

論文 鉄筋コンクリート造梁に対するスラブ有効幅に関する研究(弾性的場合)

西本 昂平*1・津田 和明*2

要旨: 鉄筋コンクリート造梁に対するスラブ有効幅は、現在、「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説 2010」に示された手法を用いることが多いが、この算定精度を検討した研究は少なく、その精度は明確となっていない。そこで、スラブが付いた十字型モデルの FEM 解析を行い、その算定精度を検討した。その結果、計算による十字型モデルの架構剛性は FEM 解析結果とほぼ対応するが、概して計算結果の方がやや小さくなることが分かった。そこで、新たなスラブ有効幅の検討を行った。その算定法を用いた架構剛性は、FEM 解析結果と良好に対応することが確認できた。

キーワード: スラブ, 有効幅, FEM 解析

1. はじめに

鉄筋コンクリート造梁に対するスラブ有効幅は、現在、「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説 2010」¹⁾ (以下、RC 規準と称す) に示された手法を用いることが多いが、この算定精度を検討した研究は少なく、その精度は明確となっていない。また、スラブ有効幅算定方法に関する研究として、畑中²⁾、鈴木らの研究^{3)~6)}があるが、彼らは接合部を剛域置換する場合の算定方法も検討しており架構剛性がスラブ有効幅と接合部剛域長のどちらで決定しているのか明確ではない。また、この剛域長はスラブの影響を受けるものと思われるが、それに関する検討はされていない。そこで、剛域長を RC 規準によって定まる値で固定し、FEM 解析結果を用いて RC 規準に示された方法によるスラブ有効幅の妥当性を検討し、さらに、新たな手法で妥当な架構剛性を表せるスラブ有効幅算定方法を考案することにした。

2. RC 規準の方法

2.1 スラブ有効幅の定義

RC 規準に示されたスラブ有効幅算定方法は、東らの研究成果^{7),8)}に基づいている。図-1¹⁾ (x 方向を紙面直交方向、 y 方向を水平方向とする) のように梁断面に曲げモーメント (水平軸回り、スラブ上端が引張側) が作用すると、梁及びスラブ上端に紙面直交方向の垂直応力度 σ_x が生じる。これは、スラブ位置では、梁間中央に向かって漸次減少する。この際、梁側面からスラブ中央までの紙面直交方向の σ_x を集計し、その集計結果とその応力度を梁上端応力度 σ_0 とした場合に面積等価となるスラブ幅 b_a を算定している。すなわち、エネルギー等価となるようにスラブ協力幅を定めている。これを式で表せば式(1)となる。

$$b_a = \frac{1}{\sigma_0} \int_{b/2}^{b/2+a/2} \sigma_x dy \quad (1)$$

2.2 スラブ有効幅の算定法

応力算定時の T 形梁のスラブ有効幅は、スパンに沿って変化する。また、梁の支持条件、梁の荷重分布、板部の辺長比などの様々な条件によって異なる。東らは、理論的解析によって、それらに対応した有効幅を求め、その結果にフィッティングする簡略式を誘導している。その内、ラーメン架構の梁への適用式を式(2)に示す。

$$b_a = \begin{cases} (0.5 - 0.6 \cdot \frac{a}{l}) \cdot a & \left(\frac{a}{l} < 0.5 \right) \\ 0.1 \cdot l & \left(\frac{a}{l} \geq 0.5 \right) \end{cases} \quad (2)$$

上式中、 a は並列 T 形断面材では材の側面から隣の材の側面までの距離、単独 T 形断面材ではその片側フランジ幅の 2 倍、 l は骨組みまたは連続梁のスパン長さである。

したがって、T 形梁の有効幅 B は梁幅 b と協力幅 b_a を用いて式(3)で表される。

$$B = \begin{cases} b_{a左} + b_{a右} + b & (\text{両側スラブの場合}) \\ b_a + b & (\text{片側スラブの場合}) \end{cases} \quad (3)$$

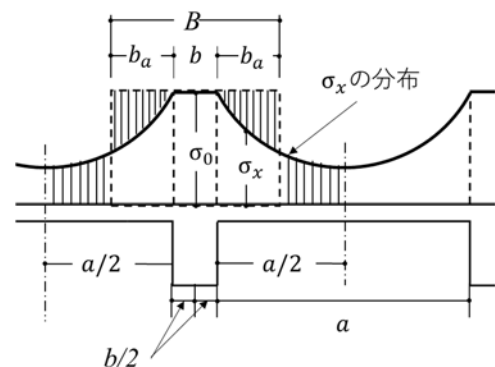


図-1 σ_x の分布と有効幅

*1 近畿大学 産業理工学部建築・デザイン学科 (学生会員)

*2 近畿大学 産業理工学部建築・デザイン学科 教授 博士 (工学) (正会員)

3. FEM 解析

3.1 解析モデルと解析諸元

FEM 解析に用いたプログラムは「FINAL」である。解析モデル例を図-2 に示す。コンクリートは六面体要素としてモデル化した。鉄筋は配していない。材軸方向端部の梁幅内全節点をローラー支持、柱脚をピン支持として柱頭に水平荷重を加え、弾性解析を行った。解析共通諸元を表-1 に、解析諸元一覧を表-2 に示す。解析は、スラブ厚、梁せい、柱の幅とせい、直交梁の有無をパラメーターとして、全 16 ケース行った。梁・スラブ材端のローラー位置に関しては、3.2 項の検討結果より定めた。

3.2 梁・スラブ材端部ローラー位置の検討

ここでは、梁・スラブ材端部のローラー位置の検討結果を記す。解析ケース 1 において、材端部ローラー位置を梁幅内とした場合とスラブ全幅とした場合の柱頭部の水平力～水平変位関係を図-3 に示す。

図より、材端部ローラー位置による架構水平剛性の差異は小さいことが分かる。よって、今回は端部ローラー位置を梁幅内とした。

3.3 RC 規準のスラブ有効幅の検証

柱頭に水平荷重 P_c が作用する際の、柱の水平変位の算定法を示す。せん断弾性係数 G 、梁端部に生じると仮定した鉛直方向の外力 P_b は、式(4)、(5)で表される。

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4)$$

$$P_b = \frac{H/2}{L_b/2} \cdot P_c \quad (5)$$

上式中、 H は柱の高さ、 L_b は梁スパン長、 ν はポアソン比、 E はヤング係数である。

表-1 解析共通諸元

階高 (mm)	スパン長 (mm)	コンクリートの圧縮強度 (N/mm ²)	ヤング係数 (N/mm ²)
2500	5500	30	2.44×10^4

表-2 解析諸元一覧

解析 ケース	スラブ厚 (mm)	梁せい (mm)	柱の幅とせい (mm)
1, 2	150	700	600×600
3, 4			1000×1000
5, 6		1000	600×600
7, 8			1000×1000
9, 10	250	700	600×600
11, 12			1000×1000
13, 14		1000	600×600
15, 16			1000×1000

※解析ケースの奇数番号が直交梁有り、偶数番号が直交梁無し

次に、柱・梁の曲げ変形 δ_{cb} 、 δ_{bb} 、柱・梁のせん断変形 δ_{cs} 、 δ_{bs} は、式(6)～(9)で表される。

$$\delta_{cb} = \frac{(H_0 + D_c/4)^3}{3 \cdot E \cdot I_c} P_c \quad (6)$$

$$\delta_{bb} = \frac{(L_0 + D_b/4)^3}{3 \cdot E \cdot I_b} P_b \quad (7)$$

$$\delta_{cs} = \frac{\kappa_c \cdot (H_0 + D_c/4)}{G \cdot A_c} P_c \quad (8)$$

$$\delta_{bs} = \frac{\kappa_b \cdot (L_0 + D_b/4)}{G \cdot A_b} P_b \quad (9)$$

上式中、 I_c 、 I_b は、柱・梁の断面二次モーメント、 A_c 、 A_b は柱・梁の断面積、 D_c 、 D_b は、柱・梁のせい、 H_0 は内法高さ、 L_0 は内法長さであり、式(8)中、エネルギー法によるせん断に対する形状係数は $\kappa_c=1.2$ を用いた。式(9)中、T 形梁の κ_b は、大久保の算定法⁹⁾を用いて算出した。架構水平剛性は、柱の P_c を水平変位 δ_{cs} 、 δ_{cb} の和で除すことにより算定される。

柱・梁の可撓長さについては、式(6)～(9)に示すように、各材長に各部材せいの $1/4$ を加算した値としている。これにより、図-4 に示すように、接合部の残りの領域は剛域としている。この妥当性を検証するため、解析ケース 1 においてスラブがない場合の解析を行い、可撓長さを部材長+部材せい× $1/4$ と部材長とした場合の計算結果との比較を行った。図-5 にその結果を示す。同図から、可撓長さを部材長とした場合の架構水平剛性は FEM 解析結果よりも大きく、部材せいの $1/4$ を考慮した計算結果は FEM 解析結果よりもやや低い架構剛性となったが、その差は僅かであった。この結果から可撓長さに部材せいの $1/4$ を加算することにした。

計算と FEM 解析による柱の水平力～頭部水平変位関係の比較を図-6 に示す。各図には、スラブを考慮していない計算結果も示した。

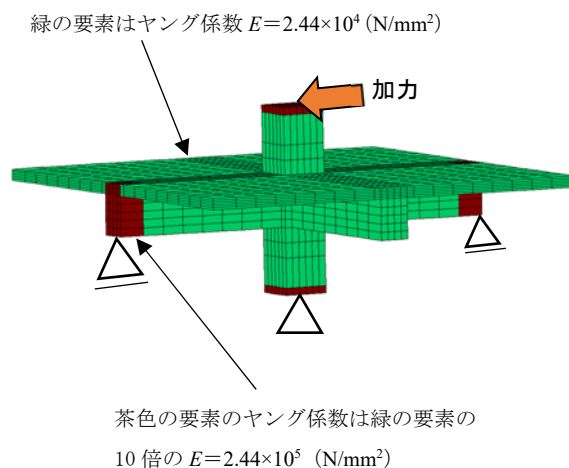


図-2 解析モデル図

これらの図から、スラブを考慮していない計算結果は FEM 解析結果よりも剛性が低く、スラブの効果を加算する必要があることが分かる。直交梁の有無に関しては、それによる差は僅かであった。FEM 解析結果と RC 規準でスラブ有効幅を求めた計算結果を比較すると、架構剛性比（FEM 解析（直交梁あり）／計算）は 1.163～1.268

であり、計算結果は FEM 解析結果よりもやや低いものの、その差は僅かであり十分な算定精度を有することが分かった。しかし、部材可撓長さに部材せいの 1/4 を加算する計算手法において、さらに計算精度を向上させるため、新たなスラブ有効幅算定方法を検討することにした。

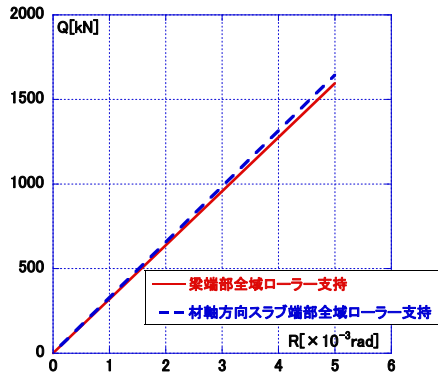


図-3 ローラー支持位置による
水平力～水平変位関係

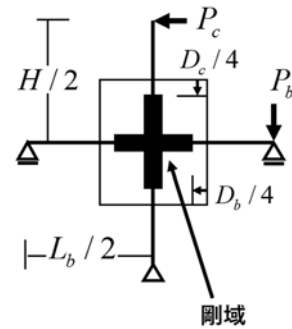


図-4 接合部の剛域

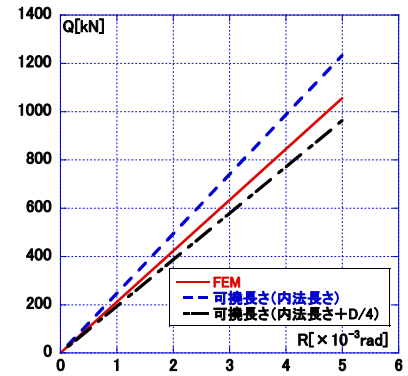


図-5 架構水平剛性算定時の
可撓長さの検討

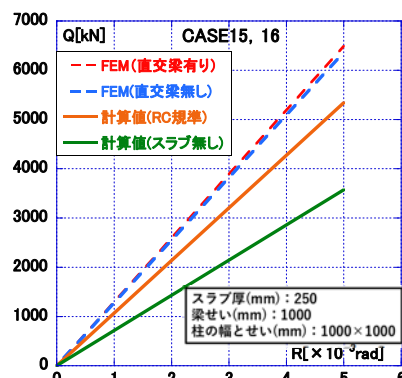
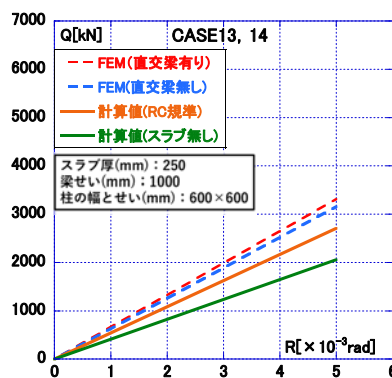
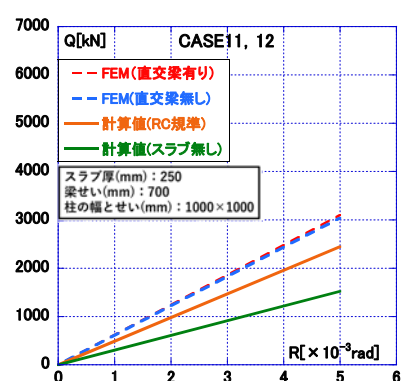
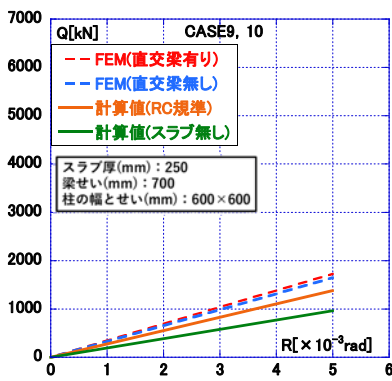
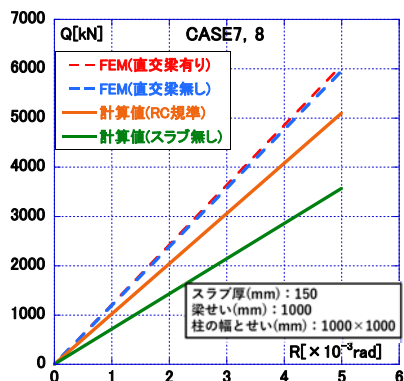
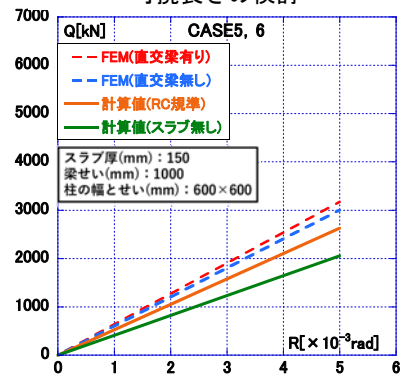
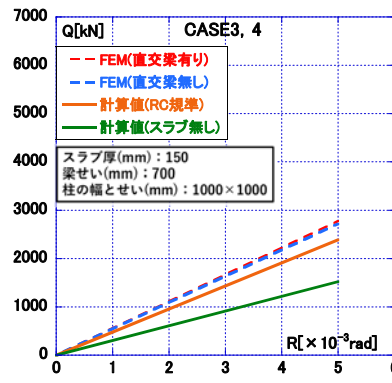
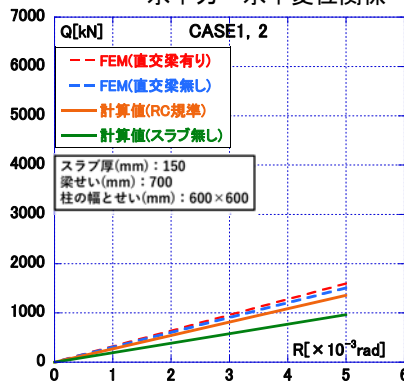


図-6 計算と FEM 解析による柱の水平力～頭部水平変位関係の比較

4. スラブ有効幅算定の提案手法

4.1 提案手法の概要

提案手法は、図-7のように点Oをローラー支持と考え、ここで受けた力が柱フェイス近傍では、柱に向かって広がると考える。よって、スラブの力は、スパン中央から柱フェイスにかけて三角形に広がると仮定する。すなわち、この三角形の領域をスラブの曲げモーメントに対する有効領域と考える。この時、力の広がり角度は $\theta=45^\circ$ を上限と仮定する。また、柱の幅から外れた領域（同図の斜線部）の曲げモーメントは、柱側面スラブの振り剛性によって柱に伝えられる。この際、柱側面のスラブ部分においてスラブ材軸方向の曲げ剛性よりも直交方向の振り剛性が大きければ、その領域の曲げモーメントは柱に伝達可能と考えた。つまり、この柱せい中心位置の柱幅外の曲げモーメント伝達可能長さは、材軸方向曲げ剛性と直交方向振り剛性が等しいとすることにより、算定できる。この概念を図-8に示す。同図の ψ はねじり率である。よって、振り剛性 GJ と曲げ剛性 EI が一致する際のスラブ長さ ${}_e b_{s1}$ は、式(10)～(14)で表せる。

$$EI = GJ \quad (10)$$

$$I = \frac{\left({}_e b_{s1} - \frac{B_c}{\omega}\right) \cdot t_s^3}{12} \quad (11)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{E}{2.4} \quad (12)$$

$$J = \frac{1}{3} \cdot D_c \cdot t_s^3 \quad (13)$$

$${}_e b_{s1} = \frac{5}{3} \cdot D_c + \frac{B_c}{\omega} \quad (14)$$

上式中、 E はヤング係数、 I は断面二次モーメント、 G はせん断弾性係数、 J は振り定数、式(12)中、 ν はポアソン比で、本提案手法では $\nu=0.2$ を用いる。 ω は両側スラブでは $\omega=2$ 、片側スラブでは $\omega=1$ である。

また、柱せいが短い場合、図-9に示すように、柱両端スラブも協力すると考える。その際のスラブ長さ ${}_e b_{s2}$ は式(15)で表される。

$${}_e b_{s2} = \frac{5}{3} \cdot (D_c + 2t_s) + \frac{B_c}{\omega} \quad (15)$$

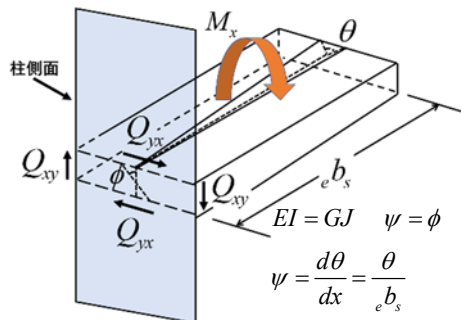


図-8 柱側面の捩れ抵抗の概念

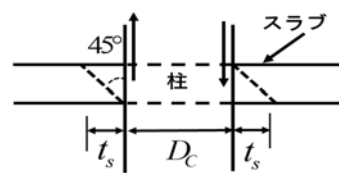


図-9 柱側面の捩りに対するスラブの協力幅

次に、前述にあるように、スラブの有効平面形状は三角形となる。これでは、設計に用いる際、煩雑になるので、この三角形を等価な矩形に置換することにした。これは、図-10のように、右端固定の両形状の梁において、左端に集中力を載荷した場合の左端位置のたわみ量が一致するように矩形形状梁幅を求めることにした。矩形形状、三角形形状梁のたわみ量は、それぞれ式(16)、(17)となる。

$$\text{矩形梁} : \delta = \frac{4PL^3}{ECt_s^3} \quad (16)$$

$$\text{三角形梁} : \delta = \frac{6PL^3}{EBt_s^3} \quad (17)$$

よって、先端のたわみ量が同じになる時の、三角形梁の幅 B と矩形梁の幅 C との関係式は、式(18)で表される。

$$C = \frac{2}{3} B \quad (18)$$

式(18)の関係式から、本提案手法によるスラブ有効幅 C は式(19)で定義する。

$$C = \frac{2}{3} \cdot \min\left(\frac{L_0}{2}, {}_e b_{s2}\right) \cdot \omega \quad (19)$$

4.2 提案手法の精度検証

(1) 架構剛性

3章のFEMパラメトリック解析の結果を用いて提案手法の精度検証を行った。その結果を図-11に示す。提案手法の計算は、柱フェイス位置の有効長さを ${}_e b_{s1}$ とした場合の算定も行った。基本的に提案手法による結果は図中の黒の線である。

また、提案式の有効幅を用いた架構水平変位の計算値はRC規準による有効幅の計算値に比べ、FEM解析結果と良好に対応することが分かった。

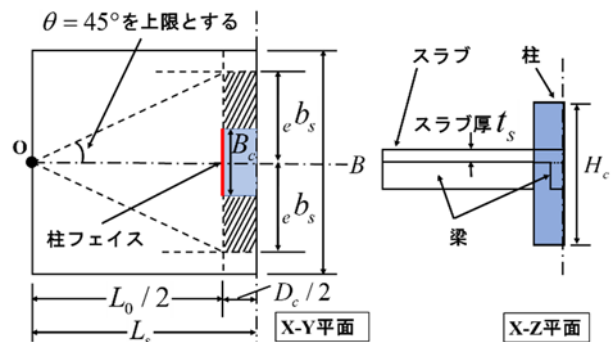


図-7 対象架構

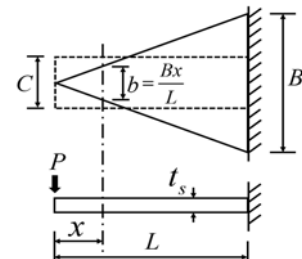


図-10 三角形梁と矩形梁の定義

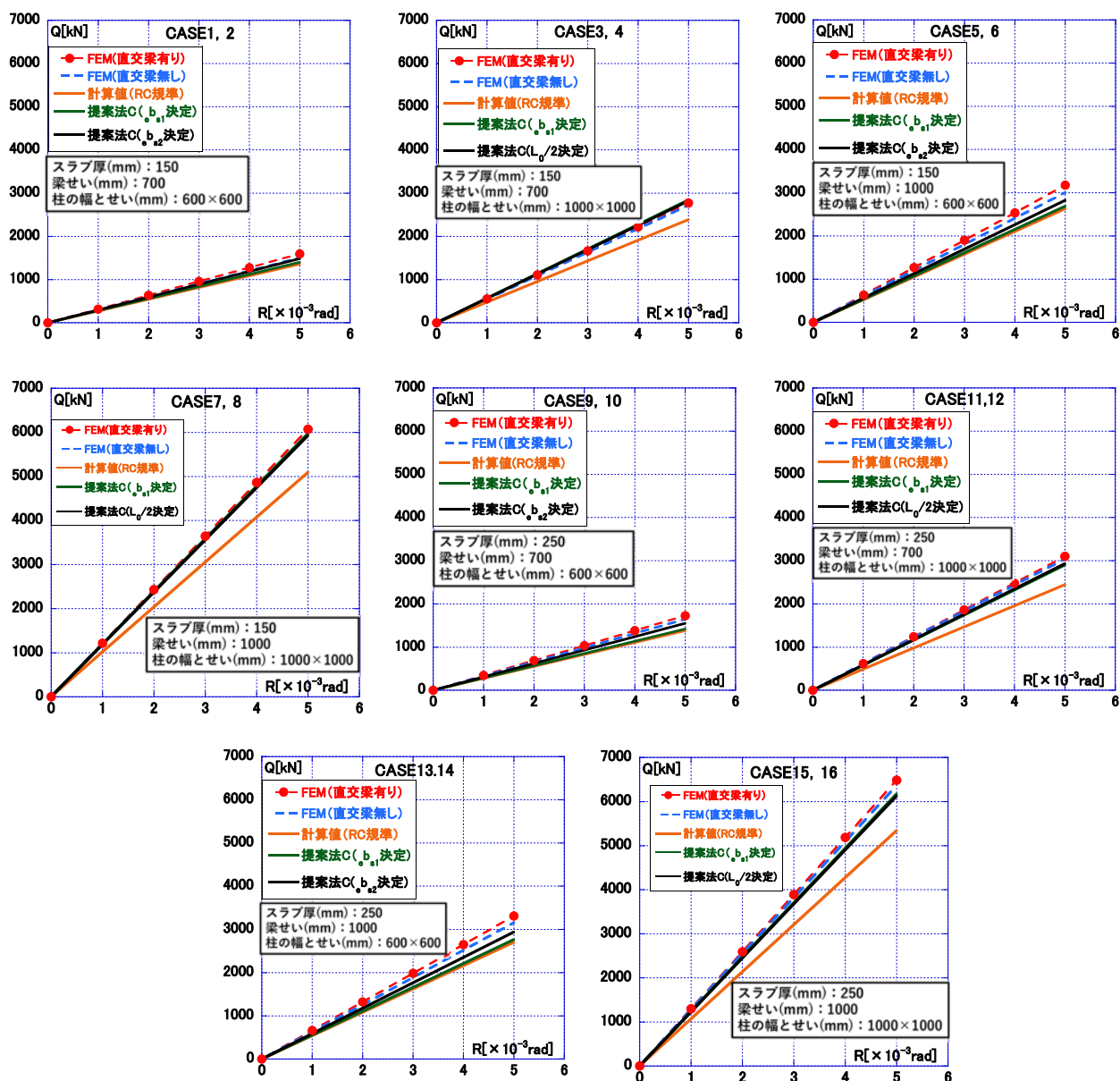


図-11 提案手法と RC 規準及び FEM 解析結果の比較

(2) FEM 解析におけるスラブ上端材軸方向引張応力度と有効幅の関係

図-12 の赤枠で囲った部分 (柱フェイス位置) のスラブ上端材軸方向引張応力度の分布と有効幅との比較を図-13 に示す。縦軸が応力度、横軸がスラブ幅方向の柱芯からの距離である。

RC 規準による場合と RC 規準の元となる方法として式(1)~(3)を用いた有効幅も示した。提案手法による有効幅は、式(19)で求めた有効幅を柱フェイス位置での幅に置換した際の有効幅 ($B=3/2 \times C$) である。これらの分布を比較すると、RC 規準の有効幅は、元となる方法で算出した有効幅に対して若干小さくなる傾向を示した。また、提案手法による柱フェイス位置での有効幅と、この応力度分布との関係性に関しては、今後、検討したい。

5. まとめ

鉄筋コンクリート造梁に対するスラブ有効幅の検討を行った結果、以下の知見を得た。

- 1) RC 規準によってスラブ有効幅を算定した架構の剛性は FEM 解析結果よりも概して小さかったが、その差は僅かであった。
- 2) 提案手法によってスラブ有効幅を算定した架構の剛性は FEM 解析結果と良好に対応した。
- 3) FEM 解析によるスラブ上端材軸方向引張応力度分布と提案手法によるスラブ有効幅との関係性は把握できなかった。

今後、スラブ応力度分布と有効幅との関係、塑性域におけるスラブ有効幅の検討を行いたい。

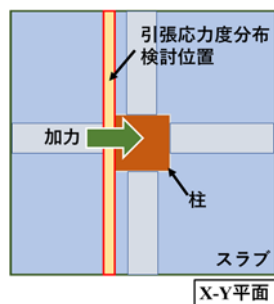


図-12 引張応力度分布検討位置

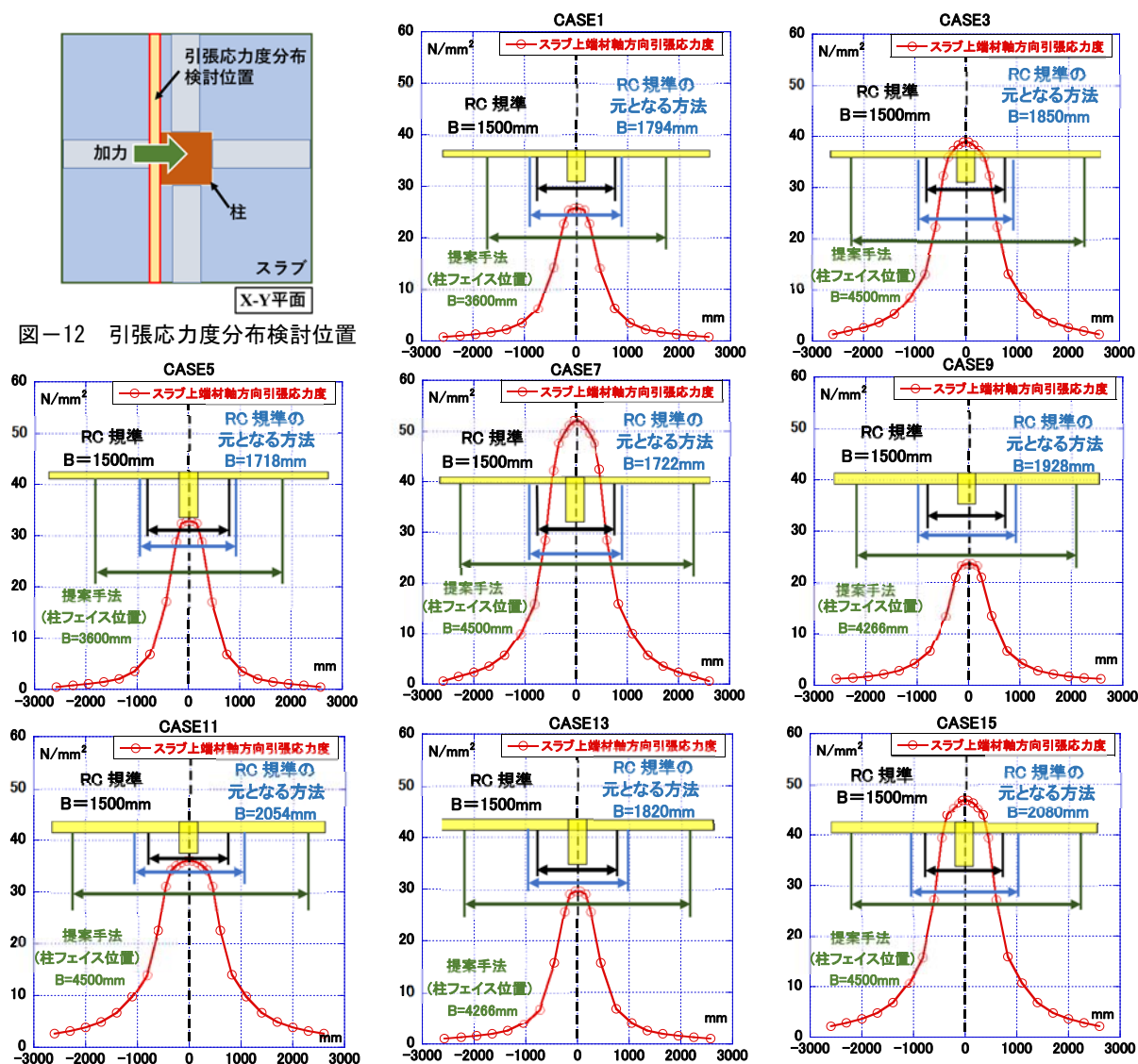


図-13 FEM 解析におけるスラブ上端材軸方向引張応力度と有効幅の比較

参考文献

- 1) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説，pp.63-72，2010
- 2) 上田英明・畑中重光・岸圭介・小池狭千朗：T形断面 RC 梁のスラブ有効幅について，コンクリート工学年次論文報告集，第 15 巻，第 2 号，pp283-288，1993
- 3) 鈴木邦康，大築和夫，村上千晶：水平力を受ける RC 構造物の線材置換解析に際しての床剛性評価について，日本建築学会技術報告集，第 18 号，pp67-72，2003.12
- 4) 定岡元気，鈴木邦康：水平力を受ける RC 構造物の床剛性評価について—床スラブが梁の片側だけにつく場合—，日本建築学会北海道支部研究報告集，第 82 号，pp459-462，2009.7
- 5) 定岡元気，鈴木邦康：水平力を受ける RC 構造物の床スラブ協力幅に関する検討，日本建築学会北海道支部研究報告集，第 83 号，pp513-516，2010.7
- 6) 北川淳，大築和夫，鈴木邦康：水平力を受ける鉄筋コンクリート架構の剛域に関する研究，日本建築学会技術報告集，第 12 号，pp73-78，2001.1
- 7) 東洋一：T 形大梁・小梁の協力巾と有効剛度，日本建築学会論文報告集，第 57 号，pp353-356，1957.7
- 8) 東洋一，大久保全陸：鉄筋コンクリート T 梁の有効幅および終局強度，日本建築学会構造工学論文集，B，第 14 号，pp35-42，1967.12
- 9) 大久保全陸：腰壁，たれ壁付き鉄筋コンクリート梁の弾塑性挙動に関する実験的研究（その 2．剛性および終局曲げ強度に関する考察），日本建築学会論文報告集，第 207 号，pp9-17，1973.5