)]

2.2 実験値との比較

佐藤・上田式と表−１に示す既往の実験結果において，せん断耐力の実験値の計算値に対する比の平均は，1.07（変動係数 16%）である。一方，趙・丸山式のせん断耐力比は 1.00（変動係数 21%）である。

図−２は，表−１に示す既往の実験結果を用いて，佐藤・上田式と趙・丸山式のせん断補強筋が受け持つせん断耐力とそれ以外が受け持つせん断耐力それぞれの比較をした結果を示す。佐藤・上田式のせん断補強筋が受け持つせん断耐力は式(4)のV_{web}，それ以外の部材が受け持つせん断耐力は同式の$V_{cpz} + V_{str} - V_{com}$にあたる。趙・丸山式のせん断補強筋が受け持つせん断耐力は式(1)のV_s，それ以外の部材が受け持つせん断耐力は同式のV_cにあたる。両者を比較すると，佐藤・上田式のせん断補強筋が受け持つせん断耐力は趙・丸山式のそれの平均約 0.3 倍，せん断補強筋以外の部材が受け持つせん断耐力は約 1.6 倍となる。

3. 佐藤・上田式の修正

3.1 せん断補強筋のひずみ

図−３は，実測されたせん断補強筋のひずみ（表−２）と式(6)に示す佐藤・上田式のせん断補強筋ひずみ予測式との比較を示す。

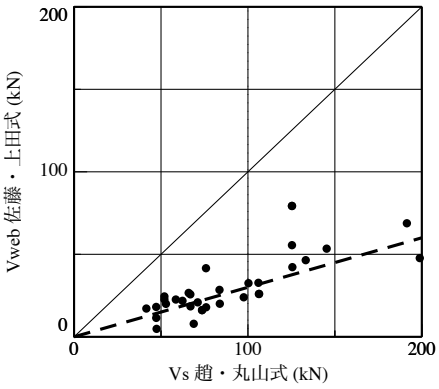
$$\overline{\varepsilon_{web}} = 0.0053\frac{\sqrt{f_c'}}{\sqrt{a/d}+1}e^{\left(-\frac{1000}{p_sE_s}-0.05\sqrt{p_wE_w}\right)} \quad (6)$$

破線は近似直線を示し，計算値は実験値の約 0.5 倍となり， 佐藤・上田式のひずみの方が実験値を大きく下回ることが分かる。

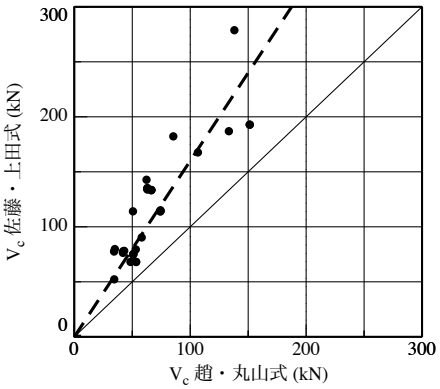
佐藤・上田式は，分散ひび割れモデルを用いた非線形有限要素解析を用いたパラメトリック解析を通じて，せん断破壊時の，せん断補強筋のひずみ，せん断ひび割れでのせん断伝達応力，圧縮域のコンクリート応力の予測式が定式化されている。

図−４は，分散ひび割れモデルと実際のひび割れのひずみの違いを模式的に示している。ℓ はせん断補強筋長さ，L はせん断補強筋の伸びを指す。図−４(a)の分散ひび割れモデルではひび割れが広い範囲に分散して発生し，せん断補強筋は複数のひび割れが跨ぐことになり，その結果，ひずみは局所化せず平均化されて分布する。一方，図−４(b)の実際のひび割れでは 1 ないし 2 本のひび割れに限定され，せん断補強筋ひずみもそのひび割れと交差位置に集中するため，分散ひび割れモデルに比べて最大ひずみは大きくなる。この時，分散ひび割れモデルではせん断補強筋のひずみが小さいのに，なぜ全体のせん断耐力が実験値と一致するのかという疑問が生じる。

ひび割れ面での骨材の噛み合わせ効果は，ずれ量が大きいほど大きくなる[7)]。パラメトリック解析に使用した 2 次限非線形有限要素解析におけるせん断伝達モデルは，



(a) せん断補強筋が受け持つせん断力の比較



(b) せん断補強筋以外が受け持つせん断力の比較

図−２　佐藤・上田式と趙・丸山式の比較

表−1　既往の実験結果[6)]

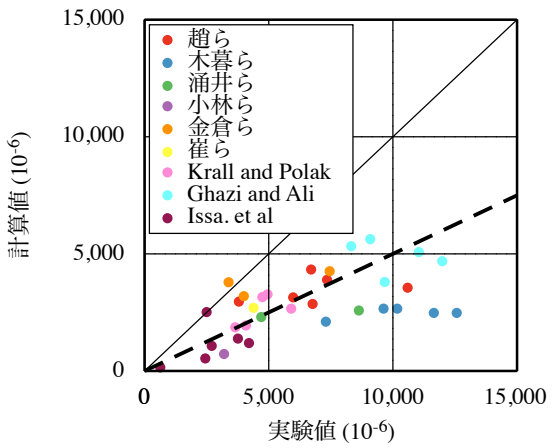
文献	a/d	b (mm)	h (mm)	$p_s E_s$ (MPa)	A_t (mm^2)	$p_w E_w$ (MPa)	A_w (mm^2)	s (mm)	f_c' (MPa)	V (kN)	佐藤・上田式 V (kN)	趙・丸山式 V (kN)
趙ら	3.00	150	300	3111.70	1134.00	160.14	56.57	90	33.61	110.74	92.51	105.25
	3.00	150	300	3111.70	1134.00	410.62	56.57	90	33.61	125.90	109.62	129.17
	3.00	150	300	2333.77	850.50	160.14	56.57	90	33.61	113.88	90.67	100.37
	2.00	150	300	1555.85	568.00	160.14	56.60	90	33.61	120.83	112.11	120.48
	4.00	150	300	1555.85	568.00	160.14	56.60	90	33.61	71.83	69.38	76.00
木暮ら	2.50	150	300	1067.00	400.13	256.80	77.04	60	34.00	131.00	99.00	114.14
	2.50	300	580	1067.00	1600.50	128.40	308.16	240	29.50	369.70	326.44	336.93
金倉ら	2.50	150	300	517.44	206.25	113.52	36.20	200	35.48	57.82	82.34	81.76
	2.50	150	300	517.44	206.25	227.05	36.20	100	37.53	82.32	87.64	103.77
	2.50	150	300	987.84	393.75	113.52	36.20	200	34.30	71.34	89.21	89.33
	2.50	150	300	1034.88	412.50	227.05	36.20	100	32.44	87.22	94.74	108.89
	2.50	150	300	1985.09	791.25	227.05	36.20	100	29.89	117.11	101.48	116.62
	2.50	150	300	1985.09	791.25	174.65	36.20	130	29.89	84.28	97.31	109.23
	2.50	150	300	1985.09	791.25	141.90	36.20	160	30.67	73.50	95.49	103.99
	2.50	150	300	1985.09	791.25	113.52	36.20	200	34.20	80.85	97.54	100.28
寺田ら	2.00	200	330	1138.82	1477.20	99.27	68.60	150	26.75	130.34	130.03	147.76
	2.00	200	330	1138.82	1477.20	198.55	68.60	75	26.95	145.04	141.02	180.80
	2.00	200	330	1138.82	1477.20	99.27	68.60	150	26.95	132.30	130.47	148.01
	2.00	200	330	1138.82	1477.20	198.55	68.60	75	26.75	142.10	140.53	180.47
遠藤ら	2.65	250	300	953.34	1073.50	513.91	92.00	40	37.24	235.20	181.26	196.27
	2.65	250	300	953.34	1073.50	759.15	92.00	40	37.24	245.98	188.75	208.32
	2.65	250	300	953.34	1073.50	256.96	92.00	80	37.24	186.20	166.60	169.06
	2.65	250	300	953.34	1073.50	414.93	146.00	80	37.24	203.84	176.73	188.59
涌井ら	2.00	200	400	1042.72	456.00	149.27	34.00	125	44.59	323.40	214.72	185.70
	3.00	200	400	1042.72	456.00	149.27	34.00	125	44.79	166.60	171.23	145.92
	4.00	200	400	1042.72	456.00	149.27	34.00	125	44.59	147.00	139.80	117.46
平田ら	1.19	250	300	1217.75	1268.25	614.89	92.00	40	37.61	251.86	272.16	276.66
	1.19	250	300	833.20	867.75	614.89	92.00	40	37.61	252.84	242.44	258.68
	1.79	250	300	1217.75	1268.25	614.89	92.00	40	37.61	264.60	236.43	298.06
	1.19	250	300	1217.75	1268.25	614.89	92.00	40	37.61	275.38	272.16	276.66
涌井・鳥取	3.00	200	400	893.76	456.00	98.78	36.00	125	44.88	169.54	151.27	142.40
	3.00	200	400	893.76	456.00	149.27	34.00	125	44.79	166.60	157.21	163.99
	3.00	200	400	893.76	456.00	115.25	20.00	125	44.98	196.00	153.54	150.33

h：部材高さ，p_s：主筋比，E_s：主筋弾性係数，A_t：主筋面積

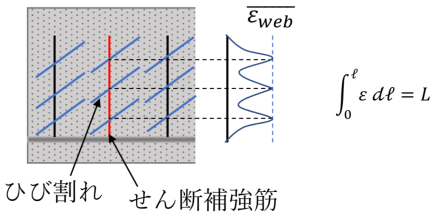
表−２　提案式の構築に用いた実験データ [6)]

文献 (供試体数)	a/d	p_sE_s (MPa)	p_wE_w (MPa)	f_c' (MPa)	せん断補強筋ひずみ ($\times10^{-6}$)	せん断耐力(kN)
趙ら (6)	3.0 - 4.0	1556 - 3112	160.1 - 410.6	33.61	3797 - 10593	71.83 - 125.9
木暮ら (5)	2.5	1067	128.4 - 256.8	29.50 - 34.00	7300 - 12570	107.3 - 590.0
涌井ら (2)	3.0	893.8	98.78, 149.3	44.88, 44.79	8629, 4697	84.77, 83.30
小林ら (1)	2.5	517.4	283.81	31.85	3200	158.76
金倉ら (3)	2.5	1985	113.5 - 227.0	29.89 - 34.20	3383 - 7453	73.50 - 117.1
崔ら (1)	4.0	1930	253.00	32.20	4390	235.00
Krall and Polak (5)	2.5	1242 - 1506	255.0 - 595.0	47.30	4742 - 14260	154.7 - 233.5
Ghazi and Ali (5)	2.6	1566 - 1722	95.20 - 352.8	73.40	8321 - 11990	190.1 - 402.2
Issa. et al (6)	1.5 - 3.5	256.9 - 923.8	171.10	35.90	632.0 - 4204	91.50 - 214.0

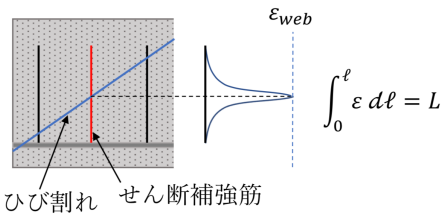
せん断ずれのひび割れ幅に対する比が大きいほどせん断伝達応力が大きくなるモデルである [8)]。平均的に処理した場合は実験値と一致するが，離散的に発生したひび割れ１本に着目すると，ひび割れ幅が大きいほどせん断伝達応力は小さい [7)]。つまり，佐藤・上田式のV_{str}は，ひび割れ位置で考えた場合，実験値よりも大きな値を見積もってしまっていると考えることができる。すなわち，ひび割れ域での分担力全体では実験値と合っているので，佐藤・上田式のV_{str}の一部をV_{web}に移動するのが合理的な対応である。そこで，せん断補強筋ひずみ予測式（式(6)）の修正後，増加したV_{web}分だけ，斜めひび割れ領域のせん断力V_{str}から減らすようV_{str}の式を調整する。



図−３　せん断補強筋ひずみの比較



(a) 分散ひび割れモデル



(b) 実際のひび割れ

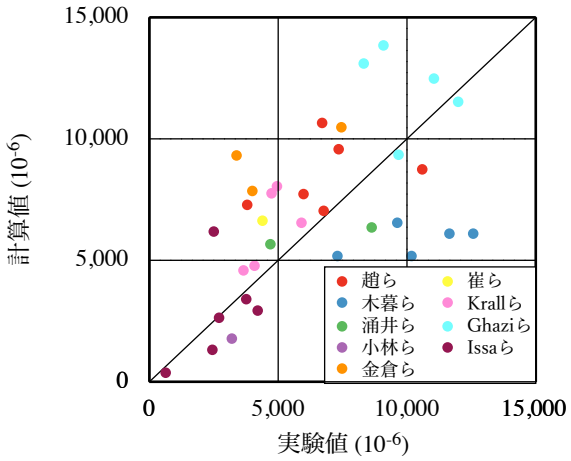
図−４　概念的なひび割れモデルとひずみ分布の関係

3.2 ひずみの予測式の修正

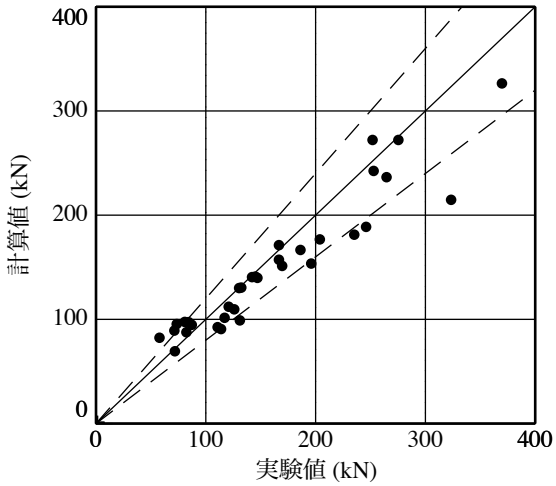
各パラメータの影響度を調べ，式(6)を式(7)のように修正する。

$$\varepsilon_{web} = 0.0053\frac{\sqrt{f_c'}}{\sqrt{a/d}+1}e^{\left(-\frac{1000}{p_sE_s}-0.05\sqrt{p_wE_w}+0.9\right)} \qquad (7)$$

図−８は，式(7)で算出した値と実験値のひずみを比較した結果を示す。実験値との平均比は 1.0 となり，修正前の**図−３**と比較して計算値が実験値に近づいたのが分かる。結果的に，せん断補強筋のひずみは式(6)に$e^{0.9}$を掛けた式となり，式(5)よりV_{web}も同じく$e^{0.9}$倍増加することになる。



図－８　提案式と実験値のせん断補強筋ひずみの比較



図－９　提案式のせん断耐力予測精度

3.3 斜めひび割れ域のせん断力の修正

V_{web}が増加したため，その分V_{web}と同じ斜めひび割れ域のせん断力を考慮するV_{str}を修正する。V_{str}は式(8)で表される。

$$V_{str} = bL_{str}\overline{\tau_{str}} \tag{8}$$

ここで，斜めひび割れ域の部材軸水平投影長さL_{str}は佐藤・上田式と同じ式であると仮定するので，$\overline{\tau_{str}}$の式(9)を修正する。

$$\overline{\tau_{str}} = f_c'^{\frac{1}{3}} \frac{1.28}{\sqrt{\frac{a}{d}}+1} \tag{9}$$

式(6)と式(7)より；

$$\varepsilon_{web} = e^{0.9}\,\overline{\varepsilon_{web}} = 2.46\overline{\varepsilon_{web}} \tag{10}$$

V_{web}とV_{str}の合計は佐藤・上田式と同じとするので，

$$V_{web} + V_{str} = bL_{web}p_wE_w\overline{\varepsilon_{web}} + bL_{str}\overline{\tau_{str}} = 2.46bL_{web}p_wE_w\overline{\varepsilon_{web}} + bL_{str}\tau_{str} \tag{11}$$

これを整理すると；

$$\tau_{str} = \overline{\tau_{str}} - 1.46p_wE_w\overline{\varepsilon_{web}} \tag{12}$$

となり，これに式(6)と式(9)を代入すると；

$$\tau_{str} = \frac{1.28f_c'^{\frac{1}{3}} - 0.0077\,p_wE_w\sqrt{f_c'}\,e^{\left(-\frac{1000}{p_sE_s} - 0.05\sqrt{p_wE_w}\right)}}{\sqrt{a/d}+1} \tag{13}$$

と修正される。なお，τ_{str}は正の数値となる供試体にのみ適用できる。たとえば，f_c'=30 MPa，p_sE_s=1500, a/d =2.5とするとp_wE_wが 670MPa 以下の場合に適用できる。

3.4. 精度検証

本節では**表－１**の実験結果を用いて精度検証を行う。**図－９**は提案式の精度を示す。ほとんどの数値が破線で示す実験値の 20%範囲以内に入っている。せん断耐力の実験値の計算値に対する比の平均は 1.07，変動係数は 16%となる。提案式は佐藤・上田式のV_{web}とV_{str}の比率を変えた式のため，この提案式の精度も佐藤・上田式と完全に一致する。

4. 条文式の修正

4.1 修正の方針

本章では，実際の構造物を設計する際に使用される設計式について考える。連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針（案）では，条文式として以下の式が掲載されている。本論文では，せん断補強筋は部材軸に対して垂直とし，緊張材は使用しないため，それに合わせて条文式の一部を省略する。なお，この条文式の考え方は，文献 3)に解説されており誌面の都合上ここでは割愛する。

$$V = V_{cd} + V_{sd} \tag{14}$$

$$V_{cd} = 0.2 \cdot \sqrt[3]{100 \cdot f_c' \cdot p_s \cdot E_s/E_0} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{d}} \cdot b \cdot d/\gamma_b \tag{15}$$

$$V_{sd} = A_wE_w \cdot \varepsilon_{web} \cdot \frac{d}{1.15}/(s \cdot \gamma_b) \tag{16}$$

$$\varepsilon_{web} = \sqrt{\left(\frac{h}{0.3}\right)^{-\frac{1}{10}} \cdot f_c' \cdot \frac{p_sE_s}{p_wE_w} \cdot 10^{-4}} \tag{17}$$

ここで，E_0：基準弾性係数(200000MPa)，γ_b：部材係数である．

式(10)を参考に，本論文で行ったせん断補強筋ひずみ式への修正をこの条文式にも適用することで，修正条文式を提案する。式(15)と式(16)はそのままで，式(17)が式(18)に修正される。

$$\varepsilon_{web}' = \sqrt{\left(\frac{h}{0.3}\right)^{-\frac{1}{10}} \cdot f_c' \cdot \frac{p_sE_s}{p_wE_w} \cdot 10^{-4} \cdot e^{0.9}} \tag{18}$$

4.2 精度検証

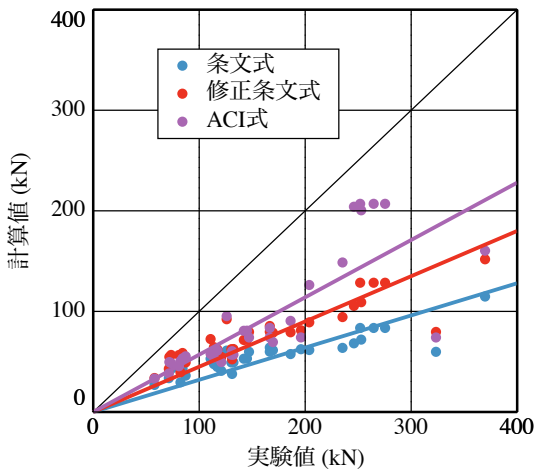
図－１１では**表－１**の実験結果を用いて，条文式，修正条文式，ACI 式[9]と実験値とのせん断耐力の比較を行った。ACI 式は式(19)-(21)で表される。なお，ここでは，せん断補強筋の破断形式は対象としない。

$$V = V_c + V_f \tag{19}$$

$$V_c = \frac{2}{5}\sqrt{f_c'}b(kd) \tag{20}$$

$$V_f = \frac{0.004A_wE_wd}{s} \tag{21}$$

ここで，k：補正係数とする。ACI 式と比較するため，条文式と修正条文式の計算では，部材係数$\gamma_b = 1$とした。条文式, 修正条文式, ACI 式の傾きはそれぞれ 0.32, 0.45, 0.57 となり，修正条文式は十分に安全側をとりながら，条文式よりも実験値に近いせん断耐力を予測できている。また，条文式，修正条文式，ACI 式の変動係数はそれぞれ 26%，25%，31%であり，その差は小さいものの修正条文式のばらつきが最も小さい。



図－１１　条文式，修正条文式，ACI 式による計算値と実験値との比較

5. まとめ

(1) 佐藤・上田式と趙・丸山式との比較では，せん断補強筋が受け持つせん断耐力で佐藤・上田式の値は趙・丸山式の 0.3 倍と小さく，せん断補強筋以外が受け持つせん断耐力では佐藤・上田式の値は趙・丸山式の 1.6 倍と大きかった。これは佐藤・上田式の構築の際に用いた有限要素解析は，ひび割れ面での剛性低下を平均的に処理する分散ひび割れモデルを用いたものであり，それゆえ，せん断補強筋のひずみを小さく見積もっているためであると考えられる。

(2) 佐藤・上田式のせん断補強筋ひずみの式の補強筋剛性の項を修正し，実際のひび割れモデルに適応したε_{web}を構築することでV_{web}の値を増加した。その増加分をV_{str}で減少させるため，τ_{str}を構築した。

(3) 提案式の精度検証の結果，せん断耐力比 1.07，変動係数 16%となった。これは元の佐藤・上田式の精度と完全に一致する。

(4) せん断耐力比は条文式，修正条文式，ACI 式それぞれ 0.32，0.45，0.57 となり，設計式を安全側に保ちつつ実験値に近づけることができた。また，条文式，修正条文式, ACI 式の変動係数はそれぞれ 26%, 25%, 31%であり，大きな差はないが，修正条文式が最小となった。

参考文献

1) Shahnewaz M, Machial R, Alam M, Rteil A : Optimized Shear Design Equation for Slender Concrete Beams Reinforced with FRP Bars and Stirrups using Genetic Algorithm and Reliability Analysis, Engineering Structures, No. 107, pp. 151-165. 2016.

2) Naderpour H, Poursaeidi O, Ahmadi M : Shear Resistance Prediction of Concrete Beams Reinforced by FRP Bars using Artificial Neural Networks, Journal of the International Measurement Confederation, No. 126, pp. 299-308. 2018.

3) 土木学会：連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針（案）, 1996

4) 佐藤靖彦，上田多門，角田與史雄：せん断補強筋を有する連続繊維補強コンクリートはりのせん断耐力の定量的評価，土木学会論文集，No. 520/V-28, pp. 157-169, 1995. 8.

5) 趙唯堅，丸山久一：連続繊維補強コンクリートはりのせん断耐荷機構とせん断耐力評価，土木学会論文集，No. 578/V-37, pp. 1-17, 1997. 11.

6) 加藤真紀：連続繊維補強材を用いたコンクリートはりのせん断耐力設計式の再構築，早稲田大学卒業論文，2020. 8.

7) Walraven, J. C. and Reinhardt, H. W.: Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading, HERON, Vol.26, No.1A, pp.1-68, 1981

8) 李宝禄，前川宏一：接触面密度関数に基づくコンクリートひび割れ面の応力伝達構成式，コンクリート工学，Vol.26，No.1，pp.123-137，1988

9) American Concrete Institute (ACI) Committee 440 : Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars, ACI 440.1R-15, American Concrete Institute, Farmington Hills (MI), 2015.