

論文 ひずみエネルギーに基づく種々の荷重状態に適用可能な RC はり部材におけるせん断耐荷機構分解手法の提案

山田 雄太*1

要旨: 種々の荷重状態においても適用可能な鉄筋コンクリートはりのせん断耐荷機構分解手法を構築するために、静的載荷実験および有限要素解析を行った。せん断スパン比が 1.0, 2.0, 3.0 のはりを対象とした 4 点曲げ載荷実験の結果、微分方程式に基づく耐荷機構寄与分の理論解と、引張鉄筋のひずみエネルギーにおける全荷重相当と耐荷機構寄与分相当の比から算定された耐荷機構寄与分の値が一致することを確認した。等分布荷重を作用させたはりを対象とした有限要素解析の結果、応力分布から算出した耐荷機構寄与分の推移と提案した手法による推移が概ね一致したことから、分布荷重作用下における本手法の適用性を確認した。

キーワード: RC はり, せん断, アーチ機構, ビーム機構, 耐荷機構分解手法, ひずみエネルギー, 分布荷重

1. 序論

鉄筋コンクリート (RC) はり部材におけるせん断耐力評価式合理化の観点から、アーチ機構 (はり軸方向合力作用位置の変化に起因する耐荷機構) およびビーム機構 (はり軸方向合力の変化に起因する耐荷機構) ¹⁾ に基づく耐荷機構の耐力評価式が提案されている ²⁾。評価式の精度を担保する上で評価対象としている各耐荷機構の耐力を正確に推定することが重要である。

耐荷機構の耐力は、実験結果から推定することが可能であり、既往の研究においても集中荷重が作用する RC はりの耐荷機構を分解する手法が提案されているものの例 (例えば ³⁾, ⁴⁾, 理論的には指数が 0~1 の冪関数で与えられる圧縮合力作用線の形状 ⁵⁾ が 1 次以上の関数に従うことを仮定している点で合理的ではない。より合理的な耐荷機構分解手法として微分方程式に基づく手法 (微分法) が提案された ²⁾, ⁵⁾, ⁶⁾。微分法では、集中荷重作用下における荷重状態を前提として、2 点間の鉄筋ひずみから耐荷機構寄与分を陽な形で導出しているが、種々の荷重状態に対しては必ずしも微分方程式を陽な形で解くことが可能とは限らず、荷重状態に応じて数値解析の手法を用いる必要がある。種々の荷重状態に適用可能な耐荷機構分解手法を構築することができれば、耐荷機構の耐力評価式における適用性の拡大と精度の向上に繋がる。

本研究は、種々の荷重状態に適用可能な耐荷機構分解手法として、主に実験結果から得られる引張主鉄筋のひずみエネルギーに基づく手法を提案し、せん断補強筋の無い RC はりを対象とした静的載荷実験および有限要素解析から、その妥当性および適用性を議論するものである。

2. ひずみエネルギーに基づく耐荷機構寄与分の算出手法

2.1 アーチ機構とビーム機構の定義

はりに作用するせん断力はアーチ機構とビーム機構に

よる荷重寄与分として分解可能であることが知られている ¹⁾。アーチ機構およびビーム機構は、断面に作用するモーメントの一階微分に微分連鎖則を適用することで求めることができる。すなわち、

$$V_a(x) = T(x) \frac{dy(x)}{dx} \quad (1)$$

$$V_b(x) = y(x) \frac{dT(x)}{dx} \quad (2)$$

ここに、 V_a : アーチ機構寄与分, V_b : ビーム機構寄与分, T : 主鉄筋位置における軸方向引張力, y : 断面内のモーメントアーム長, x : 部材軸方向座標である。

式(1)において、 $y = \text{const.}$ であれば $V_a = 0$ であり、式(2)において、 $T = \text{const.}$ であれば $V_b = 0$ であることから、アーチ機構は圧縮合力作用位置が変化した際のみ生じる機構であり、ビーム機構は軸方向合力が変化した際のみ生じる機構であることが確認できる。式(1)および式(2)は、**図-1**に示す微小要素に作用する力の平衡状態からも導くことができる。力の釣合条件からも、アーチ機構は、圧縮合力作用位置の変化量に起因する耐荷機構であり、ビーム機構は、軸方向合力の変化量に起因する耐荷機構であることが確認できる。

2.2 引張鉄筋における軸ひずみエネルギーに着目した耐荷機構寄与分の導出

図-2に示すような任意の荷重が作用したはりにおいて、引張主鉄筋に生じるひずみも各耐荷機構の寄与分に分解することが可能である。全荷重の作用により鉄筋にひずみが生じた状態を考えると、はり軸方向に対する支点位置からのひずみの変化量は、鉄筋のひずみから支点位置のひずみを差し引くことで得られたひずみと等しい。このひずみはひび割れの発生や局所的に付着が消失した状態における軸方向合力の変化により生じたものであり、前述の定義により、ビーム機構寄与分の作用により生じ

*1 日本大学 理工学部土木工学科助手 博士(工学) (正会員)

たひずみ (ϵ_{beam}) であると考えられる。一方、支点位置のひずみははり軸方向に一樣の値を示すため、軸方向合力の変化に寄与しないことから、これがアーチ機構寄与分の作用により生じたひずみ (ϵ_{arch}) であると考えられる。

鉄筋は軸方向にのみ荷重を伝達することを仮定すると、全荷重が鉄筋に蓄積した軸方向ひずみエネルギーに対する V_a および V_b が鉄筋に蓄積した軸方向ひずみエネルギーの比が耐荷機構の寄与率を表すと考えられる。すなわち、

$$P_a = \frac{U_a}{U} \quad (3)$$

$$P_b = \frac{U_b}{U} \quad (4)$$

ここに、 P_a : アーチ機構寄与率、 P_b : ビーム機構寄与率、 U_a : V_a が鉄筋に蓄積した軸方向ひずみエネルギー、 U_b : V_b が鉄筋に蓄積した軸方向ひずみエネルギー、 U : 全荷重が鉄筋に蓄積した軸方向ひずみエネルギーである。ただし、 $V_a = P_a V$ 、 $V_b = P_b V$ であり、 $P_a + P_b = 1$ を満たす。

鉄筋の形状および材質が軸方向に対して一樣であることを仮定すれば、

$$U_a = \frac{EA}{2} \int_L \epsilon_a^2 dx \quad (5)$$

$$U_b = \frac{EA}{2} \int_L \epsilon_b^2 dx \quad (6)$$

ここに、 E : 鉄筋の弾性係数、 A : 鉄筋の公称断面積である。従って、耐荷機構寄与率は以下の式で与えられる。

$$V_a = V \left(\frac{\int_L \epsilon_a^2 dx}{\int_L \epsilon^2 dx} \right) \quad (7)$$

$$V_b = V \left(\frac{\int_L \epsilon_b^2 dx}{\int_L \epsilon^2 dx} \right) \quad (8)$$

ここに、 V : 作用せん断力、 ϵ : 全荷重の作用により生じた鉄筋の軸方向ひずみである。

式(7)および式(8)は荷重状態および支持条件に依存しないため、本手法の適用によりあらゆる荷重状態および支持条件のほりに対しても V_a および V_b が推定可能である。本研究ではこの耐荷機構分解手法を「ひずみエネルギー法」と呼ぶ。次章以降では、集中荷重作用下および等分布荷重作用下におけるひずみエネルギー法の妥当性および適用性を静的載荷実験および有限要素解析により確認する。

3. 集中荷重作用下におけるひずみエネルギー法の妥当性

3.1 実験概要

ひずみエネルギー法の適用により算出された V_a および V_b が後述する微分法の解^{2), 5), 6)}と一致することを確認するために、4点曲げ載荷実験を行った。試験体の諸元を図-3に、実験ケースを表-1に示す。表-1には、微分法に基づく耐荷機構の分解結果を併記している。耐荷機構の推移が異なるディーブビーム、ショートビーム、スレンダー

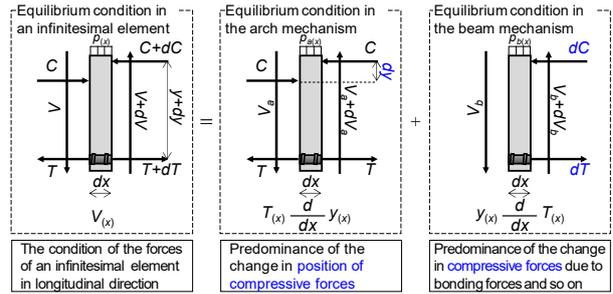


図-1 せん断耐荷機構の概念図

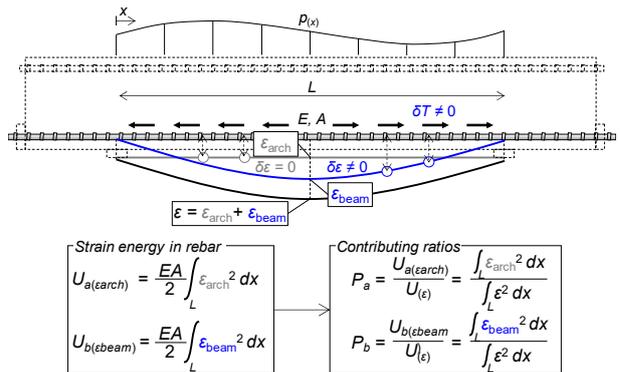


図-2 ひずみエネルギーに基づく耐荷機構分解手法

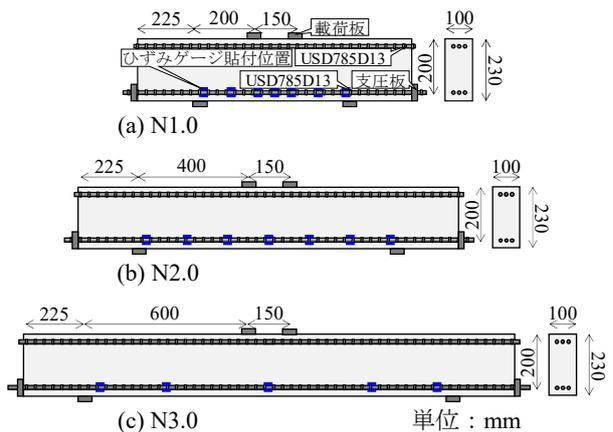


図-3 試験体諸元

表-1 実験ケース

試験体名	ρ (%)	f_c (MPa)	$2V$ (kN)	$2V_{bf}$ (kN)	$2V_{af}$ (kN)
N1.0		34.1	285.2	66.8	270.0
N2.0	1.70	34.1	125.9	68.9	122.6
N3.0		24.6	44.9	44.9	7.9

ρ : 主鉄筋比
 f_c : コンクリートの圧縮強度
 $2V$: 作用荷重の最大値
 $2V_{bf}$: ビーム機構の耐力
 $2V_{af}$: アーチ機構の耐力

ービームを対象に妥当性の確認を行うために、RC はりのせん断スパン比は 1.0, 2.0, 3.0 とした。より単純な条件において手法の適用性を確認する観点から、せん断補強効果が耐荷機構に及ぼす影響を除くために、せん断補強筋の無い RC はりを対象とした。全ての試験体はせん断破壊が先行するよう設計し、引張主鉄筋には USD785 を用いた。静的載荷実験は 4 点曲げ載荷の条件下で行い、載荷速度は 0.5-1.0 kN/sec を保持した。試験体と載荷板の間には石膏を敷設し、試験体の不陸を相殺した。載荷板には、はり軸方向幅が 50 mm の鋼板を用いた。載荷板は

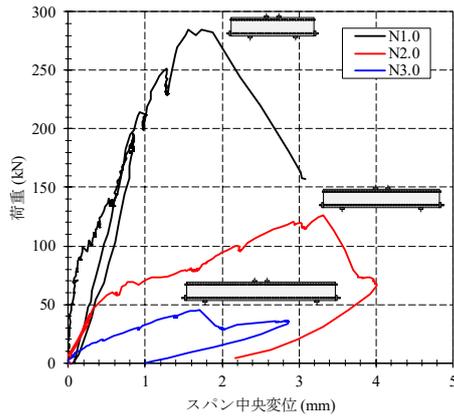


図-4 荷重変位図

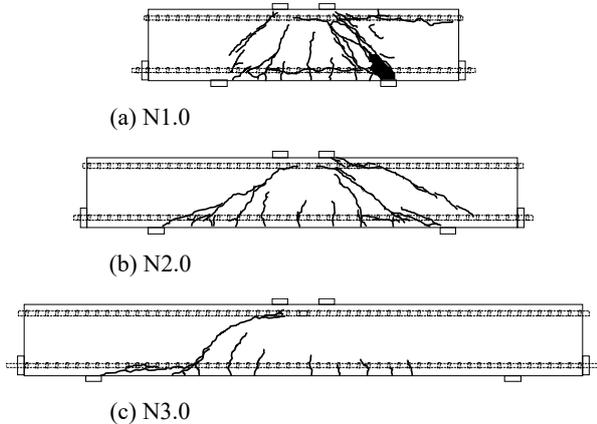


図-5 終局時におけるひび割れ分布図

直径が 40 mm の鋼棒上に設置し、鋼棒は曲率が 0.04 mm^{-1} の受座に設置することで水平方向に約 30 mm の滑動を可能にすると同時に、鋼棒の滑落を防止した。支圧板には、はり高方向幅 60 mm の鋼板を用い、鉄筋の引抜けを防止した。

3.2 実験結果

図-4 に荷重変位図を、図-5 に終局時におけるひび割れ分布図を示す。N1.0 では、作用荷重が 90kN に到達した付近でスパン内において引張鉄筋に沿うひび割れが進展し、250kN 付近で斜めひび割れを生じた後、285.2kN で終局を迎えた。N2.0 では、作用荷重が 70kN に到達した付近で斜めひび割れを生じ、120kN 付近まで斜めひび割れが進展した後、支点よりスパン外側に進展する斜めひび割れの発生により 125.9kN で終局を迎えた。N3.0 では、作用荷重が 40kN に到達した付近で斜めひび割れを生じ、その進展とともに 44.9kN で終局を迎えた。終局時の圧縮縁におけるコンクリートのひずみは、N1.0、N2.0、N3.0 に対してそれぞれ、2160 μ 、2668 μ 、592 μ であった。ひずみはスパン中央の圧縮縁に貼付したひずみゲージにより計測した。N1.0 および N2.0 では、圧縮縁におけるひずみが低下したと同時に終局を迎えたことからせん断圧縮破壊を呈し、N3.0 では、終局以降も増加傾向を示していたことから典型的な斜め引張破壊を呈したと判断した。

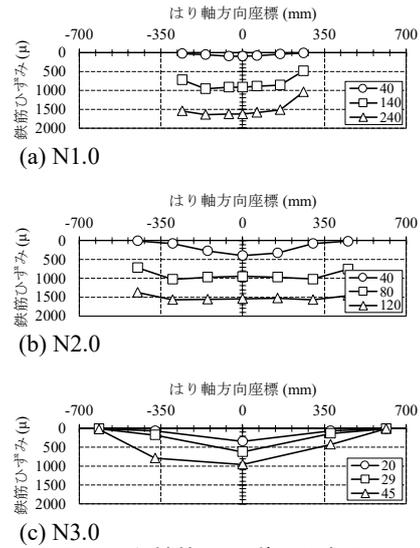


図-6 主鉄筋のひずみ分布図

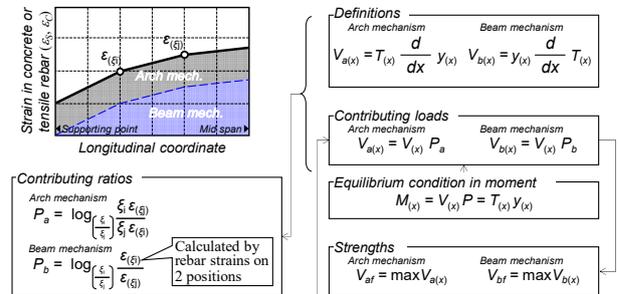


図-7 微分方程式に基づく耐荷機構分解手法の概念図

図-6 に引張主鉄筋のひずみ分布を示す。凡例の数字は作用荷重 (kN) を意味する。N1.0 および N2.0 では、作用荷重が 70kN に到達した付近から鉄筋のひずみが一樣に分布した。N3.0 では、作用荷重の大きさに関わらず、スパン中央でひずみが最大値を示し、スパン中央から支点位置にかけて小さくなる傾向を示した。

以上の実験結果から、N1.0 および N2.0 では、アーチ機構が卓越し、N3.0 はビーム機構が卓越する耐荷機構を呈したことが予想される。

3.3 微分方程式に基づく耐荷機構分解手法との比較

実験に供した試験体の耐荷機構の推移を正確に把握するとともに、ひずみエネルギー法の妥当性を確認するため、ひずみエネルギー法と微分法により算出された V_a および V_b の比較を行った。

図-7 に微分法^{2), 5), 6)}の概念図を示す。この手法は耐荷機構の定義から導出される微分方程式を耐荷機構寄与率について解くことで 2 点間の鉄筋ひずみから V_a および V_b を得るものである。 V_a および V_b は次式で与えられる。

$$V_a = V \log \left(\frac{\xi_i \epsilon(\xi_i)}{\xi_j \epsilon(\xi_j)} \right) \quad (9)$$

$$V_b = V \log \left(\frac{\epsilon(\xi_i)}{\epsilon(\xi_j)} \right) \quad (10)$$

ここに、 ϵ : 鉄筋ひずみ、 ξ_i および ξ_j : はり軸方向にお

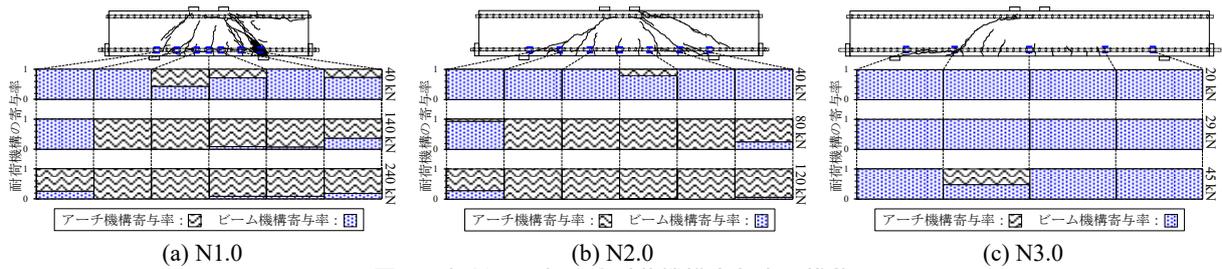


図-8 各断面における耐荷機構寄与率の推移

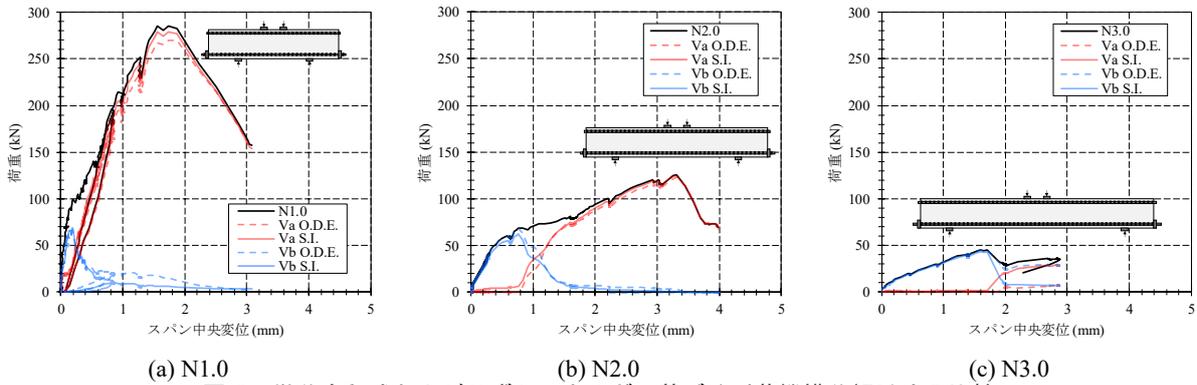


図-9 微分方程式およびひずみエネルギーに基づく耐荷機構分解手法の比較

けるひずみ計測位置である (ただし, $i \neq j$)。

式(9)および式(10)は、集中荷重作用下における荷重状態から導かれた式であり、荷重状態に応じて式の形は異なる。種々の荷重状態に対しては必ずしも微分方程式を耐荷機構寄与率について陽な形で解くことが可能とは限らないため、荷重状態に応じて数値解析的手法を用いる必要がある。

図-8にはり軸方向の各断面における耐荷機構寄与率の推移を示す。いずれのはりも曲げ変形に伴うスパン中央部における付着力の消失により、スパン中央からアーチ機構寄与率が増加していることが確認できる。また、全てのはりにおいて斜めひび割れが発生した断面におけるアーチ機構の寄与率が高い傾向を示したが、これは斜めひび割れの発生に伴う軸方向応力の解放によるものであると考えられる。

N1.0 および N2.0 では、作用荷重が 70kN に到達した付近からスパン全域においてアーチ機構が卓越したことが確認できる。N3.0 では斜めひび割れ発生荷重までビーム機構が卓越し、終局時において、斜めひび割れ発生断面のアーチ機構寄与率が増加した。図に示したように、各区間における耐荷機構の寄与率は異なるが、2つの断面における応力状態の差から定義される耐荷機構の概念をせん断スパン間に拡張すれば、せん断スパン間で受け持たれる V_a および V_b は、支点直上と載荷点直下の鉄筋ひずみを用いて算出された耐荷機構の寄与率から導かれるものと考えられる⁹⁾。本研究では微分法の適用に際して、スパン中央と両支点部の鉄筋ひずみを代表値として用い、式(9)および式(10)により作用荷重に対してせん断スパン

表-2 解析ケース

モデル名	f_c (MPa)	f_t (MPa)	E_c (MPa)	載荷状態
N2.0-conc	34.1	2.42	29200	集中荷重載荷
N2.0-dist				等分布荷重載荷

f_c : コンクリートの圧縮強度 E_c : コンクリートの弾性係数
 f_t : コンクリートの引張強度

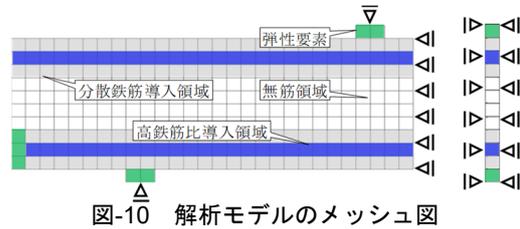


図-10 解析モデルのメッシュ図

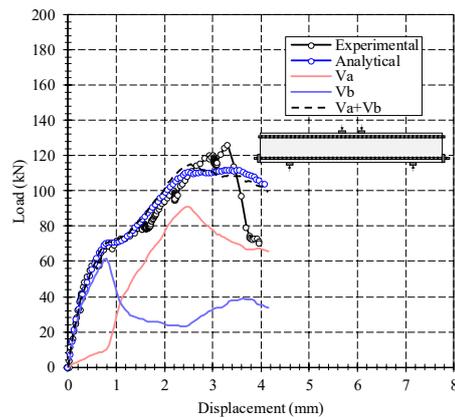


図-11 荷重変位関係の再現結果

が分担する V_a および V_b を算出した。算出された各耐荷機構寄与分の最大値をアーチ機構の耐力 (V_{af})、ビーム機構の耐力 (V_{bf}) と呼ぶ。

図-9にひずみエネルギー法および微分法を適用した結果

を示す。図中の O.D.E は微分法による耐荷機構分解結果を意味し、S.I. はひずみエネルギー法による分解結果を意味する。ひずみエネルギー法の適用に際して、ひずみ未計測区間内で変化が予想されるひずみ分布を補間する必要があるが、本研究では台形積分を用いることで式(7)および式(8)の積分計算を行った。微分法による V_{bf} の算出結果に対するひずみエネルギー法による算出結果における誤差は、N1.0, N2.0, N3.0 に対してそれぞれ 3%, 9%, 4% であった。微分法とひずみエネルギー法を適用した結果は良く一致していることから、ひずみエネルギー法を用いても耐荷機構の寄与分の算出は可能であることが確認された。

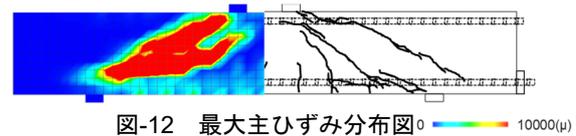


図-12 最大主ひずみ分布図 0 ~ 10000(μ)

4. 分布荷重作用下におけるひずみエネルギー法の適用性

4.1 解析概要

ひずみエネルギー法が分布荷重作用下においても適用可能であることを確認するために、有限要素解析を行った。

表-2 に解析ケースを示す。耐荷機構の推移が明確であった N2.0 を対象とした再現解析と、同様のモデルに等分布荷重を作用させた 2 ケースの解析を行った。有限要素解析プログラムには COM3 を用いた。有限要素モデルには、要素の非線形性に支配的な影響を及ぼすひび割れ面の変形を考慮する多方向非直交固定ひび割れモデル⁷⁾を選んだ。コンクリートの引張強度と初期弾性係数は、土木学会コンクリート標準示方書⁸⁾に記載されている推定式を用いて、圧縮強度から推定した。鉄筋の降伏強度は 785 MPa、弾性係数は 215600 MPa とした。

図-10 に解析モデルのメッシュ図を示す。解析モデルには、計算時間の短縮を図るため、面外変形を拘束したはり幅方向に 1 要素 (幅 25mm) のモデルを適用した。有限要素には、8 節点のアイソパラメトリック要素を用いた。要素の引張軟化挙動には指数曲線型モデル⁷⁾を適用した。モデルに適用される指数は要素寸法と *fib* により提案されている破壊エネルギー算出式⁹⁾を用いて算出した。分散鉄筋導入領域では、鉄筋-コンクリート間の付着に起因する要素の平均的な引張軟化挙動を考慮し、指数の値を一律に 0.4 とした⁷⁾。圧縮軟化挙動には、前川・岡村¹⁰⁾により提案されている構成則を適用した。

N2.0-conc では 5.0×10^{-4} mm/sec の変位制御により静的解析を行った。N2.0-dist では非線形性の卓越による荷重の偏載を防ぐため 3.3×10^{-2} N/mm/sec の等分布荷重をスパン全域に作用させることで荷重制御により静的解析を行った。

4.2 解析モデルの妥当性

図-11 に荷重変位図を、図-12 に終局時における最大主ひずみ分布図を示す。図-11 には図-13 に示す手法^{6), 11)}を適用して 2 断面間における軸方向応力分布から耐荷機構寄与分を算出した結果を併記している。解析により算

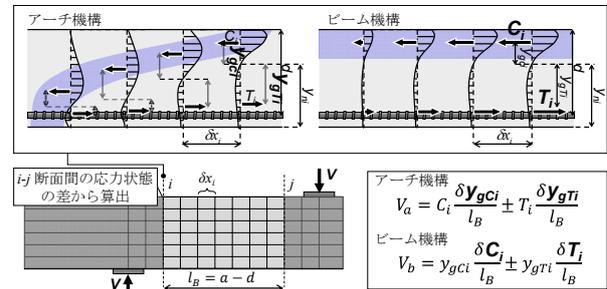


図-13 解析結果に対する耐荷機構分解手法

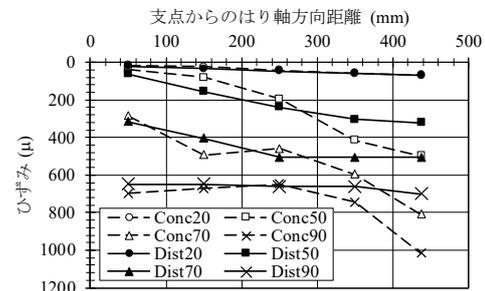


図-14 分解に用いた鉄筋位置における軸方向ひずみ

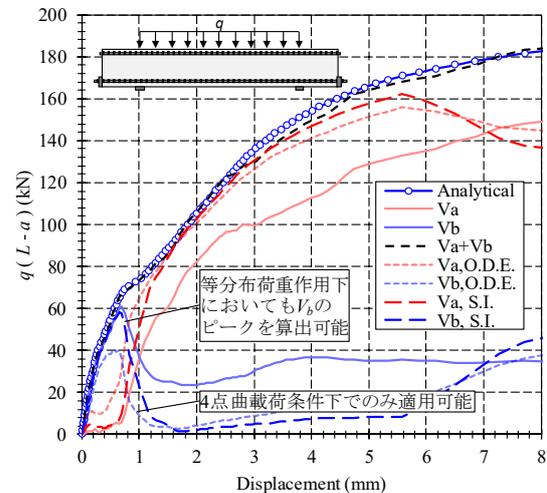


図-15 等分布荷重作用下における耐荷機構の分解結果

出された荷重変位関係は実験結果と概ね一致しており、 V_a および V_b の推移も実験結果と概ね一致していることが確認できる。解析結果と実験結果から算出された V_{bf} はそれぞれ 61.7 kN と 68.9 kN であった。終局時における最大主ひずみ分布もひび割れ分布と概ね一致していることが確認できる。再現解析の結果から解析モデルは妥当であると判断し、この解析モデルを用いて等分布荷重を作用させた静的解析を行った。

4.3 微分方程式に基づく耐荷機構分解手法との比較

図-14 に N2.0-conc および N2.0-dist の鉄筋位置にお

る軸方向ひずみ分布を示す。破線は N2.0-conc のひずみを示し、実線は N2.0-dist のひずみを示している。凡例の数字はせん断スパン内における平均せん断力の 2 倍の値を示している。分散ひび割れモデルの特性上、非線形性の卓越する斜めひび割れ発生位置において軸方向ひずみは局所化するため、隣接する節点間で平均化したひずみを示している。等分布荷重を載荷した N2.0-dist では、付着の消失が予想される 60kN 付近まで、ひずみもモーメント分布に従い、N2.0-conc と比較して 2 次曲線的な分布を示していることが確認できる。これらのひずみ分布を用いて微分法およびひずみエネルギー法を適用した。

図-15 に等分布荷重作用下における耐荷機構の分解結果を示す。縦軸は、せん断スパン内における平均せん断力の 2 倍の値を示している。図中には、集中荷重作用下における微分法(式(9)および式(10))による V_a および V_b 、ひずみエネルギー法(式(7)および式(8))による V_a および V_b 、図-13 に示した手法を適用して得られた V_a および V_b を示している。微分法による V_a および V_b は集中荷重作用下における荷重状態から導かれているため、解析結果とは大きな差異を示しているのに対し、ひずみエネルギー法による V_b は解析結果と同様の推移を示すと同時に、ピーク値も概ね一致していることが確認できる。微分法およびひずみエネルギー法による V_a は非線形性の卓越する V_b のピーク以降、解析結果と大きな差異を生じた。分散ひび割れモデルでは鉄筋の存在を鉄筋-コンクリートの複合要素として表現することから、鉄筋のみに作用するひずみを正確に抽出できていないことが V_b のピーク以降生じた差違の原因であると考えられる。解析結果から、非線形性の小さい領域において分布荷重作用下におけるひずみエネルギー法の適用可能性を確認することができた。非線形性の卓越する領域において、種々の荷重状態に対するひずみエネルギー法の適用可能性を確認するためには、実験による検証も必要である。

5. 結論

種々の荷重状態に適用可能な耐荷機構分解手法として、引張主鉄筋のひずみエネルギーに基づく手法を提案し、その妥当性および適用性を確認するために、せん断補強筋の無い RC はりを対象とした 4 点曲げ静的載荷実験および有限要素解析を行った。

本研究の結論を以下に示す。

- 1) 引張鉄筋のひずみエネルギーにおける全荷重相当と耐荷機構寄与分相当の比から耐荷機構寄与分を算出するひずみエネルギー法を提案した。
- 2) せん断スパン比が 1.0, 2.0, 3.0 の RC はりを対象とした 4 点曲げ載荷実験において、微分方程式に基づく耐荷機構寄与分の算出結果とひずみエネルギー法

に基づく耐荷機構寄与分の算出結果は精度良く一致することから、ひずみエネルギー法の妥当性を確認した。

- 3) せん断スパン比が 2.0 の等分布荷重を作用させた RC はりを対象として有限要素解析を行った結果、軸方向応力分布から算定された耐荷機構寄与分の推移とひずみエネルギー法を適用することで得られた耐荷機構寄与分の推移は非線形の小さい領域において一致したことから、ひずみエネルギー法により分布荷重作用下においても耐荷機構寄与分を算定することが可能であることを確認した。非線形性の卓越する領域に関する適用可能性を確認するためには、実験による検証が必要である。

参考文献

- 1) Park, R., Paulay, T.: *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley & Sons, New York, pp.276-287, 1975.
- 2) Yamada, Y.: Effect of crack path on shear load carrying mechanism of RC beams, *Proceedings of the 8th CECAR*, a11_2873353, pp. 1-13, 2019.4.
- 3) 中村英佑, 渡辺博志: せん断補強鉄筋を有する RC はりのせん断耐荷機構に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.54A, pp.731-741, 2008.
- 4) 中村麻美, 中村拓郎, 二羽淳一郎: せん断スパン比とせん断補強筋比の異なる T 形 RC はりのせん断耐荷機構, 土木学会論文集 E2, Vol. 73, No. 3, pp. 337-347, 2017.9.
- 5) 山田雄太: 穿孔の導入による応力場の意図的な変化が RC はりのせん断耐荷機構に及ぼす影響, コンクリート工学年次論文集, Vol. 40, No. 2, pp. 595-600, 2018.7.
- 6) 山田雄太: 複数の穿孔を有するせん断補強筋の無い RC はりのせん断耐荷機構, 土木学会論文集 E2, vol. 75, No.4, pp.265-278, 2019.11.
- 7) Maekawa, K., Pimanmas, A. and Okamura, H.: *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*, Spon, London, 2003.
- 8) 土木学会コンクリート委員会: コンクリート標準示方書 [設計編], 丸善出版, 2017.
- 9) federation internationale du beton: *fib Model Code for Concrete Structures*, 2010.
- 10) 前川宏一, 岡村甫: 弾塑性破壊モデルに基づくコンクリートの平面応力構成則, コンクリート工学, Vol. 21, No. 5, pp. 87-99, 1982.9.
- 11) 山田雄太, 千々和伸浩, 岩波光保: 鉄筋腐食ひび割れを生じた RC はりのせん断疲労耐荷機構に及ぼすせん断補強筋の影響, 土木学会論文集 E2, Vol. 74, No. 3, pp. 176-191, 2018.8.