

論文 凍害を受けた PC まくらぎの振動特性に着目した健全度評価手法の検討

箕浦 慎太郎*1・渡辺 勉*2・松岡 弘大*2・後藤 恵一*2

要旨 : PC まくらぎの一部では、近年凍害による変状が散見されており、定量的な評価指標に基づく健全度評価手法の確立が急務である。本研究では、凍害を受けた実際の PC まくらぎを対象に曲げ耐荷力や振動特性の実態調査及び数値解析を実施し、凍害を受けた PC まくらぎの曲げ耐荷力をより精度よく評価するためにはスケーリングの面積だけでなく、その発生深さを考慮する必要があることを解明した。また、数値解析によりスケーリングの発生位置及び深さが曲げ耐荷力低下へ与える影響、PC まくらぎの固有振動数の低下と曲げ耐荷力の関係を定量化した。これらにより、実務における定量的な健全度評価指標の目安を提案した。

キーワード : PC まくらぎ, 凍害, スケーリング, 耐荷力, 画像処理, 振動特性

1. はじめに

プレストレストコンクリート製まくらぎ(以下、PC まくらぎ)は、鉄道の安全・安定輸送に貢献する重要な軌道部材である。近年製造されている PC まくらぎには、一般的に AE 剤が使用されているが、JIS に規格化される 1990 年以前には AE 剤未使用の PC まくらぎも製造されており、そのような PC まくらぎが凍害危険度の高い地域に敷設されるケースもあった。近年ではそれらの PC まくらぎの一部に、スケーリングや微細ひび割れなどの凍害と考えられる変状が散見されている。

図-1 に凍害を受けたとみられる PC まくらぎ(以下、凍害 PC まくらぎ)の例を示す。図に示すように、一部の PC まくらぎには、変状が著しく鋼材が露出しているようなものもある。PC まくらぎは、列車荷重に対し所定の曲げ耐荷力を有するように設計されるが、図-1 のような PC まくらぎは曲げ耐荷力が著しく低下し、交換が必要である可能性が高い。AE 剤未使用の PC まくらぎは 2021 年現在でも多く敷設されており、将来的に凍害による PC まくらぎの交換が増大する可能性があるため、適切な維持管理計画や明確な交換基準の策定、効率的かつ定量的なスクリーニング手法が求められているが、凍害が PC まくらぎの曲げ耐荷力に及ぼす影響についての体系的な調査研究はこれまで十分に行われていなかった。

図-2 に既往の研究で実施した凍害 PC まくらぎに関する調査結果(PC まくらぎ上面のスケーリング面積とレール位置での正曲げ試験の曲げ破壊荷重との関係)を示す²⁾。既往の研究では、凍害危険度の比較的高い線区に敷設されていた経年 45 年~55 年の凍害 PC まくらぎを収集し、PC まくらぎ上面に発生するスケーリングの面積とレール位置での曲げ破壊荷重の関係を調査した。その結果、凍害 PC まくらぎのスケーリングはバラストに埋

まっていない上面に発生しやすいこと、上面に発生するスケーリング面積の増加に伴い曲げ耐荷力が低下する関係にあることを明らかにした。これによりスケーリング面積に基づいて凍害 PC まくらぎの曲げ耐荷力のある程度定量的に評価することが可能となったが、実際のスケーリングは平面的な評価だけでは不十分である可能性があり、耐荷力をより精度よく評価するためには、スケーリングの深さについても検討しておく必要がある。

一方で、筆者らは打音試験により取得した PC まくらぎの固有振動数からその健全度を評価する手法を提案している³⁾。具体的には、PC まくらぎの固有振動数の低下を捉えて曲げひび割れの有無などを評価するものである。この手法を凍害 PC まくらぎに適用することができれば定量的な健全度評価が行えるものと考えられるが、凍害 PC まくらぎを対象にその適用性を検証した事例はない。

このような背景から、本研究では、凍害 PC まくらぎの維持管理効率化のための定量的な健全度評価指標の目安を提案することを目的として、まず営業線に敷設された凍害 PC まくらぎを収集し、凍害 PC まくらぎのスケーリングの発生深さの実態及び曲げ耐荷力への影響につ



図-1 凍害 PC まくらぎの例

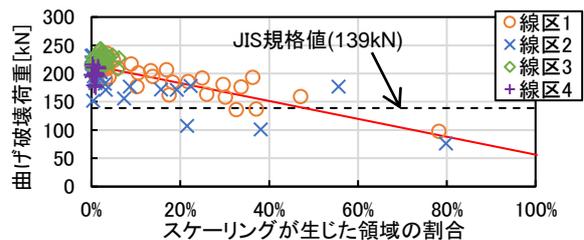


図-2 PC まくらぎ上面のスケーリング面積と曲げ破壊荷重(正曲げ)の関係²⁾

*1 (公財)鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 修士 (工学) (正会員)

*2 (公財)鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 博士 (工学) (正会員)

いて調査した。そして、スケーリングによる断面減少を再現した 3 次元非線形 FEM モデルを構築し、スケーリングの発生位置及び深さが、曲げ耐力の低下に及ぼす影響及び PC まくらぎの振動特性との関係を定量化した。

2. 検討手法

2.1 凍害 PC まくらぎの実態調査

(1) 対象 PC まくらぎ

図-3 に本研究で対象とした PC まくらぎを示す。本調査では、凍害危険度の高い線区に敷設された、日本国有鉄道規格(JRS)に規定されるプレテンション式の PC まくらぎ(品型: 3PR)を収集した。この種類のまくらぎは直線区間及び半径 800m 以上の曲線区間に敷設されるものである。本調査では、合計 15 本の PC まくらぎを対象とし、経年は 38~39 年であった。

(2) 曲げ耐力

図-4 に JIS に規定されたレール位置での正曲げ試験方法を示す。凍害 PC まくらぎの曲げ耐力を評価するために、JIS E 1201 に規定されたレール位置での正曲げ試験を実施し、曲げ破壊荷重を調査した。なお、今回対象とした PC まくらぎは日本国有鉄道規格(JRS)に基づき製造された PC まくらぎであるが、その形状は JIS に規定される PC まくらぎとほぼ同じであることから、JIS に規定されている方法及び基準値で評価した。また、JIS ではまくらぎ中央断面での負曲げ試験も規定されているが、PC まくらぎの曲げ破壊形態はコンクリートの圧壊による場合が多く、まくらぎ中央断面での荷重試験は比較的凍害の発生しにくいまくらぎ下面が圧縮縁となるため、本研究ではレール位置での正曲げ試験のみで評価した。本試験は、対象とした 15 本すべての PC まくらぎに対して実施した。

(3) PC まくらぎの形状

凍害 PC まくらぎのスケーリングによる断面減少の実態調査及び曲げ耐力への影響の調査のために、多視点画像から 3 次元形状(3 次元メッシュモデル)を取得する SfM 多視点ステレオ写真測量(Structure-from-Motion Multi-View Stereo Photogrammetry)により凍害 PC まくらぎの 3 次元形状を取得した⁹⁾。この手法は、詳細な形状取得のために大量の画像が必要であるものの、市販のデジタルカメラで撮影した画像から 3 次元形状の取得が可能であり、事前のカメラキャリブレーションも不要である。本調査では、写真測量用ソフトウェア“3D zephyr”を使用した。変状の程度が異なる 11 本の凍害 PC まくらぎに対し、それぞれ約 300~500 枚の画像から底面以外の 3 次元形状を取得し、凍害 PC まくらぎのスケーリングによる体積の減少量を調査した。なお、PC まくらぎの底面には列車通過時の荷重により摩耗が生じ、摩耗量は通

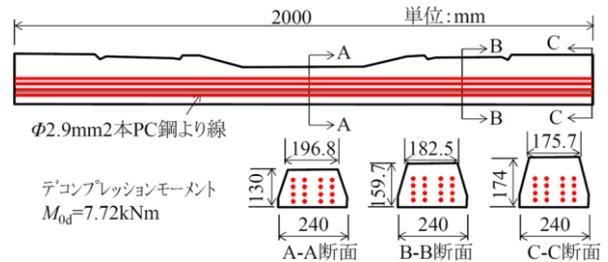


図-3 PC まくらぎの概要 (3PR)

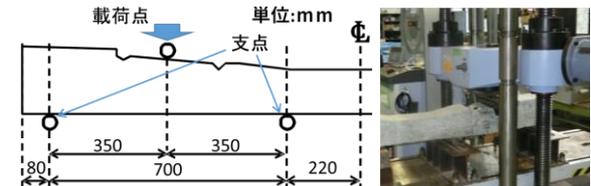


図-4 レール位置での正曲げ試験方法(JIS)

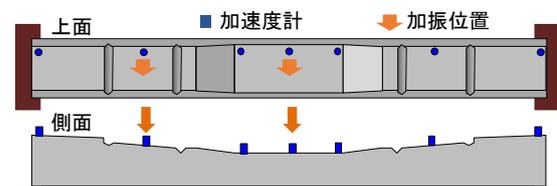


図-5 PC まくらぎの振動測定方法

過した列車の総重量(通過トン数)に応じて増加するが⁹⁾、今回対象とした線区は通過トン数が比較的小さく摩耗の影響は凍害と比較して小さいと考えられるため、3次元形状取得の際には底面摩耗を考慮していない。

(4) 振動特性

図-5 に PC まくらぎの振動測定方法を示す。2.2 節で述べる数値解析による PC まくらぎの振動特性と曲げ耐力の影響評価の検証のために、PC まくらぎに圧電式加速度計(PV85, リオン株式会社)を設置してインパルスハンマによる加振試験を実施し、凍害 PC まくらぎの振動特性を取得した。加速度計はまくらぎ上面にエポキシ樹脂系接着剤でバーク板を固定し、そのバーク板に加速度計をねじ止めすることで設置した。加速度計で得られた応答はプリアンプ、A/D 変換器を介してサンプリング周波数 5kHz でノート PC に収録した。振動特性の同定法としては、ERA (Eigensystem Realization Algorithm) 法⁴⁾を採用した。振動測定は変状の程度が異なる 5 本の PC まくらぎに対して実施した。

2.2 数値解析による検討方法

(1) 解析モデル

図-6 に解析モデルを示す。解析モデルは汎用構造解析ソフトウェア“LS-DYNA” (Ver. R10.1.0) により構築し、図-4 に示すレール位置での曲げ試験を再現するとともに、固有値解析により PC まくらぎの固有振動数を求めることとした。対象とした PC まくらぎは実態調査と同様の PC まくらぎとし、コンクリートを 6 面体ソリッドモデルで、PC 鋼より線及びスターラップを梁要素で、曲げ試験の支点及び疑似支点をシェルでモデルした。なお、

擬似支点とは、荷重開始前において PC まくらぎの要素を安定させるために設けた要素であり、荷重開始後には PC まくらぎは擬似支点から離れる。解析モデルの節点数は 11725、要素数は 9358 である。PC 鋼より線及びスターラップの要素は、コンクリート要素と節点を共有させ、付着や滑りは考慮せずコンクリートに完全に追随するモデルとした。プレストレスについては、PC 鋼より線の梁要素に導入プレストレス力に応じた初期応力をあらかじめ与えることで再現した。支点及び荷重点は剛体とし、コンクリート表面との接触を考慮できるモデルとした。モデルは対称性を考慮した 1/2 モデルとした。

表-1 に数値解析で使用した材料諸元を、図-7 にコンクリート及び PC 鋼より線の応力-ひずみ関係を示す。コンクリートの弾性係数及び圧縮強度については、既往の研究で実施した材料試験の結果²⁾を参考にし、引張強度は鉄道構造物等設計標準・同解説（コンクリート構造物）（以下、コンクリート標準⁷⁾に記載された引張強度の特性値の算出方法により求めた。解析ではコンクリートのひび割れや圧壊を再現可能なモデル⁸⁾とし、引張軟化特性については、コンクリート標準⁷⁾に基づいて設定した。PC 鋼より線の応力ひずみ関係はミルシートから作成し、スターラップはバイリニアモデルとした。

(2) 解析ケース

図-8 に各解析ケースで想定したスケーリング位置を、表-2 に各解析ケースでスケーリングによる断面減少を再現するために削除した要素の深さを示す。スケーリングの無い状態の PC まくらぎを基本ケースとし、一部の要素を削除することでスケーリングによるコンクリートの断面減少を再現した。要素を削除する位置は図-8 に示す位置とし、それぞれ上面から表-2 に示した深さまでの要素を削除した。各ケースに対して、PC まくらぎの片側のみ要素を削除したモデルと、図-8 中の PC まくらぎ中心に対して対称となるように両側の要素を削除したモデルを作成した。これは、レール位置の正曲げ試験時には、非荷側側のレール位置付近の要素を駆除しても曲げ耐力には影響を及ぼさないが、PC まくらぎの振動特性には影響を与えると考えられるためである。

3. 検討結果

3.1 凍害 PC まくらぎの実態調査結果

図-9 に取得した凍害 PC まくらぎの 3 次元メッシュモデルの例を、図-10 に取得した凍害 PC まくらぎの断面の例を示す。ここでは、体積減少率（設計図面より算出した体積と 3 次元メッシュモデルから取得した体積の比）が最も大きい PC まくらぎのメッシュモデルを示した。図に示す通り、SfM 多視点ステレオ写真測量手法により凍害 PC まくらぎの細かな凹凸や断面の減少を取得

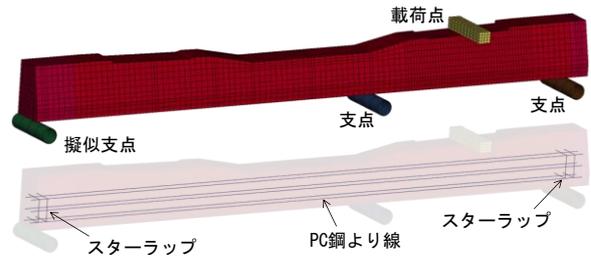


図-6 解析モデル(1/2 モデル)

表-1 材料諸元

名称	コンクリート	PC 鋼より線	スターラップ
弾性係数 E (kN/mm ²)	33.0	200	200
ポアソン比	0.2	0.3	0.3
密度 (kN/m ³)	23.0	77.0	77.0
一軸圧縮強度 f _t (N/mm ²)	80.0	—	—
一軸引張強度 f _c (N/mm ²)	4.27	—	—
降伏強度 (N/mm ²)	—	降伏 σ _y : 1522.5 最大 σ _u : 1998.0	345.0

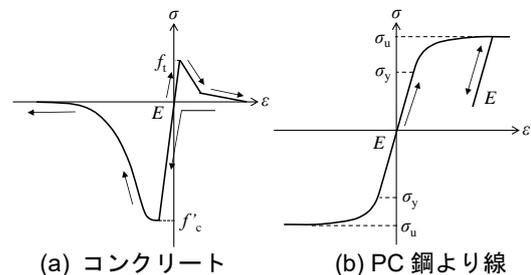


図-7 応力-ひずみ関係

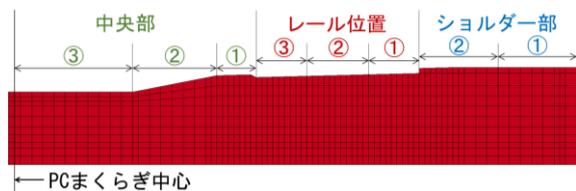


図-8 各解析ケースで想定したスケーリング位置

表-2 各解析ケースで削除した要素の深さ

要素の位置	削除した要素
中央部	上面から 10mm, 20mm, 最上段の PC 鋼より線の位置
レール位置	上面から 10mm, 20mm, 40mm,
ショルダー部	上面から 10mm, 20mm, 30mm, 50mm, 最上段の PC 鋼より線の位置

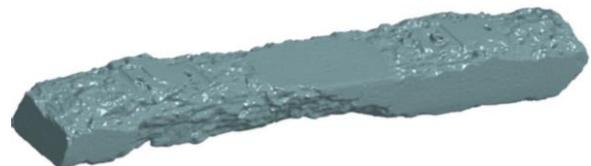


図-9 凍害 PC まくらぎの 3 次元メッシュモデルの例

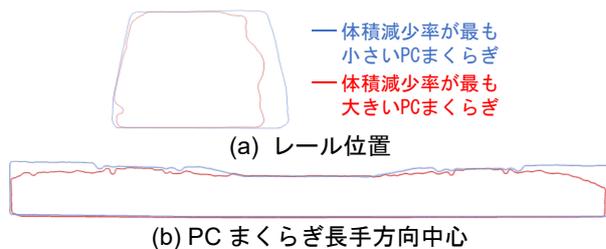


図-10 凍害 PC まくらぎの断面形状の例

することが可能であった。また、スケーリングはショルダー部に生じやすい傾向にあった。体積減少率が最も大きい PC まくらぎでは、レール位置の側面では最大約

50mm, ショルダー部では上面から最大約 71mm の深さまでスケーリングによる断面減少が生じていた。これらの位置では PC 鋼より線が露出していた。

図-11 に凍害 PC まくらぎの体積減少率を示す。図より、今回対象とした凍害 PC まくらぎでは、最大で 15% 程度体積が減少していることが確認された(図-10 で示した PC まくらぎ)。

図-12 に体積減少率とレール位置での曲げ破壊荷重との関係を示す。体積減少率が 5% 程度でも JIS 規格値を下回るものがあるなどばらつきが大きい。体積減少率が大きくなるほど、曲げ破壊荷重が低下する傾向が認められることから、凍害 PC まくらぎの曲げ耐力をより精度よく評価するためには、既往の研究で実施したスケーリングの生じた面積に加えて、深さ方向についても考慮する必要があると考えられる。

図-13 に既往の研究²⁾と同様の方法で取得した PC まくらぎ上面のスケーリング面積と体積減少率の関係を示す。図より、ばらつきがあるものの体積減少率の増加に伴いスケーリング面積も増加する傾向が確認された。

3.2 数値解析による検討結果

図-14 に基本ケースでの荷重変位曲線を示す。なお、解析の荷重変位曲線における荷重は載荷点と PC まくらぎ上面のコンクリートの接触力、変位は載荷点直下の PC まくらぎ底面の要素の変位である。参考として、実際に新品の PC まくらぎを使用して実施した曲げ試験結果も併せて示す。この図より、解析モデルはひび割れ発生による剛性の低下や最大荷重などをおおむね再現可能であることが確認された。以降の解析結果では、荷重変位曲線で得られた最大値を曲げ破壊荷重とする。

図-15~図-17 に片側のみを要素を削除した各解析ケースでの曲げ破壊荷重を示す。ショルダー部のスケーリング(図-15)については、レール位置での正曲げの曲げ破壊荷重には影響が小さく、スケーリング深さ 20mm までは曲げ耐力の低下はほとんど見られなかった。レール位置に近いショルダー②では、最上段の PC 鋼より線までのケースでの曲げ破壊荷重が 100.7kN であり、基本ケース(曲げ破壊荷重: 204.4kN)と比較して約 50.1%低下した。レール位置でのスケーリング(図-16)については、レール②でスケーリング深さ 40mm のケースでは曲げ破壊荷重が 112.9kN となり、基本ケースと比較して 44.8%低下した。他のケースでも 10mm のスケーリングの段階から曲げ破壊荷重が低下しており、比較的浅い段階から曲げ耐力への影響が表れていた。これは、PC まくらぎの曲げ試験では、コンクリートの圧壊により破壊に至るケースが多く、圧縮縁となるレール位置付近の上面のコンクリートが減少したことが曲げ破壊荷重の低下につながったためと考えられる。PC まくらぎ中央部

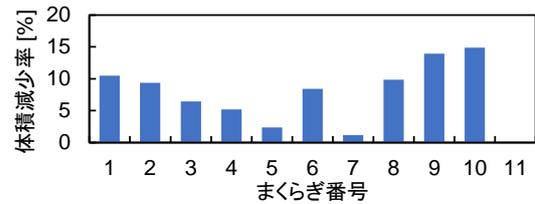


図-11 凍害 PC まくらぎの体積減少率

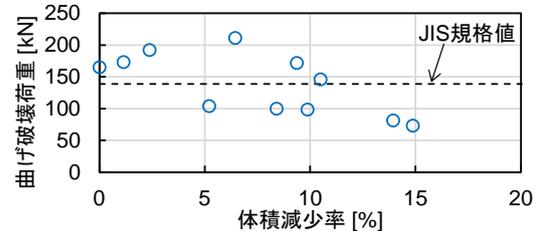


図-12 体積減少率と曲げ破壊荷重(実測値)

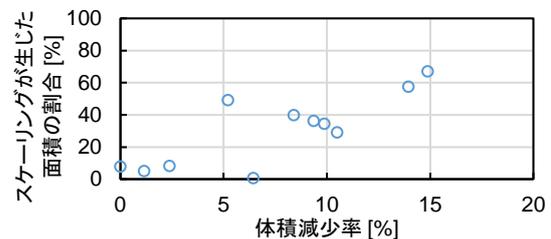


図-13 上面のスケーリング面積と体積減少率の関係

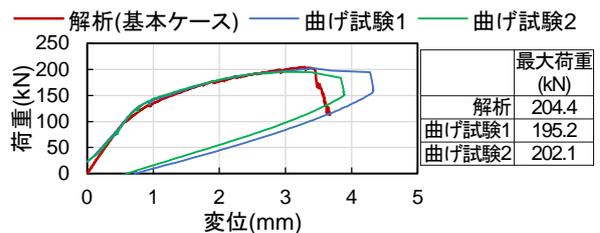


図-14 基本ケースでの荷重変位曲線及び最大荷重

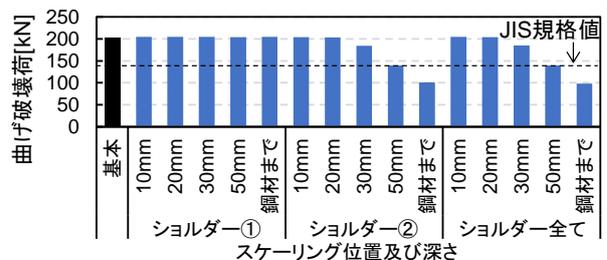


図-15 各解析ケースでの曲げ破壊荷重(ショルダー部)

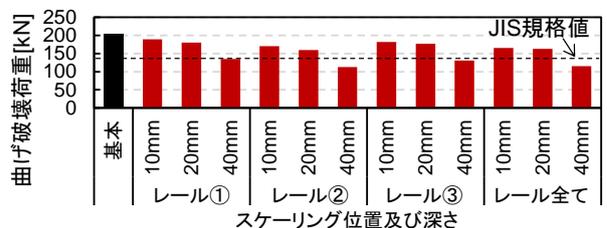


図-16 各解析ケースでの曲げ破壊荷重(レール位置)

(図-17)については、スケーリング深さ 10mm ではどの位置でも曲げ耐力にはほとんど影響がなく、レール位置に近い中央①で深さが 20mm のケースは曲げ破壊荷重が 174.3kN であり、基本ケースと比較して約 14.7%曲げ破壊荷重が低下した。以上より、どの位置のスケーリングであっても、深さが 20mm 以下の場合には JIS 規格

値 (139kN) を上回ったが、特にレール位置付近での耐荷力の低下への影響が大きく、健全度評価においては、レール位置付近のスケーリングの有無が重要であると考えられる。なお、両側の要素を削除したケースについては、要素の削除位置が荷点から離れているため、曲げ破壊荷重への影響は見られず、片側のみのケースとほぼ同じ値となった。

図-18 に PC まくらぎの曲げ振動モード形状を、図-19 に片側のみ要素を削除した各ケースでの固有振動数と曲げ破壊荷重の関係を振動モードごとに示す。図-19 中には最小二乗法により求めた回帰直線も併せて示す。図-19(a)より、曲げ破壊荷重への影響が大きいレール位置でスケーリングが発生しても、1次モードの固有振動数はほとんど低下しなかった。一方、図-19(c)の3次モードでは、レール位置が振動の腹となっており、ばらつきはあるものの固有振動数の低下とともに曲げ破壊荷重が低下する傾向が得られた。これらのことから、打音試験において PC まくらぎの3次モードの固有振動数に着目することで、凍害 PC まくらぎの曲げ耐荷力を評価できる可能性がある。

図-20 に両側の要素を削除した各ケースでの3次モードの固有振動数と曲げ破壊荷重の関係を示す。両側の要素を削除したケースでは、片側のみのケースと比較して、固有振動数と曲げ破壊荷重から求めた回帰直線の傾きが小さくなった。これは、両側の要素を削除した場合、片側のみの場合と比較して曲げ破壊荷重はほぼ変化がないものの、3次モードの固有振動数は低下したためであると考えられる。このように、固有振動数に着目して凍害 PC まくらぎの曲げ耐荷力を評価する場合には、スケーリングの発生位置が PC まくらぎ全体にわたり生じている場合と、片側のスケーリングがもう片方と比較して著しく大きい場合とに分けて評価する必要があると考えられる。以上より、本研究で対象とした PC まくらぎ(品形:3PR)について固有振動数により健全度評価を行う場合、スケーリングが PC まくらぎの片側に集中している場合には800Hz、全体に生じている場合には760Hzが交換の判断の目安となると考えられる。

図-21 に数値解析及び凍害 PC まくらぎの加振試験により求めた固有振動数と曲げ破壊荷重の関係を示す。同図には、既往の研究で測定した健全な PC まくらぎの固有振動数と曲げ破壊荷重も併せて示す。この図より、加振試験結果からも3次モードの固有振動数の低下に伴い曲げ破壊荷重が低下する傾向にあることが確認された。また、凍害 PC まくらぎの実測値で曲げ破壊荷重が低いケースでは、解析結果と近い値となったが、曲げ破壊荷重が高いケースに対しては、実測値は解析結果よりも低い固有振動数を示した。これは、凍害による断面減少に

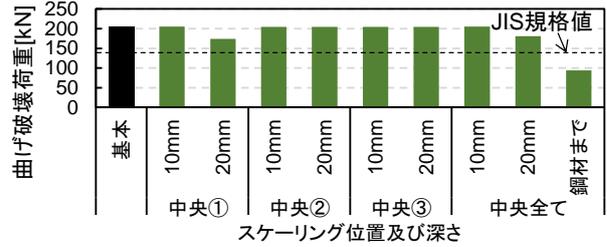


図-17 各解析ケースでの曲げ破壊荷重(中央部)

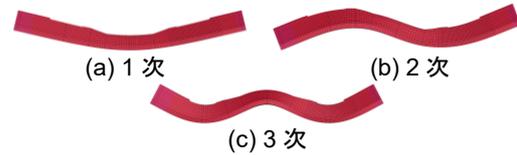


図-18 PC まくらぎの曲げ振動モード形状

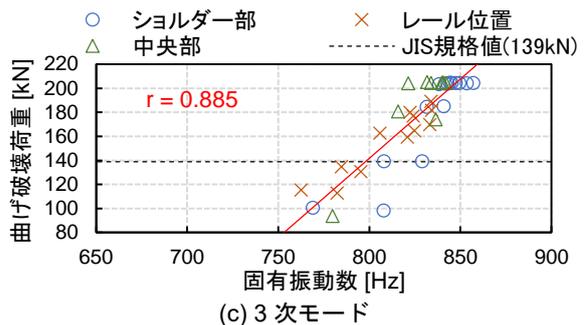
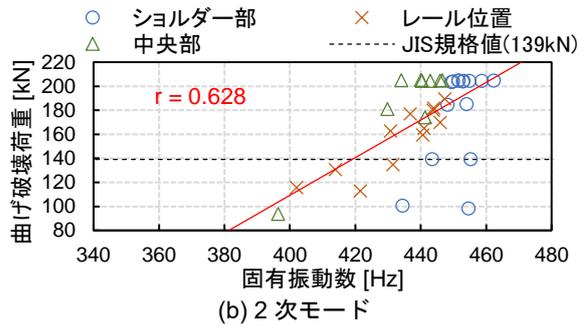
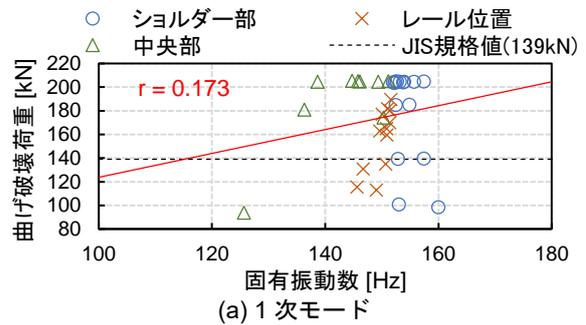


図-19 固有振動数と曲げ破壊荷重の関係(片側のみ)

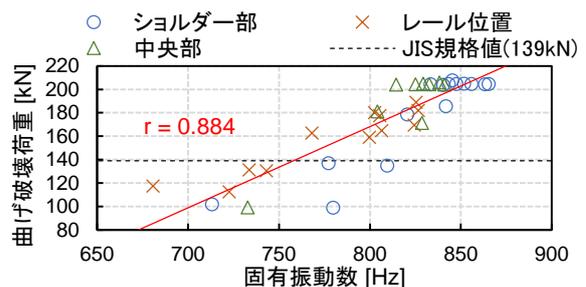


図-20 3次モードの固有振動数と曲げ破壊荷重の関係(両側スケーリング)

は至らない程度の微細ひび割れの発生や弾性係数の低下などの影響が考えられる。ただし、解析結果は実測値と比較すると安全側の評価となっており、ある程度曲げ耐力が低下した凍害 PC まくらぎのスクリーニング手法として、振動測定による手法は有効であると考えられる。

表-3 に本研究で得られた知見及び既往の研究結果²⁾を基に作成した凍害 PC まくらぎの健全度評価指標の目安を示す。これらに基づき、徒歩巡視等の際の目視検査において凍害 PC まくらぎの健全度判定がより精度よく行えると考えられる。さらに、表-3 には熟練技術者でなくても打音検査により定量的に健全度評価が行えるよう PC まくらぎの固有振動数の閾値も合わせて提案した。

4.まとめ

本研究では、凍害 PC まくらぎの健全度評価指標の目安を提案することを目的とし、営業線に敷設された凍害 PC まくらぎのスクリーニングの発生深さの実態及び曲げ耐力への影響を調査した。併せて、数値解析により、スクリーニングの発生位置及び深さが、曲げ耐力の低下に及ぼす影響及び PC まくらぎの振動特性との関係を定量化した。得られた知見を以下に示す。

- 1) 今回対象とした凍害 PC まくらぎでは最大で約 15% 体積が減少していること、凍害 PC まくらぎの体積減少に伴い曲げ破壊荷重が低下する傾向などが確認され、凍害 PC まくらぎの曲げ耐力をより精度よく評価するためには、スクリーニングの生じた面積に加えて深さ方向についても考慮する必要がある。
- 2) 数値解析による検討により、正曲げ試験での曲げ破壊荷重への影響については、レール位置に生じたスクリーニングは影響が比較的大きく、スクリーニング深さが 20 mm を超えると JIS 規格値を下回るケースがあることが確認された。
- 3) 各スクリーニング状態での PC まくらぎの固有振動数と曲げ破壊荷重の関係においては、3 次の曲げ振動モードの固有振動数の低下に伴い曲げ破壊荷重が低下する傾向が確認され、3 次モードの固有振動数に着目することで、打音試験などにより曲げ耐力が評価できる可能性があることが示された。
- 4) 本研究及び既往の研究の結果から、凍害 PC まくらぎの健全度評価指標の目安を提案した。これにより、目視検査または打音検査により凍害 PC まくらぎの健全度評価が可能となると考えられる。

参考文献

- 1) 長谷川寿夫:コンクリートの凍害危険度の算出と水セメント比限界値の提案, セメント技術年報, Vol.29, pp.248-253, 1975

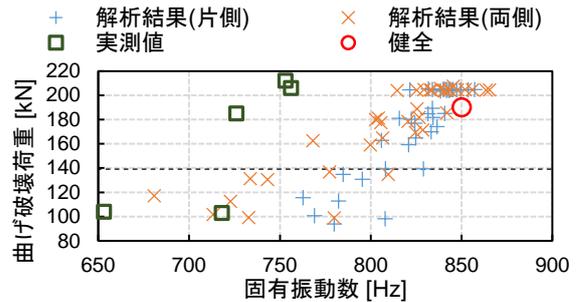


図-21 解析結果と実測値との比較

表-3 凍害 PC まくらぎの健全度評価指標の目安

健全度	目視検査	打音検査	措置例
A	<ul style="list-style-type: none"> PCまくらぎ上面の50%以上でスクリーニング・断面欠損 レール位置でスクリーニング・断面欠損(深さ20mm以上) 中央部、ショルダー部でPC鋼材やスターラップが露出 レール締結装置のばね受台や埋込栓の破損 	<ul style="list-style-type: none"> 3次モードの固有振動数が760Hz未満 3次モードの固有振動数が800Hz未満かつスクリーニングがPCまくらぎの片側のみで発生 	交換
B	<ul style="list-style-type: none"> PCまくらぎ上面の50%以下でスクリーニング レール位置付近でスクリーニング(20mm未満) 	<ul style="list-style-type: none"> 3次モードの固有振動数が800Hz以上 	経過観察
C	<ul style="list-style-type: none"> ショルダー部の一部にスクリーニング(深さ20mm未満) 微細なひび割れが発生 		経過観察
S	健全		なし

- 2) 箕浦慎太郎, 渡辺勉, 飯島亨, 石田哲也: 凍害を受けた PC まくらぎの実態調査と健全度評価基準の検討, コンクリート工学年次論文集, Vol.42, No.1, pp.659-664, 2020
- 3) 松岡弘大, 渡辺勉, 箕浦慎太郎, 曾我部正道, 面高陽紀: 損傷 PC まくらぎの振動モード特性と打音による簡易検知手法の開発, 土木学会論文集, Vol.74, No.3, pp.158-175, 2018
- 4) 松岡弘大, 貝戸清之, 石井秀和: 供用後 86 年を経過した 24 連鋼鉄道橋の振動特性とその変動要因に関する統計的考察, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.3, pp.157-174, 2012
- 5) 織田和夫: 解説: Structure from Motion (SfM) 第一回 SfM の概要とバンドル調整, 写真測量とリモートセンシング, Vol.55, No.3, pp.206-209, 2016
- 6) 箕浦慎太郎, 渡辺勉, 鈴木大輔, 上半文昭: 営業線 PC まくらぎの摩耗性状とその耐力への影響に関する検討, コンクリート工学年次論文集, Vol.37, No.2, pp.1345-1350, 2015
- 7) 鉄道総合技術研究所編: 鉄道構造物等設計標準・同解説(コンクリート構造物), 丸善出版, 2004.
- 8) Peter Grassl et al.: CDPM2: A damage-plasticity approach to modelling the failure of concrete, International Journal of Solids and Structures, 2013.7