

# 論文 スラブ軌道てん充層の欠損状態と打音特性の関係に係る数値解析的検討

稲葉 紅子\*1・高橋 貴蔵\*2・桃谷 尚嗣\*3

**要旨:** 新幹線の主要な軌道であるスラブ軌道では、てん充層と呼ばれる CA モルタル（セメントアスファルトモルタル）製の部材が、凍害等で損傷することにより、てん充層とその上の軌道スラブの間に、くさび状の欠損（隙間）を生じることが知られている。そのため、欠損を把握するための非破壊検査手法として、打音法が検討されてきた。しかし、これまでの既往研究では、打撃音の大きさや周波数特性といった打音特性とてん充層の欠損率や欠損面積といった欠損状態との関係は明らかにされなかった。そこで、本研究では、数値解析的な手法を用いて、てん充層の欠損状態と打音特性の関係について考察した。

**キーワード:** 打音法, 音響・構造連成解析, 凍害, スラブ軌道, てん充層, CA モルタル

## 1. はじめに

新幹線で用いられる主要な軌道にスラブ軌道がある。スラブ軌道は、図-1 の通り、上から順に、レール、レール締結装置、軌道スラブ、てん充層およびコンクリート道床から構成される。このうち、てん充層は、CA モルタルと呼ばれるアスファルト乳剤とセメントモルタルの混合物から構成され、適度な靱性と剛性を有することから、高さ調整の部材として用いられてきた。

スラブ軌道の多くは敷設から数十年が経過しており、図-2 に示すように、てん充層とその上の軌道スラブとの間に、くさび状の欠損（隙間）を生じる事象が確認されている<sup>1)</sup>。これは、凍害を主要因とするもので、外縁部から徐々に、てん充層が損傷し、欠損を生じるものである。欠損の範囲が拡大すると、その上の軌道スラブにも、ひび割れ等の損傷が発生する可能性があるため、列車の走行安全性に対する影響が懸念される。したがって、軌道スラブに損傷が生じていない段階で、てん充層の欠損状態を把握する必要がある。そのため非破壊検査手法として、打音法（打音検査）<sup>2)</sup> による隙間の検知が試みられてきた<sup>3)</sup>。打音法とは、一般に、検査対象物を打撃し、そこから発生する打撃音の清濁から、隙間の有無を予測する検査手法である。既往研究<sup>3)</sup> では、実験的な手法に基づき、音圧の共振振幅比の大小から隙間の有無を判定する方法が提案された。一方、打撃音がどのような大きさや周波数特性（以後、打音特性と定義する）であるとき、どのような欠損率や欠損形状（以後、欠損状態と定義する）となっているかについては明らかでない。

打音法の定量評価については、いくつかの既往研究<sup>4)</sup><sup>5)</sup><sup>7)</sup> が存在するが、いずれも、打撃箇所直下にある空隙

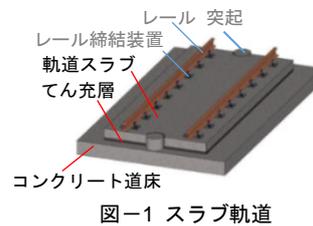
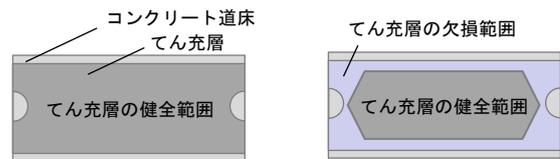


図-1 スラブ軌道



図-2 てん充層に生じた欠損：短手方向側面図



(a) 欠損がみられない健全な状態 (b) てん充層が欠損した状態  
図-3 てん充層の健全/欠損状態（てん充層上面図）

の検知を対象としている。一方、てん充層の場合、図-3 (b) のように、外縁部から欠損が拡大するため、打撃箇所が健全であっても、外縁部の欠損状態によって、打音特性が変化する可能性がある。ゆえに、スラブ軌道に対して打音法を適用する際は、打撃箇所直下の欠損の他に、外縁部の欠損形状が打音特性に与える影響についても考慮する必要があると考えられる。しかし、さまざまな欠損状態を模した実物大供試体をすべて製作して、実験的な検討を行うことは容易ではない。

このような場合に、数値解析を用いて、欠損状態に応じた、打音法のシミュレーションを行うことが有効であると考えられる。数値解析的手法による打音法のシミュレーションについては、既往研究<sup>5)</sup><sup>6)</sup><sup>7)</sup> が存在する。しかし、これらは、コンクリートのみを対象としたものであり、スラブ軌道のように、CA モルタルとコンクリートが相互に接触するような構造物に対する妥当性について

\*1 (公財) 鉄道総合技術研究所 軌道技術研究部 軌道・路盤 研究員 修(工) (正会員)

\*2 (公財) 鉄道総合技術研究所 軌道技術研究部 軌道・路盤 主任研究員 工修 (正会員)

\*3 (公財) 鉄道総合技術研究所 軌道技術研究部 軌道・路盤 研究室長 工博 (正会員)

は、検証されていない。

そこで、本研究では、スラブ軌道の打音検査を対象とした数値解析の妥当性について検証することを目的に、汎用数値解析ソフト LS-DYNA による音響・構造連成解析ならびに実物大供試体による検証実験を行った。さらに、同解析を用いて、てん充層の欠損形状と打音特性の関係について考察した。

## 2. 解析手法の妥当性検証

### 2.1 実物大供試体実験の概要

本研究では、検証実験として、図-4 のスラブ軌道の実物大供試体を用いて、打音試験を行った。なお、本供試体は健全な状態を想定し、てん充層と軌道スラブの間に隙間が存在しないものである。本実験では、軌道スラブ上面の中心部1箇所および隅角部4箇所をインパルスハンマーで打撃し、発生した音圧の時刻歴応答をマイクロフォンで計測した。打撃位置を図-5 に示す。音圧の観測位置については、打撃位置から 50mm 程度離れた位置とした。さらに、得られた時刻歴応答を FFT 処理することで周波数応答スペクトルを得た。なお、本実験では、分析対象時間を 320 msec、サンプリング周波数を 5000Hz とした。また、インパルスハンマー、マイクロフォンおよび FFT 分析処理器の諸元は、文献<sup>3)</sup>に従った。

### 2.2 解析手法

本研究では、汎用数値解析ソフト LS-DYNA を用いて、音響・構造連成解析を行った。これは、弱連成型のマルチフィジクス解析手法の一つである。はじめに、構造解析（過渡応答解析）を行い、速度の時刻歴応答を求める。次に、これを FFT（高速フーリエ変換）処理することで、速度の周波数応答スペクトルを得る。さらに、これを境界条件として、音響解析を行い、音圧の周波数応答スペクトルを得る。音圧の時刻歴応答については、周波数応答を逆 FFT 処理することにより求める。なお、弱連成とは、異なる現象の支配方程式を並行して解いてから、時間ステップごとに出力のやり取りを行うもので、支配方程式を直接連立させてから解く強連成よりも弱いつながりで解くことから、弱連成の名称がつけられている。また、過渡応答問題の支配方程式である運動方程式を式(1)に、音響問題の支配方程式である Helmholtz 方程式を式(2)に、境界条件を式(3)にそれぞれ示す。なお、真空（物質が全く存在しない空間）と音場の境界については、式(4)に示す Sommerfeld の放射条件に従った。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (1)$$

ここで、 $M$  は質量行列、 $C$  は減衰行列、 $K$  は剛性行列、 $F$  は荷重ベクトル、 $x$  は変位ベクトルである。

$$\nabla^2 p(r) - k^2 p(r) + q(r, t) = 0; k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \quad (2)$$



図-4 検証実験で用いたスラブ軌道

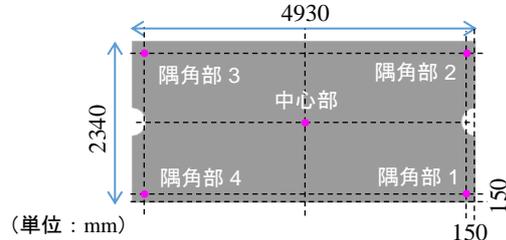


図-5 検証実験および解析モデルにおける打撃/載荷位置

ここで、 $p$  は音圧、 $q$  は音源項、 $r$  は位置ベクトル、 $t$  は時刻、 $k$  は波数、 $\omega$  は角速度、 $f$  は周波数、 $c$  は音速である。

$$\frac{\partial p(r)}{\partial n} = -i\omega\rho v_n = -2\pi f\rho\dot{x}_n \quad (3)$$

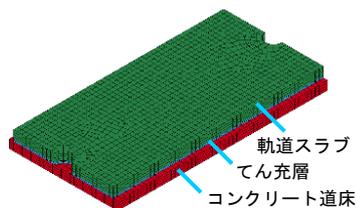
ここで、 $n$  は外向き単位法線ベクトル、 $\rho$  は媒質密度、 $v_n$  は過渡応答解析で得られた速度ベクトルを表す。

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial P}{\partial R} + ikP \right) = 0, R = |r_p - r| \quad (4)$$

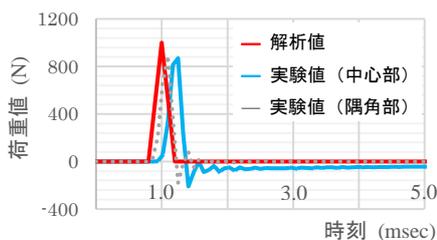
ここで、 $P$  は音圧、 $i$  は虚数単位、 $k$  は波数、 $r_p$  は境界面上に位置する点の位置ベクトル、 $r$  は音圧観測点の位置ベクトルである。式(4)は、音場と真空の境界が無限遠の境界面に存在することを意味する。

### 2.3 解析モデル

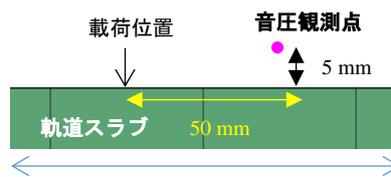
本解析では、新幹線用スラブ軌道を想定したモデルで計算した。解析モデルは、3次元六面体（一部、3次元五面体）のソリッド要素で、下から順に、コンクリート道床、てん充層、軌道スラブからなる線形弾性体の3層構造となっている。なお、本研究は基礎的な検討であるため、鉄筋については省略した。図-6に解析モデルを、表-1に節点数、要素数および寸法値を示す。各層の境界面での接触判定に際しては、ペナルティ法を用いた。このとき、ペナルティ係数を一般に用いられる値である 1.0 とした。また、各層の静止摩擦係数、減衰定数および材料物性値については、文献<sup>8),9)</sup>に従い、表-2の通り定めた。拘束条件については、コンクリート道床下部の鉛直方向のみを拘束した。載荷位置については、図-5の中心部および隅角部1とした。このとき、載荷位置の要素に面荷重<sup>10)</sup>を鉛直下向きに、荷重値 1000 N、載荷時間 0.40 msec で載荷した。なお、荷重値および載荷時間については、2.1の実験結果を参考に設定した。音圧観測点の位置については、軌道スラブ上面から鉛直上向きに 5mm、載荷位置から長手方向に 50mm 離れた箇所とした。荷重曲線を図-7に、音圧観測点を図-8に示す。また、



図一六 検証用解析モデル



図一七 荷重曲線



図一八 音圧観測点（短手方向側面）

表一 要素数・節点数および寸法値：検証用解析モデル

|          | 要素数  | 節点数  | 寸法 (mm)       |
|----------|------|------|---------------|
| コンクリート道床 | 2500 | 3978 | 2540×4930×200 |
| てん充層     | 2336 | 3276 | 2340×4930×50  |
| 軌道スラブ    | 4672 | 6210 | 2340×4930×190 |

表二 材料物性値および静止摩擦係数

|                                 | コンクリート道床             | 軌道スラブ                | てん充層 (CA モルタル)       | 空気 (媒質)              |
|---------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 密度 $\rho$ (kg/mm <sup>3</sup> ) | $2.3 \times 10^{-6}$ | $2.3 \times 10^{-6}$ | $1.7 \times 10^{-6}$ | $1.2 \times 10^{-9}$ |
| 音速 $c$ (mm/s)                   | —                    | —                    | —                    | $3.4 \times 10^5$    |
| ヤング率 $E$ (N/mm <sup>2</sup> )   | $2.64 \times 10^4$   | $3.10 \times 10^4$   | $1.26 \times 10^3$   | —                    |
| ポアソン比 $\nu$                     | 0.17                 | 0.17                 | 0.35                 | —                    |
| 静止摩擦係数 $\mu$                    | 上面 0.5               | 下面 0.3               | 上面 0.3 下面 0.5        | —                    |
| 減衰定数 $h$ (%)                    | 3.0                  |                      |                      | —                    |

検証実験と同様、分析対象時間を 320 msec、サンプリング周波数を 5000Hz とした。

## 2.4 実験結果および解析結果

検証実験の結果、音圧の時刻歴応答 (図一九) ならびに音圧の周波数応答 (図一十) を得た。なお、隅角部の実験結果については、隅角部 1 のみ記載する。また、周波数応答については、共振振幅比<sup>3)</sup> および卓越周波数で評価した。ここで、共振振幅比とは、任意の周波数における音圧の応答値を、同値の周波数における打撃力の応答値で除したもので、打撃力の大小による影響を低減するために用いられる。共振振幅比の定義式を式(5)に示す。

$$A = P/F \quad (5)$$

ここで、 $A$  は共振振幅比、 $P$  は音圧の周波数応答、 $F$  は打撃力の周波数応答である。

なお、本研究では、卓越点に対応する周波数を卓越周波数とし、低い順に、1次、2次……卓越周波数と定義する。また、ここでは、応答値の最小値との比が  $5.0 \times 10^3$  を超えた箇所を卓越点とした。

さらに、数値解析から、音圧の時刻歴応答 (図一十一) ならびに音圧の周波数応答 (図一十二) を得た。

はじめに、音圧の時刻歴応答について、図一九 から、実験値では、隅角部 1 での音圧が中心部よりも著しく大きいことが分かった。これは、隅角部 2～隅角部 4 でも同様であった。こうした事象の原因については、供試体の施工時に生じた微細な隙間の影響が考えられる。一方、解析値については、図一十一 から、中心部での音圧が隅角部よりもやや大きくなったが、実験値のような顕著な差はみられなかった。音圧値については、中心部・隅角部

ともに、実験値よりも小さくなった。これらの解析結果について、以下考察した。

第一に、実験値よりも応答値が小さいことについて、本研究の解析モデルは、1つの要素に面荷重を与えるものであり、打撃物からの衝撃による影響を考慮していないことが要因の一つとして考えられる。第二に、中心部の方が隅角部よりも応答値が大きくなったことについては、接触面に作用する粘性減衰が、軌道スラブのたわみ振動に影響している可能性が要因の一つとして考えられる。

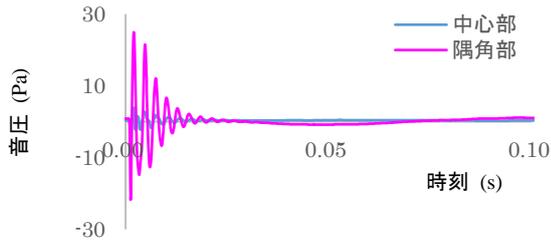
つぎに、音圧の周波数応答について、図一十 から、実験値の 1次卓越周波数は、中心部で 366 Hz、隅角部 1 で 344 Hz (隅角部 2 : 369 Hz、隅角部 3 : 366 Hz、隅角部 4 : 356 Hz) であった。さらに、図一十二 から、数値解析の 1次卓越周波数は、中心部で 352 Hz、隅角部で 357 Hz であった。これらから、1次卓越周波数は、実験値および解析値で概ね等しいことを確認した。

以上から、本検証で用いた音響・構造連成解析は、音圧の大きさの評価については課題が残るが、周波数特性の評価を行うには、有効な手法であると考えられる。上述の検証から、本研究では、音響・構造連成解析を用いて、てん充層の欠損形状と音圧の周波数応答との関係について考察した。

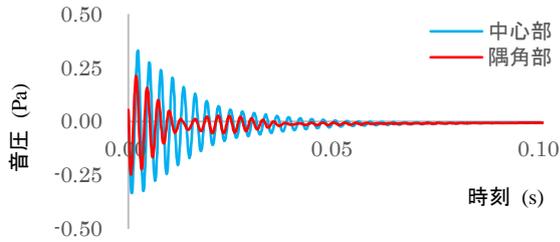
## 3. てん充層の欠損形状に関する検討

### 3.1 てん充層の欠損モデル

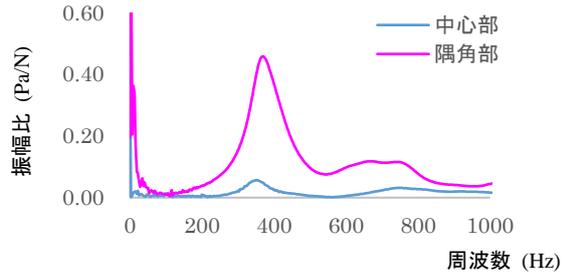
本解析では、2章の解析モデルに基づいて、てん充層の欠損形状に関する検討を行った。本検討では、てん充



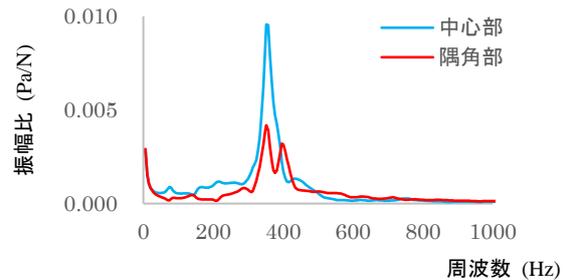
図一9 音圧の時刻歴応答：実験値



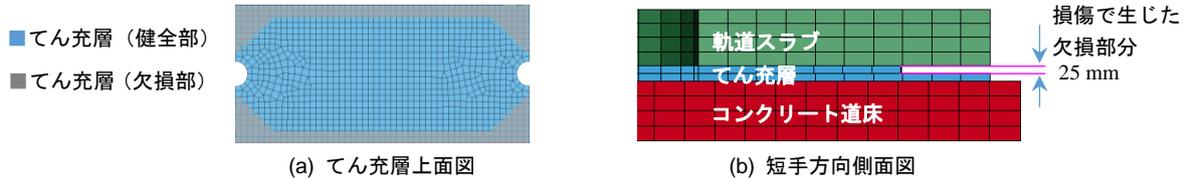
図一11 音圧の時刻歴応答：解析値



図一10 音圧の周波数応答（共振振幅比）：実験値



図一12 音圧の周波数応答（共振振幅比）：解析値



図一13 てん充層の欠損を想定した解析モデルの例

層の隅角部および側面部を深さ 25 mm だけ欠損させたモデルで計算した。図一13に解析モデルの例を示す。なお、本研究では、簡単のため、欠損厚さを一様とした。荷重曲線、荷重時間および材料物性値については、2.3の計算条件に従った。

### 3.2 てん充層の欠損パターン

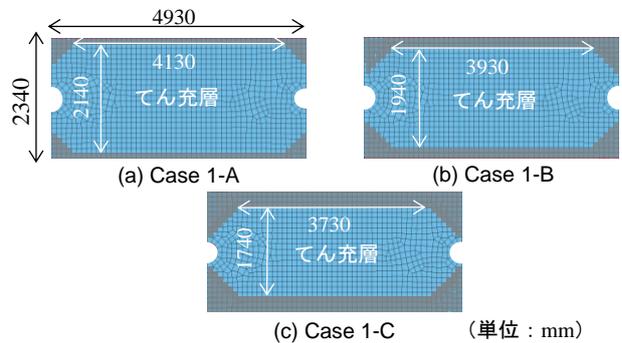
本解析では、欠損状態および荷重位置について、次の(1)、(2)、(3)に示す検討パターンに応じて計算した。

#### (1) 欠損率を変化させた場合

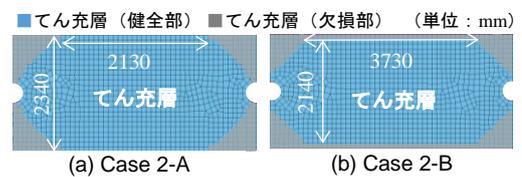
てん充層の欠損率と打音特性の関係について考察するために、図一14に示すように、てん充層の欠損率を変化させたモデル (Case 1-A, Case 1-B, Case 1-C) で解析した。このとき、荷重位置は、図一5と同じ箇所 (中心部、隅角部1 (以降、隅角部)) とした。表一3に各ケースの欠損面積および欠損率を示す。

#### (2) 欠損率一定で欠損形状のみを変化させた場合

てん充層の長手方向の欠損形状と打音特性の関係について考察するために、図一15に示すように、欠損率 (欠損面積) が一定の条件の下で、欠損形状を変化させたモデル (Case 2-A, Case 2-B) で解析した。このとき、Case 2-A は隅角部のみ欠損、Case 2-B は隅角部および長手方向が欠損しているものとする。打撃位置は、図一5と同じ箇所 (中心部、隅角部) とした。表一4に各ケースの欠損面積、欠損率および欠損箇所を示す。



図一14 欠損形状：Case 1-A, Case 1-B, Case 1-C



図一15 欠損形状：Case 2-A, Case 2-B

表一3 欠損面積と欠損率 Case 1-A, Case 1-B, Case 1-C

| Case                    | 1-A                 | 1-B                 | 1-C                 |
|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 欠損面積 (mm <sup>2</sup> ) | 1.4×10 <sup>6</sup> | 2.6×10 <sup>6</sup> | 3.9×10 <sup>6</sup> |
| 欠損率 (%)                 | 12.3                | 22.8                | 34.2                |

表一4 欠損面積、欠損率および欠損箇所：Case 2-A, Case 2-B

| Case                    | 2-A   | 2-B                 |
|-------------------------|-------|---------------------|
| 欠損面積 (mm <sup>2</sup> ) |       | 1.9×10 <sup>6</sup> |
| 欠損率 (%)                 |       | 16.7                |
| 欠損箇所                    | 隅角部のみ | 隅角部および長手方向側面        |

表-5 欠損面積、欠損率および载荷位置 Case 3-A~Case 3-E

| Case                    | 3-A                         | 3-B                        | 3-C                        |
|-------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 欠損面積 (mm <sup>2</sup> ) | 2.6×10 <sup>6</sup>         |                            |                            |
| 欠損率 (%)                 | 22.8                        |                            |                            |
| 欠損形状                    | Case1-B に同じ                 |                            |                            |
| 载荷位置 P(x,y) (mm)        | P <sub>1</sub> (2465, 1170) | P <sub>2</sub> (1859, 929) | P <sub>3</sub> (1282, 625) |
| Case                    | 3-D                         | 3-E                        |                            |
| 欠損面積 (mm <sup>2</sup> ) | 2.6×10 <sup>6</sup>         |                            |                            |
| 欠損率 (%)                 | 22.8                        |                            |                            |
| 欠損形状                    | Case1-B に同じ                 |                            |                            |
| 载荷位置 P(x,y) (mm)        | P <sub>4</sub> (608, 421)   | P <sub>5</sub> (150, 150)  |                            |

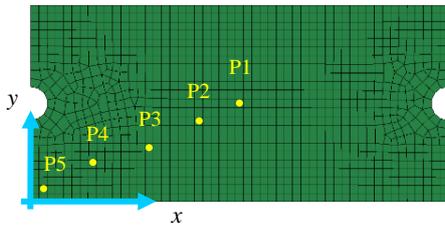


図-16 载荷位置：P1~P5

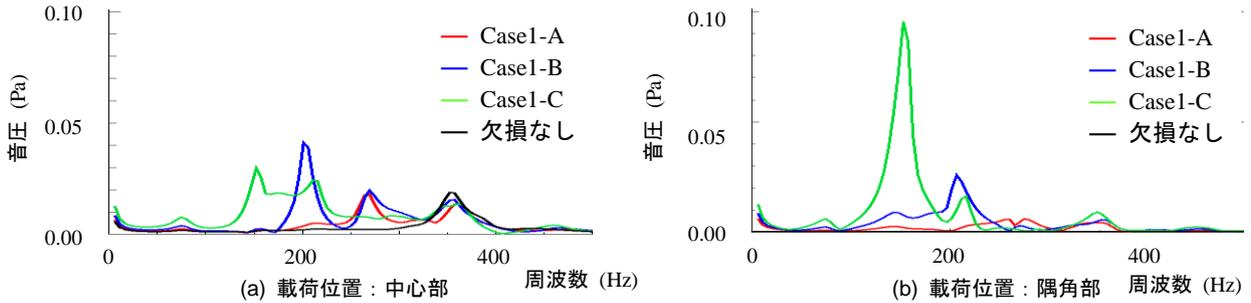


図-17 解析結果：Case1-A~Case1-C

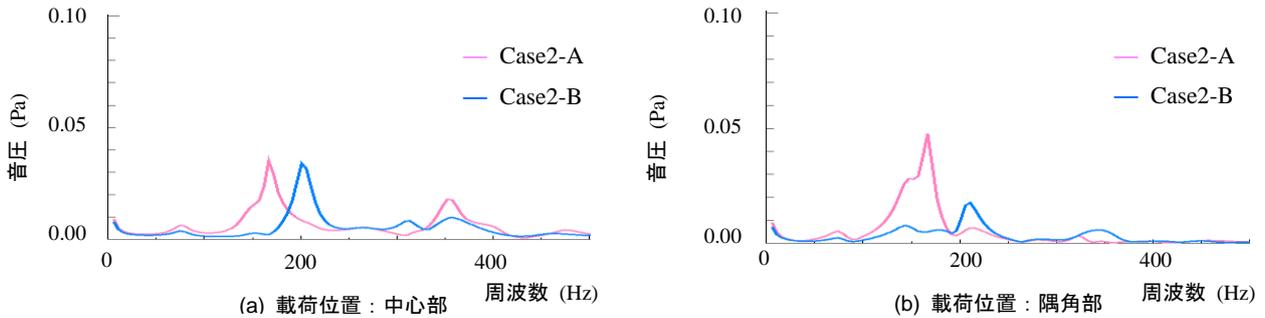


図-18 解析結果：Case2-A, Case2-B

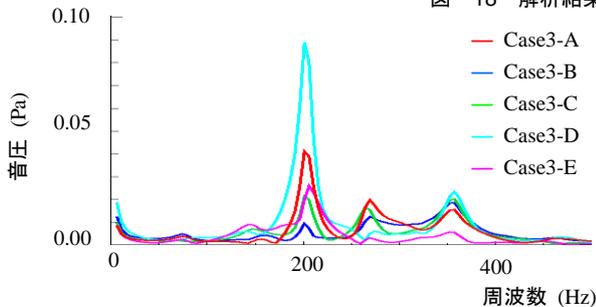


図-19 解析結果：Case 3-A ~ Case 3-E

### (3) 载荷位置を移動させた場合

载荷位置と打音特性の関係について考察するために、欠損率が一定かつ欠損形状が同一の条件の下で、载荷位置を変化させたモデル (Case 3-A, Case 3-B, Case 3-C, Case 3-D, Case 3-E) で解析した。载荷位置を図-16に、表-5に各ケースの欠損面積、欠損率および载荷位置の座標を示す。

## 4. 解析結果

### 4.1 解析結果の評価方法

本解析では、荷重値 1000N、载荷時間 0.40 msec で統一したため、共振振幅比ではなく、音圧の周波数応答で評

価した。本解析で得られた音圧の周波数応答について、Case 1-A ~ Case 1-C を図-17に、Case 2-A, Case 2-B を図-18に、Case 3-A ~ Case 3-E を図-19に示す。

### 4.2 解析結果

解析結果 (音圧の周波数応答) について、検討パターンごとに、(1), (2), (3) で詳述する。

#### (1) 欠損率を変化させた場合

はじめに、図-17 (a) から、中心部に载荷したとき、1次卓越周波数については、Case1-A: 270Hz, Case1-B: 201Hz, Case1-C: 152Hz となり、欠損率が高くなるほど、1次卓越周波数が低下することを確認した。さらに、Case 1-B で3次の卓越点を、Case 1-C で4次の卓越点をそれぞれ認めた。また、Case 1-A ~ Case 1-C のすべてのケースにおいて、欠損がない場合の1次卓越周波数である 360 Hz 付近において、卓越点が存在することを確認した。

つぎに、同図 (b) から、隅角部に载荷したとき、1次卓越周波数は、Case 1-A: 270 Hz, Case 1-B: 206 Hz, Case 1-C: 152 Hz となり、中心部に载荷した場合の1次卓越周波数の帯域とほぼ一致していることが分かった。一方、2

次以上の卓越点については、中心部に载荷した場合と比較すると、不明瞭であった。

#### (2) 欠損率一定で欠損形状のみを変化させた場合

はじめに、図-18 (a) から、中心部に载荷したとき、Case2-A, Case2-B のいずれも、欠損がない場合の1次卓越周波数である360 Hz付近での卓越点 (Case 2-A: 352 Hz, Case 2-B: 357 Hz) が認められた。一方、1次卓越周波数については、Case 2-A: 167 Hz, Case 2-B: 201 Hz となり、Case 2-Bの方が30 Hzほど高いことが分かった。

つぎに、同図 (b) から、隅角部に载荷したとき、1次卓越周波数は、Case 2-A: 167 Hz, Case 1-B: 211 Hz となり、Case 2-Bの方が、40 Hzほど高いことが分かった。

#### (3) 载荷位置を移動させた場合

図-19 から、1次卓越周波数は、Case 3-A: 201 Hz, Case 3-B: 270Hz, Case 3-C: 147Hz, Case 3-D: 201Hz, Case 3-E: 206Hz となり、健全な場合と比較すると、1次卓越周波数が100~200 Hzほど低いことが分かった。さらに、2次以上の卓越点の帯域は、欠損がないときに、中心部を打撃した際の1次卓越周波数である360 Hz付近と一致する (Case 3-A: 357Hz, Case 3-B: 357 Hz, Case 3-C: 357 Hz, Case 3-D: 357Hz, Case 3-E: 352 Hz) ことを確認した。なお、Case 3-Bにおいて、201 Hzの帯域で、山なりになっている箇所を認めた。これは、本研究で定義した卓越点には該当しないが、Case 3-Cを含めた、他の4つのモデルの卓越点の帯域と一致する。このことから、载荷位置の移動に伴って、応答値が増大する可能性があると考えられる。

### 4.3 考察

解析結果から、スラブ軌道を対象に、打音検査を行う際は、以下に示す事象が予想される。

#### (1) てん充層に欠損がなく健全な場合

本解析と同じ寸法の軌道スラブであれば、1次卓越周波数は360Hz前後となる。また、2次以上の高次の卓越は不明瞭となる場合がある。

#### (2) 打撃箇所直下のてん充層が欠損している場合

健全な場合よりも、1次卓越周波数が100 Hz~200 Hz程度低下する。また、2次以上の卓越点是不明瞭となる場合がある。

#### (3) 打撃箇所直下のてん充層は健全だが、周辺のてん充層が欠損している場合

(2)と同様、1次卓越周波数の低下が生じる。また、360 Hz付近の帯域で、高次の卓越点が認められる場合がある。

### 5. まとめ

本研究では、スラブ軌道を対象とした打音法の数値シ

ミュレーションの妥当性について検証することを目的に、音響・構造連成解析ならびに実物大供試体による検証実験を行った。その結果、本解析は、音圧の周波数応答について評価するのに有効であることが示された。さらに、本解析を用いて、てん充層の欠損状態と音圧の周波数応答の関係について検討した。その結果、てん充層の欠損状態によって、周波数応答が変化することを確認した。なお、本解析では、ハンマーから受ける衝撃や、施工時に生じる微小な隙間による影響については考慮していない。今後の課題として、それらについても検討する必要があると考える。

### 参考文献

- 1) 高橋貴蔵, 湊上翔太, 谷川光, 吉川秀平, 桃谷尚嗣: スラブ軌道てん充層の大断面補修工法の開発, 鉄道総研報告, 2016
- 2) 魚本健人, 伊東良浩: 打音法によるコンクリートの非破壊検査, コンクリート工学論文集, 第7巻第1号, 1996
- 3) 高橋貴蔵, 小滝康陽, 桃谷尚嗣, 板倉真理佳: 打音試験による鉄道用軌道スラブ底面の隙間の評価に関する基礎的研究, コンクリート構造物の非破壊検査シンポジウム, 2018
- 4) 鎌田敏郎, 浅野雅則, 国枝稔, 六郷恵哲: コンクリート表層部欠陥の定量的非破壊検査への打音法の適用, 土木学会論文集, No. 704, V-55, 65-79, 2002
- 5) 園田佳臣, 中山歩, 三好茜: 音響解析を用いた回転式打音検査法の診断メカニズムに関する基礎的研究, 構造工学論文集 Vol. 54A, 599-606, 2008
- 6) 三好茜, 園田佳臣, 中山歩, 吉田直昭: 回転式打音検査によるコンクリート構造物の欠陥状態に関する解析的研究, コンクリート工学年次論文集, Vol. 30, No. 3, 1723-1728, 2008
- 7) 小池耕太郎, 井山徹郎, 野内彩可, 村上祐貴: コンクリートの内部欠陥の深さが打音特性に及ぼす影響, コンクリート工学年次論文集, Vol. 37, No. 1, 2015
- 8) 高橋貴蔵, 桃谷尚嗣, 長沼光: スラブ軌道てん充層の疲労寿命に関する研究, コンクリート工学年次論文集, Vol37, No. 2, 619-625, 2015
- 9) (公財) 鉄道総合技術研究所: 付属資料10-2 減衰の決定方法と決定例, 鉄道構造物等設計標準・解説耐震設計, 丸善出版, 2012
- 10) John O. Hallquist, BOUNDARY AND LOADING CONDITIONS, LS-DYNA Theory Manual, 23.1-23.4, Livermore Software Technology Corporation, 2006