

論文 鉄筋の付着すべりのためのコンクリート中空円筒モデルの定式化

武内 慶太^{*1}・高瀬 裕也^{*2}・和田 俊良^{*3}

要旨：本論文では，異形鉄筋のコンクリートからの付着引抜き挙動を表現する Thick Walled-Cylinder Model（中空円筒モデル）を新たに定式化している。コンクリート引張軟化に冪乗型関数を組み込み，従来よりも，異形鉄筋周囲のひび割れ伸展挙動の追跡を遥かに簡素化した。さらに，その弾性引抜きから，ひび割れ剛体変位による拡張のみが生じる完全引抜きまでもが取扱えるモデルを開発し，異形鉄筋自身に作用する界面の半径方向垂直応力と界面のひずみを解析して，本モデルの特性について若干の考察を加えている。特に主要な物理量であるひび割れ数を小さく設定すると，界面の応力ピーク値と軟化応力値が低くなることが呈示された。

キーワード：コンクリート，異形鉄筋，付着，中空円筒モデル，軟化係数，ひび割れ数，最外縁半径

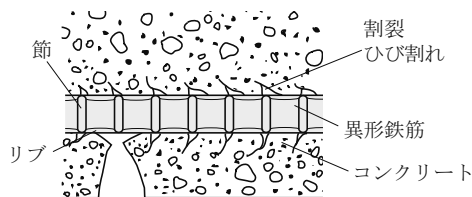
1. はじめに

鉄筋コンクリート部材に曲げなどのそれ相当の荷重が作用すると鉄筋とコンクリート間にすべりが生じる。この付着性状の評価は部材の変形・耐力解析に重要な位置を占めるが，引抜き時に鉄筋が担うコンクリートからの拘束応力（側圧）は無視されることが殆どのである。

周知の事実として，異形鉄筋の抜け出し時に，周囲のコンクリートは割裂かれ，鉄筋への側圧は上昇し，ピークを迎えた後に漸次下降して零に到る。

この所謂，ポストピーク挙動を記述する数少ないモデルとして Thick Walled-Cylinder Model¹⁾がある。コンクリートが中空円筒で表現され，その中空位置にある異形鉄筋への側圧とその垂直ひずみが解析されている。しかし，既往の研究²⁾ではコンクリート軟化挙動を2直線近似しているために，ひび割れ面の軟化状態の場合分けがかなり複雑化している。また，ひび割れが拡張しその軟化応力が零に到って鉄筋が完全に引き抜かれる領域までは定式化されていないのが現状のようである。

本論文では，コンクリートのひび割れ引張軟化を冪乗型関数で表現し，これを Thick Walled-Cylinder Model に組み込んでモデルを簡素化して，異形鉄筋の弾性引抜きから，ひび割れが剛体変位する完全引抜きまでを記述する新たな数値モデルを定式化する。そして数例のシミュレーション結果から，本モデルの基本特性について若干の検討を加える。



図ー1 異形鉄筋の付着すべりによるコンクリートの割裂 ひび割れの発生状況

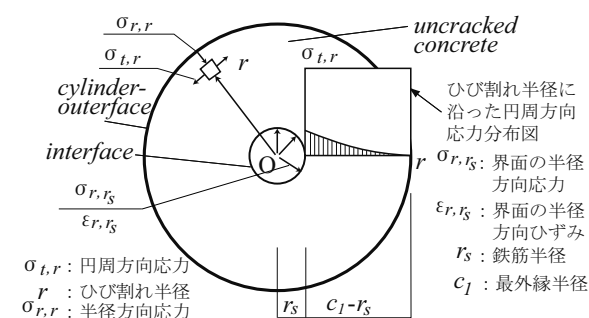
2. コンクリート引張軟化を冪乗型関数で表示した Thick Walled-Cylinder Model の誘導

Tepfers¹⁾は，図ー1の異形鉄筋のコンクリートの引抜き付着性状を解析するために，図ー2に示した Timoshenko³⁾の中空円筒の応力分布理論を礎にして，Thick Walled-Cylinder Model（以下，TWC- Model と略記する）について報告した。

Tepfers のモデルは，コンクリート円筒の中心に鉄筋穴を有し，異形鉄筋（以下，鉄筋と略称する）の引抜きに惹起されるひび割れ伸展に従った鉄筋表面の垂直応力の推移を記述したものであり，金久保ら⁴⁾は，このモデルを2次微分形の付着方程式へ等価長ストレスブロックの概念を用いて組み込み，実験結果をシミュレートした。

Veen⁵⁾はひび割れ形成以後のコンクリートの引張軟化挙動を直接 Tepfers の TWC- Model へ初めて導入し，非線形モデルへと発展させた。モデルに簡潔な冪乗型の引張軟化関数を採用し，ひび割れ伸展領域の界面（図ー3の interface：鉄筋表面の部位）の側圧を求めたが，その垂直ひずみには全く触れておらず，ひび割れ拡張における剛体変位を固定したに止まっている。

Uijl ら²⁾は，TWC- Model のコンクリートの様相を区分し，各領域での界面のコンクリート側圧（拘束応力）



図ー2 弾性領域 EB でのコンクリート中空円筒モデル (Thick Walled-Cylinder Model) の応力状態

*1 北海道職業能力開発大学校 建築施工システム技術科学生（学生会員）

*2 室蘭工業大学大学院工学研究科 くらし環境系領域准教授 工博（正会員）

*3 北海道職業能力開発大学校 建築科特任教授 工博（正会員）

半径方向垂直応力)と界面の垂直ひずみを定式化した。

この定式化では、コンクリートの引張軟化関数に Bi-Linear 型のモデルが採用されたが、関数自体は簡略であるものの、軟化挙動を2直線で取扱うために TWC-Model の場合分けがかなり複雑化している。

いずれにしても、従来の応力ひずみ解析対象は、鉄筋が担う半径応力が単純軟化する範囲に止まるにすぎず、鉄筋がコンクリートから完全に抜け出す挙動までが取扱われず、その包絡曲線の全容は未だに定式化されないままにあるのが現状のようである。

本論文では、Uiji²⁾の複雑なモデルを簡素化して包絡曲線の全容をシミュレートすべく、図-4の冪乗型の引張軟化関数を TWC-Model に組み込み、剛体変位を解析増分量と見定めることとする。そして著者らは、先に Uiji が区分した各領域を 1) 弾性領域 EB (Uncracked stage), 2) ひび割れ伸展領域 CB (Partly cracked stage), 3) ひび割れ剛体変位領域 RB (Entirely cracked stage) と呼び、この3領域における「異形鉄筋表面に作用するコンクリート垂直応力と界面の垂直ひずみ」を定式化し、鉄筋のコンクリートからの完全引抜きまでを新たに表示する。

2.1 鉄筋の付着すべりモデルへの TWC-Model の組込

重ねての記述となるが、異形鉄筋が引抜き荷重を担うと異形鉄筋はすべり始め、このすべりに伴われて周囲のコンクリートにひび割れが順次伸展してゆく。この際、異形鉄筋界面軸に垂直な半径方向のひずみ $\varepsilon_{r,s}$ と拘束応力 $\sigma_{r,s}$ が生じ、半径方向応力 $\sigma_{r,s}$ の一部は異形鉄筋の付着応力として異形鉄筋に作用することとなる。

従って、TWC-Model を活用する異形鉄筋の付着モデルを得るには、Uiji²⁾のように、コンクリートと鉄筋間のすべり δ に誘発される界面の垂直ひずみ $\varepsilon_{r,s}$ を定めるモデルを新たに作成する必要がある。任意のすべり δ による垂直ひずみ $\varepsilon_{r,s}$ から本 TWC-Model によって垂直応力 $\sigma_{r,s}$ を求め、その一部を付着応力へと変換する手法をさらに開発することになる。

しかしながら、紙幅の制約よりこれらについては本論文の範疇とせず、後続論文で取扱うこととする。

2.2 弾性領域 EB (Uncracked stage) の誘導

先の図-2は、コンクリートが非ひび割れの弾性領域における中空円筒の応力とひずみを示している。

Timoshenko³⁾によると、図-2の TWC-Model が弾性領域 EB である場合、円筒中心 O から中空半径 r_i の半径方向垂直応力を $\sigma_{r,i}$ (以下、半径方向応力と呼ぶ)と記述し、円筒上の半径方向応力が零となる半径を r_e とすると、任意の半径 r における半径方向応力 $\sigma_{r,r}$ と円周方向の垂直応力 $\sigma_{t,r}$ (以下、円周方向応力と呼ぶ)は、それぞれ式(1)と式(2)で与えられ、その半径方向変位 $u_{r,r}$ は次式(3)となる。ここに、 E_c はコンクリートの初期ヤング

係数、 ν_c はポアソン比である。なお、図-2中の四角枠は、中空円筒の半径に沿った、円周方向のコンクリートの垂直応力分布を描画したものである。

$$\sigma_{r,r} = \frac{r_i^2 \sigma_{r,i}}{r_e^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_e^2}{r^2} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_{t,r} = \frac{r_i^2 \sigma_{r,i}}{r_e^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_e^2}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$u_{r,r} = \frac{r_i^2 \sigma_{r,i}}{r E_c (r_e^2 - r_i^2)} \left\{ (1 - \nu_c) r^2 + (1 + \nu_c) r_e^2 \right\} \quad (3)$$

本モデルでは、異形鉄筋の公称径 d_s 、その半径 r_s 、円筒最外縁半径 c_l とし、これより、 $r_e = c_l$ 、 $r_i = r_s = d_s/2$ である。

以下では、ひび割れ半径 r_{cr} が漸次伸展し、その後剛体変形するコンクリート中空円筒の応力-ひずみ関係を導出する。

2.3 ひび割れ伸展領域 CB (Partly cracked stage) の誘導

図-3に、異形鉄筋のコンクリートからの引抜きによる割裂ひび割れが発生した TWC-Model の様相を示す。中空円筒にひび割れが発生し、漸次伸展してゆく領域 CB では、ひび割れ先端 (crack front) 位置、即ち $r = r_{cr}$ で、 $\sigma_{t,r_{cr}} = f_{ct}$ (f_{ct} : コンクリート引張強度) である。

このひび割れ先端から界面 (interface: 鉄筋表面の部位) ではコンクリートは引張軟化現象を呈し、ひび割れ先端から中空円筒の最外縁 c_l までが弾性挙動を呈することとなる。これらのことから、半径方向応力 $\sigma_{r,r_{cr}}$ は下式(4)となり、定数 C_l は式(5)である。

$$\sigma_{r,r_{cr}} = f_{ct} \frac{c_l^2 - r_{cr}^2}{c_l^2 + r_{cr}^2} = f_{ct} C_l \quad (4)$$

$$C_l = \frac{c_l^2 - r_{cr}^2}{c_l^2 + r_{cr}^2} \quad (5)$$

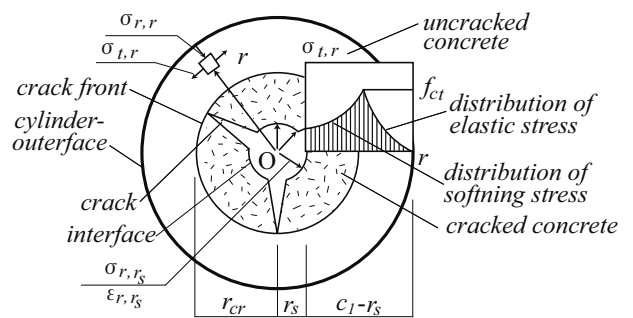


図-3 ひび割れ伸展領域 CB での中空円筒モデル (Thick Walled-Cylinder Model) の応力状態

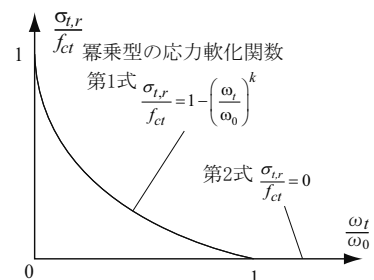


図-4 コンクリートひび割れ軟化の冪乗型関数

同時に、界面に作用する非ひび割れコンクリートからの半径方向弾性応力成分 σ_{r,r_s}^{LE} は式 (6) と導かれ、その半径方向の弾性垂直ひずみ成分 ε_{r,r_s}^{LE} は式 (7) となり、 ε_{cr} は $f_{ct} = E_c \varepsilon_{cr}$ による引張ひずみである。

$$\sigma_{r,r_s}^{LE} = \frac{r_{cr}}{r_s} \sigma_{r,r_{cr}} = \frac{r_{cr}}{r_s} f_{ct} C_I \quad (6)$$

$$\varepsilon_{r,r_s}^{LE} = \frac{r_{cr}}{r_s} \varepsilon_{cr} (1 + \nu_c C_I) \quad (7)$$

コンクリートの引張軟化挙動を記述する構成則モデルとして、多直線近似や指数関数などの幾つかのものが知られている。これを TWC- Model に組込むとき、構成則モデルの式の組合せが多いほど、TWC- Model の応力式や変形式を導出する場合分けは多岐にわたり、結果として TWC- Model はより複雑になると推察される。

そこで著者らは、簡潔に TWC- Model を構築するために、Veen⁵⁾ と同じく、1本の式でコンクリート引張軟化を表示する図-4の冪乗型の式 (8) を採用する。

$$\frac{\sigma_{t,r}}{f_{ct}} = 1 - (\omega_t / \omega_0)^k \quad (8)$$

ここに引張軟化応力 $\sigma_{t,r}$ 、ひび割れ幅 ω_t 、破壊ひび割れ幅 ω_0 、軟化係数 k である。

ひび割れ領域のひび割れ数を n 、円周方向垂直ひずみ (以下、円周方向ひずみと呼ぶ) を $\varepsilon_{t,r}$ とすると、半径 r での円周方向変位 $\Delta_{t,r}$ は式 (9) となり、ひび割れ伸展過程での引張軟化挙動は式 (10) として再記述される。

$$\Delta_{t,r} = 2\pi r \varepsilon_{t,r} + n \omega_0 (1 - \sigma_{t,r} / f_{ct})^{1/k} \quad (9)$$

$$\frac{\sigma_{t,r}}{f_{ct}} = - \left[\frac{2\pi r \varepsilon_{cr}}{n \omega_0} \left(r_{cr} - \frac{\varepsilon_{t,r}}{\varepsilon_{cr}} r \right) \right]^k + 1 \quad (10)$$

ひび割れ領域におけるコンクリートは、弾性部位とひび割れ部位に区分されるが、弾性部位でのひずみ $\varepsilon_{t,r}$ が引張ひずみ ε_{cr} と等しい、即ち $\varepsilon_{t,r} = \varepsilon_{cr}$ を仮定し、ひび割れ部位の幅 ω_t のみが半径 r に沿って線形に変化するととして取り扱うこととする。

これより、 $\varepsilon_{t,r} = \varepsilon_{cr}$ を上式 (10) に代入することによって、ひび割れ自身に沿った円周方向応力 $\sigma_{t,r}$ は式 (11) と式 (12) を用いて表示され、後述の積分を容易にする。

$$\frac{\sigma_{t,r}}{f_{ct}} = 1 - C_2^k (r_{cr} - r)^k \quad (11)$$

$$C_2 = \frac{2\pi r \varepsilon_{cr}}{n \omega_0} \quad (12)$$

次に、ひび割れ伸展領域 CB における円筒部の応力状態を定める。中空円筒界面での半径方向応力 σ_{r,r_s}^{cr} は、弾性応力成分 σ_{r,r_s}^{LE} と非線形応力成分 σ_{r,r_s}^{NL} との和であり、式 (13) で定義できる。

$$\sigma_{r,r_s}^{CB} = \sigma_{r,r_s}^{LE} + \sigma_{r,r_s}^{NL} \quad (13)$$

弾性応力成分 σ_{r,r_s}^{LE} は先の式 (6) で算定されるが、任意

の半径 r の非線形応力成分 $\sigma_{r,r}^{NL}$ は式 (14) の周知の積分から定式化される。

$$\sigma_{r,r}^{NL} = \frac{1}{r} \int_r^{r_{cr}} \sigma_{t,r} dr \quad (14)$$

先のひび割れ軟化式 (11) を式 (14) に代入すると、半径方向の非線形応力 $\sigma_{r,r}^{NL}$ が式 (15) で求められる。

$$\frac{\sigma_{r,r}^{NL}}{f_{ct}} = - \frac{C_2^k}{r(k+1)} (r_{cr} - r)^{k+1} + \frac{r_{cr}}{r} - 1 \quad (15)$$

ひび割れ伸展領域 CB における中空円筒界面、即ち、鉄筋表面 $r = r_s$ での半径方向応力 σ_{r,r_s}^{NL} は式 (16) より得ることとなる。

$$\frac{\sigma_{r,r_s}^{NL}}{f_{ct}} = - \frac{C_2^k}{r_s(k+1)} (r_{cr} - r_s)^{k+1} + \frac{r_{cr}}{r_s} - 1 \quad (16)$$

界面の半径方向ひずみ ε_{r,r_s}^{CB} は、その弾性成分 ε_{r,r_s}^{LE} と非線形成分 ε_{r,r_s}^{NL} との和とする式 (17) から定義される。勿論、ひび割れによりその交差効果が無視されるので、弾性成分 ε_{r,r_s}^{LE} は先の式 (7) に $\nu_c = 0$ を代入して直ちに求められる。

$$\varepsilon_{r,r_s}^{CB} = \varepsilon_{r,r_s}^{LE} + \varepsilon_{r,r_s}^{NL} \quad (17)$$

ひび割れ中空円筒の厚さ (*the wall thickness of the cracked cylinder*) の変化量 Δc_{cr} は、Uijl²⁾ と同じく、応力 $\sigma_{r,r}^{CB}$ をヤング係数 E_c で除し、これを式 (18) で積分して導出され、さらに式 (19) の2成分へと分解される。

$$\Delta c_{cr}^{NL} = \int_{r_s}^{r_{cr}} \frac{\sigma_{r,r}^{CB}}{E_c} dx = \varepsilon_{cr} \int_{r_s}^{r_{cr}} \frac{\sigma_{r,r}^{LE}}{f_{ct}} dx + \varepsilon_{cr} \int_{r_s}^{r_{cr}} \frac{\sigma_{r,r}^{NL}}{f_{ct}} dx \quad (18)$$

$$\Delta c_{cr}^{NL} = \Delta c_{cr,1} + \Delta c_{cr,2} \quad (19)$$

上式 (19) の前項 $\Delta c_{cr,1}$ は弾性計算より式 (20) となり、非線形成分 $\Delta c_{cr,2}$ は式 (21) である。

$$\Delta c_{cr,1} = \varepsilon_{cr} C_I r_{cr} \ell_n \frac{r_{cr}}{r_s} \quad (20)$$

$$\Delta c_{cr,2} = - \frac{\varepsilon_{cr} C_2^k}{k+1} \int_{r_s}^{r_{cr}} \frac{(r_{cr} - r)^{k+1}}{r} dr + \varepsilon_{cr} r_{cr} \left(\ell_n \frac{r_{cr}}{r_s} + \frac{r_{cr}}{r_s} - 1 \right) \quad (21)$$

ひび割れ伸展領域 CB における界面の半径方向非線形ひずみ成分 ε_{r,r_s}^{NL} は、式 (19) の Δc_{cr}^{NL} を r_s で除し、式 (22) を用いて計算される。

$$\varepsilon_{r,r_s}^{NL} = \varepsilon_{cr} \frac{r_{cr}}{r_s} C_I \ell_n \frac{r_{cr}}{r_s} - \frac{\varepsilon_{cr}}{(k+1)r_s} C_2^k \int_{r_s}^{r_{cr}} \frac{(r_{cr} - r)^{k+1}}{r} dr + \varepsilon_{cr} \frac{r_{cr}}{r_s} \left(\ell_n \frac{r_{cr}}{r_s} + \frac{r_{cr}}{r_s} - 1 \right) \quad (22)$$

2.4 ひび割れ剛体変位領域 RB (*Entirely cracked stage*) の誘導

コンクリートのひび割れが円筒最外縁 c_I に達した場合の TWC-Model の様相を図-5に示すが、ひび割れはこれ以上伸展することはないと仮定される。剛体変位 Δ_{tot} を解析増分量と看做し、これによりひび割れ拡幅のみが生じるものとする。この増分量 Δ_{tot} を本解析に採り入れることによって、明瞭に剛体変位下での TWC- Model の

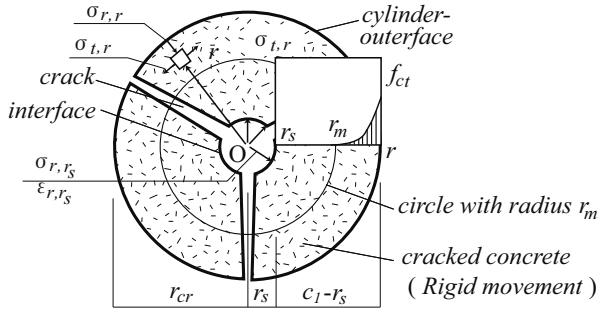


図-5 ひび割れ剛体変位領域 RB での中空円筒モデル (Thick Walled-Cylinder Model) の応力状態

力学特性が定式化される。従って、モデル全領域での全ひび割れ幅 $n\omega_t$ は下式 (23) となる。

$$n\omega_t = \Delta_{tot} - 2\pi\epsilon_{cr}r \quad (23)$$

本論文で採用したひび割れ幅分布は、図-5のように、鉄筋近傍から最外縁に向かって、その幅を小さくしてゆくことを仮定している。

式 (23) を先の引張軟化式 (8) に代入し、剛体変位下での引張軟化式 (24) と式 (25) があらためて定められる。

$$\frac{\sigma_{t,r}}{f_{ct}} = 1 - (C_3 - C_2)^k \quad (24)$$

$$C_3 = \frac{\Delta_{tot}}{n\omega_0} \quad (25)$$

当然のこととして、TWC-Model のひび割れ剛体変位領域 RB では、直前のひび割れ伸展領域 CB に続いて、先の図-4 に掲げた第1式とする幂乗型の引張軟化式が円周方向応力の算定に適用される。著者らは、これを「ひび割れ剛体変位領域 RB-1」と呼ぶこととする。

さらに、ひび割れ面の剛体変位 Δ_{tot} が漸次単純に増大してゆくと、界面近傍のひび割れ面は円周方向応力（軟化応力）を負担しなくなり、同時にその外側でひび割れ軟化応力を担うこととなる。つまり、界面近傍の応力零の状態は、同図-4 の第2式 $\sigma_{t,r} = 0$ で表示され、その外側の部位には第1式が適用される。著者らは、これを「ひび割れ剛体変位領域 RB-2」と呼ぶ。結果として、この領域では、その半径方向応力と半径方向ひずみは異なる2つの引張軟化式が別個に用いられて算定される複雑な応力・変形場が形成される。

最終的に剛体変位 Δ_{tot} が十分に拡張すると、ひび割れ面での引張軟化応力はすべての円周方向において零となり、そこでは第2式のみが適用され、これを「ひび割れ剛体変位領域 RB-3」と呼ぶこととする。

ひび割れ剛体変位領域での上記の3つのカテゴリーを区分するには、下式 (26) の剛体変位領域半径 r_m を利用することが便利である。

$$r_m = \frac{\Delta_{tot} - n\omega_0}{2\pi\epsilon_{cr}} \quad (26)$$

この r_m は、図-5 に示すように、ひび割れ面の応力状

態を表示する遷移半径であって、剛体変位の単調増加下では先に触れたとおり r_m の外側で式 (8) の幂乗型軟化式が適用され、同時にその内側で引張軟化応力は零となる。

以下では、ここで述べたひび割れ剛体変位領域 RB における3つのカテゴリーに沿って解説する。

(1) ひび割れ剛体変位領域 RB-1 での誘導

ひび割れ剛体変位領域 RB-1 では、ひび割れ先端が最外縁に達し、鉄筋半径 r_s と剛体変位領域半径 r_m の関係が $r_m \leq r_s$ となる。その任意半径 r における半径方向応力 $\sigma_{r,r}^{RB}$ は、式 (8) の幂乗型軟化式のみによる非線形成分となり、式 (24) を積分式 (14) に代入して下式 (27) として得ることとなる。

$$\frac{\sigma_{r,r}^{RB}}{f_{ct}} = -\frac{1}{(k+1)C_2} \frac{(C_3 - C_2)^{k+1}}{r} + \left(c_l + \frac{1}{(k+1)C_2} (C_3 - C_2 c_l)^{k+1} \right) \frac{1}{r} - 1 \quad (27)$$

領域 RB-1 における界面に作用する半径方向応力 σ_{r,r_s}^{RB} は、上式 (27) に $r = r_s$ を代入して、下式 (28) となる。

$$\frac{\sigma_{r,r_s}^{RB}}{f_{ct}} = -\frac{1}{(k+1)C_2} \frac{(C_3 - C_2 r_s)^{k+1}}{r_s} + \left(c_l + \frac{1}{(k+1)C_2} (C_3 - C_2 c_l)^{k+1} \right) \frac{1}{r_s} - 1 \quad (28)$$

界面の半径方向ひずみ ϵ_{r,r_s}^{RB} は、剛体変位 Δ_{tot} による剛体ひずみ成分 ϵ_{r,r_s}^{RBM} と式 (27) で記述した非線形応力 $\sigma_{r,r}^{RB}$ による非線形ひずみ成分 ϵ_{r,r_s}^{dc} との和であり、式 (29) で求められる。なお、非線形ひずみ成分 ϵ_{r,r_s}^{dc} は次に定義する。

$$\epsilon_{r,r_s}^{RB} = \epsilon_{r,r_s}^{RBM} + \epsilon_{r,r_s}^{dc} \quad (29)$$

剛体ひずみ ϵ_{r,r_s}^{RBM} は式 (30) である。

$$\epsilon_{r,r_s}^{RBM} = C_3 \frac{n\omega_0}{2\pi r_s} \quad (30)$$

非線形応力 $\sigma_{r,r}^{RB}$ による中空円筒の厚さの変化量 Δc^{RB} もひび割れ伸展領域 CB と同じく、応力 $\sigma_{r,r}^{RB}$ を初期ヤング係数 E_c で除し、式 (31) の積分で求められることとなる。

$$\Delta c^{RB} = \int_{r_s}^{r_m} \frac{\sigma_{r,r}^{RB}}{E_c} dr \quad (31)$$

領域 RB の全カテゴリーにおける界面のひずみ ϵ_{r,r_s}^{dc} は、上式 (31) の Δc^{RB} を鉄筋半径 r_s で除して求められ、この領域 RB-1 では式 (32) として導出される。

$$\epsilon_{r,r_s}^{dc} = -\frac{\epsilon_{cr}}{r_s(k+1)C_2} \int_{r_s}^{c_l} \frac{(C_3 - C_2 r)^{k+1}}{r} dr + \frac{\epsilon_{cr}}{r_s} \left(c_l + \frac{1}{(k+1)C_2} (C_3 - C_2 c_l)^{k+1} \right) \ln \frac{c_l}{r_s} + \frac{\epsilon_{cr}}{r_s} (r_s - c_l) \quad (32)$$

(2) ひび割れ剛体変位領域 RB-2 での誘導

領域 RB-1 に続いて、剛体変位がさらに拡張してゆくと、剛体変位領域半径 r_m は漸次増大し、 $r_s \leq r_m \leq c_l$ を満

たすようになる。これが、図-5に示した応力状態であり、先述したとおり、 r_m の内側で応力零の下式(33)が、その外側で幂乗型軟化式(8)が用いられる。

$$\frac{\sigma_{lr}}{f_{ct}} = 0 \quad (33)$$

異なる2つのコンクリート引張軟化式が同時に適用される領域RB-2における界面に作用する半径方向応力 σ_{r,r_s}^{RB} は、下式(34)で求められる。

$$\frac{\sigma_{r,r_s}^{RB}}{f_{ct}} = \left(c_l - r_m + \frac{(C_3 - C_2 c_l)^{k+1} - (C_3 - C_2 r_m)^{k+1}}{(k+1)C_2} \right) \frac{1}{r_s} \quad (34)$$

このカテゴリでの界面の半径方向ひずみ ε_{r,r_s}^{RB} も、剛体ひずみ成分 $\varepsilon_{r,r_s}^{RBM}$ と非線形ひずみ成分 ε_{r,r_s}^{Ac} との和であり、その非線形ひずみ成分 ε_{r,r_s}^{Ac} は式(35)で定義する。

$$\varepsilon_{r,r_s}^{Ac} = \frac{\varepsilon_{cr}}{r_s} \left(c_l - r_m + \frac{(C_3 - C_2 c_l)^{k+1} - (C_3 - C_2 r_m)^{k+1}}{(k+1)} \right) \ell_n \left(\frac{c_l}{r_s} \right) \quad (35)$$

(3) ひび割れ剛体変位領域RB-3での誘導

ひび割れの剛体変位 Δ_{ot} によって十分にひび割れが拡幅すると、剛体変位領域半径 r_m は、中空円筒半径 c_l を超え $c_l \leq r_m$ の関係が成立する。この剛体変位領域RB-3では、すべてのひび割れ面での引張軟化応力 σ_{r,r_s}^{RB} は零に収束する。従って、界面の垂直応力 σ_{r,r_s}^{RB} は自明の下式(36)で表示される。

$$\frac{\sigma_{r,r_s}^{RB}}{f_{ct}} = 0 \quad (36)$$

この応力状態では、当然のことながら、この垂直応力 σ_{r,r_s}^{RB} から惹起される非線形垂直ひずみ成分 ε_{r,r_s}^{Ac} も零となり、無応力下での剛体変位によるひずみ成分 $\varepsilon_{r,r_s}^{RBM}$ のみが増大することとなる。所謂、鉄筋のコンクリートからの完全引抜きが呈示されたこととなり、非線形垂直ひずみ成分 ε_{r,r_s}^{Ac} は式(37)である。

$$\varepsilon_{r,r_s}^{Ac} = 0 \quad (37)$$

上式(37)より、結果としての剛体変位領域RB-3の垂直ひずみ成分 ε_{r,r_s}^{RB} は式(38)である。

$$\varepsilon_{r,r_s}^{RB} = \varepsilon_{r,r_s}^{RBM} + \varepsilon_{r,r_s}^{Ac} = C_3 \frac{n\omega_0}{2\pi r_s} \quad (38)$$

これまで、幂乗型の引張軟化式をTWC-Modelに導入し、新しいモデルを開発してきたが、以下では実際に本TWC-Modelを用いて、界面における半径方向応力とそ

表-1 TWC-Modelの材料性状と解析条件の設定

引張強度 f_{ct} (N/mm ²)	ポアソン比 ν_c	初期ヤング係数 E_c (N/mm ²)
2.5	0.2	2.05×10^4
中空半径 r_s (mm)	破壊ひび割れ幅 ω_0 (mm)	解析ステップ数
6.0	0.2	160

の半径方向ひずみを解析することにする。

3. Thick Walled-Cylinder Modelにおける軟化係数 k とひび割れ数 n ならびに最外縁半径 c_l の影響の検討

幂乗型の引張軟化関数を組込んだTWC-Modelでは、軟化係数 k 、ひび割れ数 n そして最外縁半径 c_l が重要な意味を持つことは述べるまでもない。

ここでは、表-1に掲げた普通に打設されるコンクリートの材料性状と解析条件を設定した上で、A) 図-6のとおり軟化係数 k を0.124, 0.248, 0.496と増大させ、ひび割れ数 n を3に、最外縁半径 c_l を42cmに固定した場合とB) 軟化係数 k を0.248に定め、ひび割れ数 n を2, 3, 4と増大させ、最外縁半径 c_l を42cmに固定した場合、そしてC) 軟化係数 k を0.248に、ひび割れ数 n を3に固定し、最外縁半径 c_l を36cm, 42cm, 48cmと増大させた場合、計3ケースについて検討を加える。

なお、ひび割れ数 n はTepfers¹⁾の実験結果に、軟化係数 k はVeen⁵⁾に、最外縁半径 c_l はUijl²⁾によっている。

本解析では、領域CBにおいて r_{cr} を、続く領域RBでは $r_{cr}=c_l$ の下に Δ_{ot} のみを漸次増加させることとする。

3.1 コンクリート引張軟化係数 k の影響

図-7に軟化係数 k が本TWC-Modelの界面の半径方向応力 σ_{r,r_s} と半径方向ひずみ ε_{r,r_s} に及ぼす影響を掲げた。

その全容は、弾性領域EBは極めて小さな半径方向ひずみ ε_{r,r_s} で終了し、続くひび割れ伸展領域CBで応力のピークを迎え、その直後に急激な応力軟化を見せながら下に凸のひび割れ剛体変位領域RB-1へ移行してゆく。

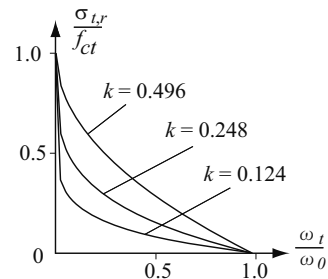


図-6 幂乗型の引張応力軟化関数の設定

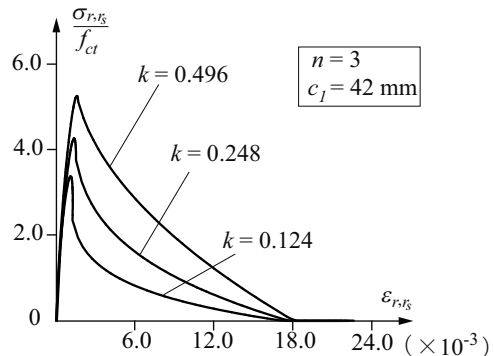


図-7 引張軟化係数の増大がTWC-Modelの応力-ひずみ関係に及ぼす影響

次いで、ひび割れ面の引張軟化応力の一部が零となる領域 RB-2 まで連続性を保ち滑らかに応力を降下させ、領域 RB-3 で界面の半径方向応力 $\sigma_{r,s}$ はすべて零となつて、剛体変位 Δ_{ot} による界面の半径方向ひずみ $\varepsilon_{r,s}$ のみが増加する様相が解析されている。

軟化係数 k の変化に界面の半径方向応力 $\sigma_{r,s}$ は鋭敏に推移し、応力軟化係数 k が大きくなるに従つて応力ピーク値は上昇し、そのピーク後の応力遁減の程度を小さくしていることを知る。

3.2 ひび割れ数 n の影響

ひび割れ数 n の影響を図-8 に観ると、本設定範囲では、応力ピークの直前までの挙動は全てのケースでほぼ一致し、その後、ひび割れ数が小さいほど破壊がひび割れに集中して、スケールが粗いため読み取り難いが、応力ピーク値と軟化応力値を低くしている。また、応力ピークひずみは、ひび割れ数 n の影響を殆ど受けないものの、ひび割れ数 n が増大するにしたがつて、応力軟化領域 RB-1 から領域 RB-2 への遷移ひずみそして完全引拔きの開始ひずみが、大きくなってゆくことが読み取れる。

3.3 最外縁半径 c_l の影響

図-9 に最外縁半径 c_l の影響を示す。最外縁半径を大きくしてゆくと、漸次その応力ピーク値は追従して高くなり、その後の領域 RB における剛体変位によって惹起される応力・ひずみ領域が拡大して、鉄筋のコンクリートからの引抜きによる付着エネルギーの損失量が大きく解析されることを知る。

本論文では、簡素な著者らの TWC-Model を新たに展

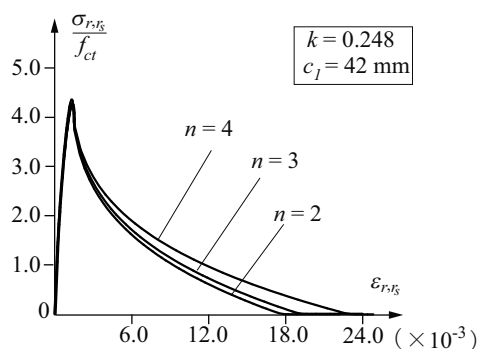


図-8 ひび割れ数の増大が TWC-Model の応力-ひずみ関係に及ぼす影響

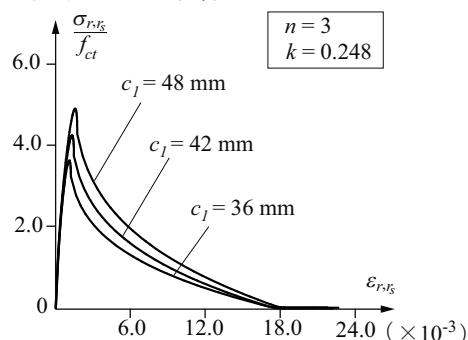


図-9 最外縁半径の増大が TWC-Model の応力-ひずみ関係に及ぼす影響

開し、構築した。本解析結果より、異形鉄筋の完全引抜きまでの界面の応力-ひずみ包絡曲線を表示する新たな解析手法が示されたように思われる。

一方で、導入する引張軟化関数が不適切であれば、その解析法をただ煩雑にするのも事実であり、本 TWC-Model を発展させ、さらに界面の半径方向応力の多様な除荷挙動を定式化するにも、引張軟化式を単純化して TWC-Model の簡素化をはかることは合理的のことと言える。

4. まとめ

本論文では、冪乗型のコンクリート引張軟化関数を TWC-Model (中空円筒モデル) に組込んで定式化し、異形鉄筋の弾性引抜きから完全引抜きまでを記述する新たなシンプルな TWC-Model を開発した。

著者らが構築した TWC-Model を用いて、コンクリート軟化係数 k 、ひび割れ数 n そして最外縁半径 c_l の影響を検討したが、得られた結果は以下のである。

- 1) 軟化係数 k を大きくすると、界面の半径方向応力は大きくなってピーク後の応力遁減を小さくする。
- 2) ひび割れ数 n を小さくすると、ひび割れに破壊が集中して界面の応力ピーク値と軟化応力値を低くする。
- 3) 最外縁半径 c_l を段階的に大きくしてゆくと、そのピーク値が高くなり、鉄筋の引抜きによる付着エネルギーの損失量が大きくなる。

今後、本 TWC-Model に除荷挙動を組み込み、十分な鉄筋付着長さを有する異形鉄筋の付着すべりの実験結果を追跡する予定でいる。

参考文献

- 1) Ralesjs Tepfers: A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars, Chalmers University of Technology Division of Concrete Structures Publication 73:2 Goteborg 1973
- 2) Joop A. den Uijl, Agnieszka J. Bigaj: A Bond Model for Ribbed Bars Based on Concrete Confinement, Heron, vol. 41, No. 3, 1996
- 3) S.P. Timoshenko, J.N. Goodier: A Theory of Elasticity, 3rd ed., McGraw-Hill
- 4) 金久保俊之, 米丸啓介, 福山洋: 補強コンクリート部材の付着割裂性状に関する研究 その1: 補強筋のない場合の局所付着割裂性状, 日本建築学会構造系論文集 第492号, pp99-106, 1997. 2
- 5) C.v.d. Veen: Theoretical and Experimental Determination of The Crack Width in Reinforced Concrete at Very Low Temperatures, Heron, Vol. 35, No. 2, pp. 1-104, 1990