

論文 打撃による加振特性を考慮した周波数応答関数に基づくコンクリート内部の欠陥評価

野内 彩可^{*1}・村上 祐貴^{*2}・井山 徹郎^{*3}・池田 富士雄^{*3}

要旨：本研究は、加振特性を考慮した打撃応答特性である周波数応答関数に基づいて、コンクリート内部の欠陥評価について検討を行ったものである。周波数応答関数と打撃応答特性の関係を明らかにするため、インパルスハンマと加速度センサを用いて打撃試験を行い、周波数応答関数は欠陥の大きさや深さによって変化することを確認した。さらに、周波数応答関数から算出した周波数応答面積を入力データとして自己組織化マップ（SOM）に適用することで、欠陥の大きさや深さを適切に分類することができた。

キーワード：周波数応答関数、打撃応答特性、自己組織化マップ、非破壊検査

1. はじめに

平成 24 年 12 月に発生した中央道笹子トンネルでの天井版崩落事故を契機に道路法が改正され、平成 26 年 7 月に 5 年に 1 回の頻度を基本とした、近接目視による定期点検の実施が義務付けられた。定期点検の義務付けを受け、各道路管理者は 2014～2018 年度の 5 年間で 1 通りの点検を終える計画を作成したものの、現状では点検実施率は初年度から計画を下回っている¹⁾。

生産年齢人口の減少が加速するわが国では、高度な専門知識と技能を有する技術者や技能者の数が減少しており、市区町村においては橋梁保全業務に携わる専門職員がいない自治体が存在するなど、橋梁の適切な維持管理を持続させることが困難な状況になりつつある。このような背景から、高度な専門知識や技能を必要としない劣化診断システムの確立や過去の点検情報を集積したデータベースに基づく維持管理支援システムの構築が求められている。

打音検査は、点検者の聴覚を用いて打撃により生じた濁音や清音といった音の違いからコンクリート構造物内部の欠陥の有無を評価する非破壊検査法の一つであり、現在最も用いられている点検手法である。しかしながら、適切に欠陥を検知するためには、ハンマリングに熟練した技能を要し、また、その打音の評価に際しても点検者の主観や経験に依存するため、客観的な評価を可能とする打音法が注目されている。打音法は、マイクログフォンを用いることで音を波形データとして蓄積でき、打撃応答特性から健全性を定量的に評価できる可能性のある点検手法である。

これまで打音法の定量的評価法の確立に向け、欠陥形状と打撃応答特性との関係性について研究が行われている。例えば、浅野らは、コンクリート内部の欠陥情報（大

きさや深さ）が周波数特性に与える影響に関して多岐に渡る検討を行っており、欠陥が大きくなるほど周波数スペクトルのピーク周波数が低周波側へと移行する傾向を確認している²⁾。

また、川端らは、打音によって得られた周波数スペクトルに対して自己組織化マップ（SOM）を適用し、周波数スペクトルのパターン認識から欠陥診断を試みており、SOM による欠陥評価の有用性を明らかにしている³⁾。

このように、既往の研究成果により、欠陥情報と打撃応答特性との関連性は明らかになりつつあるものの、欠陥の大きさ、深さ、厚み等が同時に打撃応答特性に影響を及ぼすため、打音情報から欠陥情報を正確に診断できるまでには至っていない。一方、先行研究においては、打撃応答特性に打撃の加振特性を考慮して検討された例は少ない。打音法は共振現象を利用した欠陥検知法であり、加振特性が打撃応答特性に大きな影響を及ぼす。

そこで本研究では、インパルスハンマと加速度センサを用いて打撃試験を行い、打撃の加振特性を考慮した周波数応答関数に基づいて、コンクリート内部の欠陥評価について検討を行った。

2. 実験概要

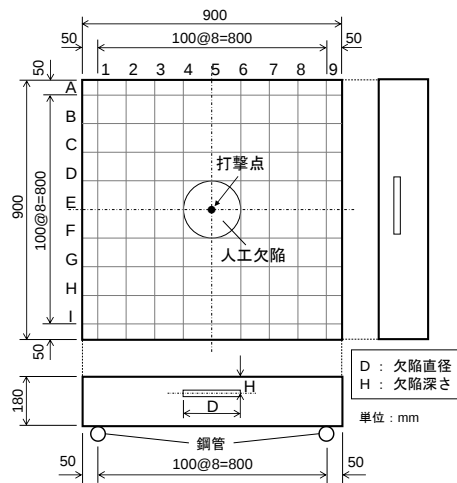
2.1 試験体概要

試験体概要を図-1 に示す。試験体は長さ 900mm、幅 900mm、厚さ 180mm の床版形状を模した試験体である。試験体内部には内部欠陥を模した円盤状の人工欠陥（厚さ 5mm のスチレンボード）を、水糸で四方向から吊り、コンクリートを打設した。コンクリートの示方配合は表-1 に示す通りであり、早強ポルトランドセメントを使用した。試験体は打設後 7 日間湿布養生を行い、その後は気中養生とした。

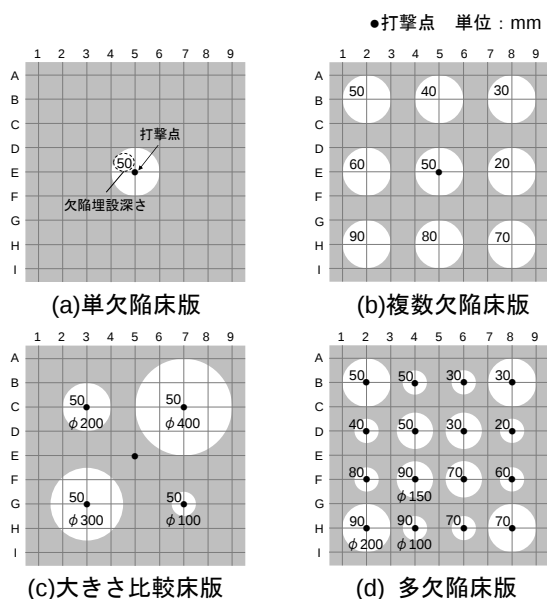
*1 長岡工業高等専門学校 環境都市工学科（学生会員）

*2 長岡工業高等専門学校 環境都市工学科准教授 博（工）（正会員）

*3 長岡工業高等専門学校 機械工学科准教授 博（工）



図－1 試験体概要



図－2 試験体詳細図

図－2 は各試験体内部の人工欠陥の配置図である。図－2(a)に示す単欠陥床版試験体は、試験体中心部に $\phi 200\text{mm}$ の人工欠陥を試験体表面から 50mm の深さに埋設している。

図－2(b)に示す複数欠陥床版試験体は、単欠陥床版試験体と同様、試験体中心部に $\phi 200\text{mm}$ の人工欠陥を試験体表面から 50mm の深さに埋設し、さらにその周囲に同一直径の人工欠陥を 8 個埋設した。なお、図中に示す数値は人工欠陥の埋設深さである。

図－2(c)に示す大きさ比較床版試験体内部には、欠陥直径が $\phi 100, 200, 300, 400\text{mm}$ の人工欠陥を欠陥深さ 50mm に埋設した。なお、図－2(a)～(c)に示す試験体の圧縮強度は材齢 7 日で 31.7N/mm^2 であった。

図－2(d)に示す多欠陥床版試験体内部には、表－2 に示す通り、欠陥深さおよび欠陥直径を変化させ、計 16 個の人工欠陥を埋設した。この試験体では、試験体を裏返して打撃試験を行うことで、欠陥深さ 90mm 以深での打

表－1 コンクリートの示方配合

粗骨材の 最大寸法 (mm)	水セメ ント比 (%)	細骨 材率 (%)	空気量 (%)	単位量(kg/m^3)				
				水	セメ メント	細骨 材	粗骨 材	AE 減水剤
25	44.0	40.4	4.5	149	339	733	1123	3.61

表－2 多欠陥床版の人工欠陥のパラメータ

欠陥直径 D(mm)	欠陥深さ H(mm)
100	20(160), 30(150), 40(140), 50(130), 60(120), 70(110), 80(100), 90(90)
150	30(150), 50(130), 70(110), 90(90)
200	30(150), 50(130), 70(110), 90(90)

※)内は床版を裏返した際の欠陥埋設深さを示す。

撃試験のデータも取得している。また、比較のため、人工欠陥を埋設していない健全床版試験体も作成した。多欠陥床版試験体および健全床版試験体は各 2 体作成し、多欠陥床版試験体は練り混ぜバッチを変えて各試験体を作成した。それぞれの試験体を多欠陥床版 A, B, 健全床版 A, B と称する。材齢 7 日時点の圧縮強度は、多欠陥床版 A が 28.6N/mm^2 、多欠陥床版 B および健全床版 A, B は 31.7N/mm^2 であった。

2.2 測定方法

図－1 に示すようにメッシュを引き、その交点を打撃点とした。打撃点は座標で表すこととし、例えば試験体中心部を打撃した場合の打撃点は E5 となる。打撃の入力にはインパルスハンマ（周波数範囲：0～8kN，測定範囲：2200N，打撃面の直径：5mm）を用い、打撃による表面振動の測定には加速度センサ（周波数範囲：2Hz～10kHz，最大使用加速度：700m/s²）を用いた。サンプリング周波数は 25.6kHz，測定範囲は 0～10kHz，データ数は 2048 とし、5 回の打撃による平均を測定値として採用した。受信した入出力データは FFT アナライザによって高速フーリエ変換後、パソコンに記録した。

試験体は両端部から 50mm の位置を $\phi 50\text{mm}$ の鋼管で支持し、加速度センサは打撃点から 30mm 離れた位置に設置した。なお、加速度センサは厚さ 0.4mm の粘着テープを用いて試験体表面に密着させた。

3. 試験体の打撃応答特性に及ぼす各種検討

3.1 打撃による加振スペクトルの影響

人工欠陥を埋設していない健全床版試験体 B を対象に、打撃による加振スペクトルが出力値に及ぼす影響について検討を行った。試験体の打撃点 B2 に対する打撃試験で得られた加速度センサとインパルスハンマの周波数スペクトルを図－3 に示す。試験体はインパルスハンマによって、ある幅の周波数範囲の加振力が与えられるものの、図－3 に示すように、インパルスハンマでの加振力

は低周波帯域で大きく、高周波帯域に行くほど減衰する。試験体の周波数スペクトル（加速度センサの出力値）も加振力の大きい低周波帯域の加速度が大きく、高周波帯域では加速度が小さくなる。これでは、実際の共振特性を見誤る可能性があるため、加振スペクトルを考慮した上で打撃応答特性の検討を行う必要がある。

同図には、加速度センサの周波数スペクトルをインパルスハンマの入力スペクトルで正規化した周波数応答関数を併せて示した。応答スペクトルを入力スペクトルで正規化することにより、加振スペクトルの小さい高周波成分の打撃応答特性が表れ、周波数スペクトルでは強く表れていた低周波成分が小さくなっている。これより、加振特性を考慮しない場合と比較し、異なる応答スペクトルになっていることが分かる。

以上のことから、本研究では、打撃による加振特性を考慮した周波数応答関数を欠陥評価の検討に用いることとした。

3.2 欠陥相互の影響

図-4 に図-2(a), (b)に示す試験体の中心部（打撃点 E5）を打撃した際の周波数応答関数を示す。図-4 に示すように、単欠陥床版と複数欠陥床版の各ピーク周波数や各周波数の加速度成分の大きさは概ね一致している。また、著者らの既往の研究において、有限要素法による数値解析ソフトウェア（ANSYS）を用いて図-2(d)に示す多欠陥床版試験体の 3 次元モデルを作成し、D6 直上に打撃を加えた際の時刻歴応答構造解析を行った。加えて、多欠陥床版試験体の D6 にある欠陥以外の欠陥を全て削除した 3 次元モデルを別途作成し、同様に D6 直上に打撃を加えた時の時刻歴応答構造解析を行った。その結果、欠陥総数によらず、加速度の時刻歴応答および周波数応答特性に大きな違いは見られなかった⁴⁾。

これらのことから、打撃対象欠陥の応答特性に対象欠陥以外の欠陥の影響は無いものと考えられ、多欠陥床版を用いて、欠陥の深さや大きさが打撃応答特性に及ぼす影響について検討することに問題はないと考えられる。

4. 周波数応答関数に基づく打撃応答特性の評価

4.1 欠陥直径

先行研究において、欠陥直径と打撃応答スペクトルのピーク周波数には相関関係があることが明らかとなっているものの、打撃の加振特性を考慮した検討は行われていない。そこで本研究では、図-2(c)に示す大きさ比較床版試験体を対象に、打撃の加振特性を考慮した周波数応答関数と欠陥直径の関係について検討を行った。

図-5 に各欠陥直上を打撃した際の周波数応答関数を示す。周波数応答関数における測定値の妥当性の確認には、図-6 に示すコヒーレンス関数を用いた。コヒーレ

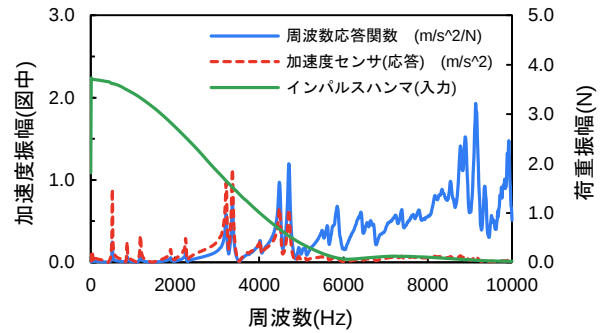


図-3 周波数スペクトルと周波数応答関数

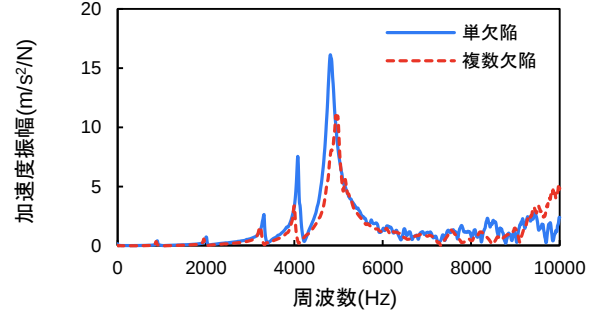


図-4 周波数応答関数に及ぼす複数欠陥の影響

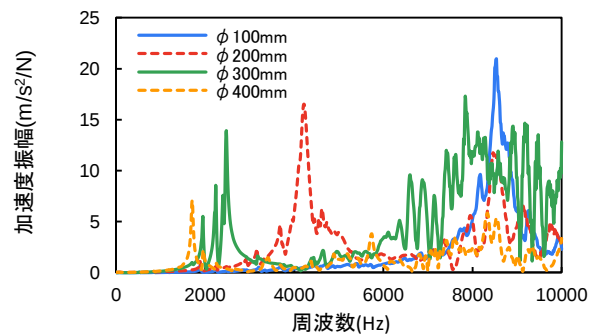


図-5 欠陥直径と周波数応答関数

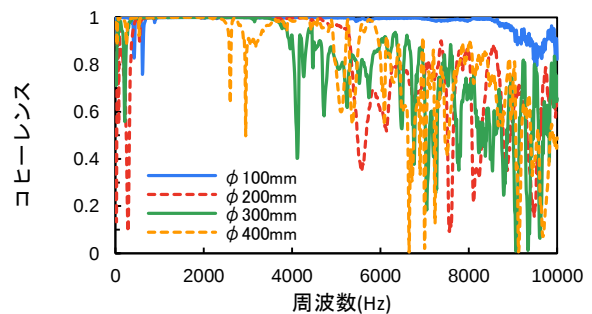


図-6 コヒーレンス関数

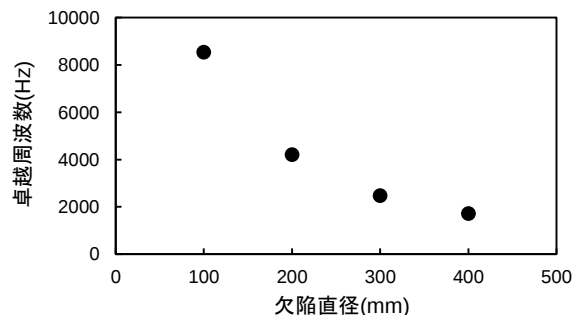


図-7 欠陥直径と卓越周波数

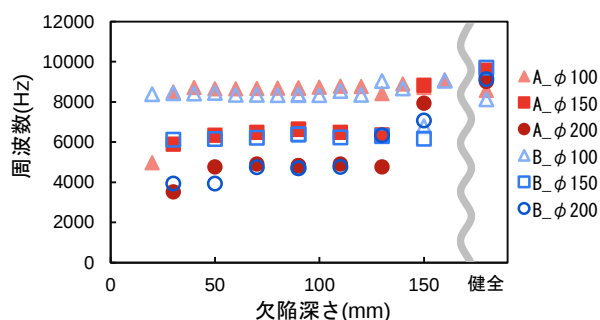


図-8 欠陥深さと卓越周波数

ンス関数 γ^2 とは、入力と出力の因果関係の度合いを示すものであり、 $\gamma^2=1$ に近いほど入力値にノイズや測定に無関係な信号が含まれていないことを示す。本実験では、周波数応答関数におけるピーク位置の周波数に対するコヒーレンス関数の値が $\gamma^2=0.5$ 以上であるデータを採用した。なお、 $\phi 300\text{mm}$ については、図-5 より $7000\text{Hz} \sim 10000\text{Hz}$ 付近の波形が大きく乱れており、図-6 に示すこの周波数領域のコヒーレンス関数の値が 0.5 以下であることから、コヒーレンス関数の値が良好な 2000Hz 付近のピークを卓越周波数とした。

図-7 に欠陥直径と卓越周波数の関係を示す。ここで卓越周波数とは、周波数応答関数における加速度振幅が最大値を示した周波数のことである。欠陥直径と卓越周波数の間にはおおそ反比例的な関係が認められ、欠陥直径が大きくなるほど卓越周波数が低周波側へ移行した。これは、たわみ振動の共振現象が関係しており、欠陥直径が大きいほどたわみが増大し、低周波成分が卓越するためと考えられる。この結果は周波数スペクトルのピーク周波数を比較した文献2)に示す浅野らの実験結果とも一致しており、欠陥直径によるピーク周波数も本研究と非常に近い周波数であった。

4.2 欠陥深さ

(1)卓越周波数

図-2(d)に示す多欠陥床版試験体 A, B に対して各 2 回の打撃試験を行った。図-8 は各欠陥直上のコンクリートを打撃した際の卓越周波数である。なお、卓越周波数は 2 回の打撃試験の平均値を用いた。図中には多欠陥床版と同じ位置を打撃した際の健全床版試験体 B の卓越周波数の平均値も併せて示した。欠陥深さが $50 \sim 130\text{mm}$ の間では、卓越周波数は欠陥深さ毎に概ね一様の値を示しており、その大きさは $\phi 200\text{mm}$ で 4000Hz 、 $\phi 150\text{mm}$ は 6000Hz 、 $\phi 100\text{mm}$ は 8000Hz であった。また、欠陥深さが $20 \sim 50\text{mm}$ ではわずかに低周波側へと移行する傾向が認められた。一方、欠陥深さが 150mm 以深では、卓越周波数が高周波側へと移行する傾向にあり、健全時の値に近づいた。

欠陥深さが深くなるにつれて、卓越周波数が高周波側

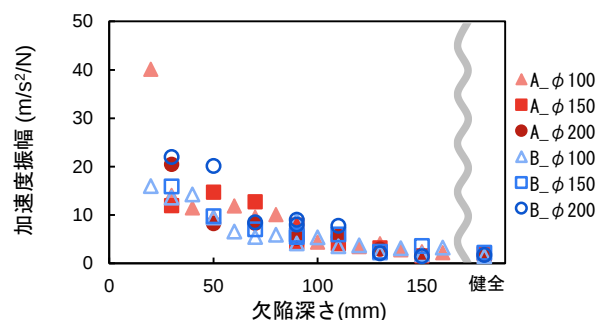


図-9 欠陥深さと加速度振幅

へ移行する傾向が認められるものの、4.1 節で述べた欠陥直径が卓越周波数に及ぼす影響と比較するとその影響は顕著ではない。したがって、卓越周波数は欠陥直径を評価する特徴量として適しており、欠陥深さを評価する特徴量として適さないと考えられる。

(2)加速度振幅

前述したように周波数応答関数の卓越周波数は、欠陥深さを評価する指標として適さないことから、卓越周波数の加速度振幅値に着目した。図-9 に欠陥深さと卓越周波数の加速度振幅値の関係を示す。試験体毎にばらつきがあるものの、いずれの欠陥直径においても、欠陥深さが深くなるほど加速度振幅値は減少傾向を示した。また、欠陥深さが 150mm 以深では、加速度振幅値は健全時の値と概ね一致した。

本実験の範囲内では、周波数応答関数の卓越周波数や卓越周波数の加速度と欠陥の大きさや深さとの間に関連性は認められた。しかしながら、その一方で図-9 に示すように、加振特性を考慮したとしても、応答特性のばらつきが大きいことも明らかとなった。

したがって、卓越周波数や、卓越周波数の加速度の大きさを評価することは、試験体レベルでもばらつきが大きく、困難であると考えられる。そこで本研究では、周波数応答関数の特定の特徴量に着目するのではなく、自己組織化マップを用いて、周波数応答関数全体を特徴量として利用することで、欠陥深さや大きさが評価可能であるか検討を行った。

5. 自己組織化マップの欠陥評価への適用

5.1 自己組織化マップ

自己組織化マップ (Self-Organizing Maps, 以下 SOM) とは、Kohonen によって提案されたニューラルネットワークアルゴリズムの 1 つであり、マーケティングサイエンスといった分野でよく用いられる統計的学習理論の 1 つである。SOM はニューラルネットワークとは異なり、目的変数を必要とせず、超多次元ビッグデータのデータ間のパターン認識により分類を行う。土木分野では、水文学や都市計画といった分野での適用事例はあるものの、

構造物の検査に応用されている事例は極めて少ない。

SOM を用いた先行研究として、川端らは、供用中の橋梁の橋台部においてインパルスハンマとマイクロフォンを用いて打音試験を行い、音圧スペクトルに実行値比を乗じた入力スペクトルを入力データとして自己組織化マップに適用することで劣化診断が行えることを確認している。

そこで本研究では、打撃の加振スペクトルの影響を考慮した周波数応答関数を自己組織化マップに適用し、欠陥の大きさや深さを適切に評価可能かどうか検討した。

5.2 パラメータの設定

Discovery SOMine 7.0 を用いて自己組織化を行った。ノード数 1000、テンション（近傍半径）0.5、クラスタ手法は凝集性のあるクラスタを算出する SOM-Ward に設定した。打撃試験によりばらつきが生じることを考慮しつつ、周波数応答関数を網羅的に評価するため、入力データには図-10 に示す面積（以下、周波数応答面積と称する）を用いた。

5.3 適用結果

(1) 試験体上における打撃位置の影響

本研究では小型の試験体床版を使用しているため、打撃位置によって境界条件が大きく異なり、打撃応答特性に影響を及ぼす可能性がある。図-2(c)に示す大きさ比較床版試験体では、境界条件の違いの影響を考慮するため、人工欠陥を試験体中心から対称の位置に配置した。

図-2(d)に示す多欠陥床版試験体においても境界条件の影響を考慮するため、同一直径の欠陥を試験体中心から対称の位置に配置した。しかしながら、欠陥直径が異なる場合、打撃応答特性を同一試験体を用いて同時に評価するためには、境界条件が打撃応答特性に及ぼす影響について検討する必要がある。

そこで、健全床版試験体を用いて、打撃位置が周波数応答特性に及ぼす影響について検討を行った。入力データには健全床版 A、B の打撃試験結果を用い、健全床版 A は打撃試験を 1 回行い、健全床版 B は打撃試験のばらつきの影響も検討するため打撃試験を 2 回行った。打撃点は図-2(d)に示す多欠陥床版試験体と同様の位置とし

た。SOM に用いる入力データとして、インパルスハンマの加振スペクトル領域を考慮し、周波数応答関数を 0 から 8kHz まで 0.1kHz 間隔で周波数応答面積を算出し、計 80 次元のデータを入力データとした。

図-11 に SOM によるクラスタリング結果を示す。SOM は六角形のグリッドに配列されたノードの集合から成り、各打撃点データは最小距離を持つノードに配置されている。これらのノードが SOM-Ward 法による最小距離に基づいて融合され、類似した特徴を有するクラスタとして色分けされている。なお、SOM は縦軸・横軸の意味を有しておらず、グリッド上の順序はデータ内の近傍を反映している。本来であれば、健全床版試験体における各打撃点の周波数応答面積は同一のクラスタに配置されるべきであるが、図-11 に示すように試験体上の打撃点の位置（中心部（C1）、端部（C3）、その他（C2））により分類され、クラスタが形成されており、周波数応答特性に打撃位置の影響が含まれていることが分かる。

次に各クラスタを特徴付ける周波数を図-12 に示す。ここで図中のプロファイルとは、マップ全体の平均からの各クラスタの平均の偏差を意味する。同図に示すように、各クラスタを特徴付ける周波数は 0~1000Hz の極低周波帯に最も集中している。そこで、以降の欠陥の分類では、打撃位置が周波数応答特性に及ぼす境界条件の影響を極力抑制するため、0~1000Hz の極低周波領域を除外して周波数応答面積を SOM に適用することとした。

(2) 欠陥形状による欠陥の分類

対象とする試験体は、図-2 (d) に示す多欠陥床版試験体 A、B および健全床版試験体 B である。各試験体に対し、2 回打撃試験を行った。入力データは周波数応答関数を 1kHz から 8kHz までコヒーレンスの値にかかわらず 0.1kHz 間隔で周波数応答面積を算出し、計 70 次元のデータを入力データとした。なお、周波数応答面積は 2 回の打撃試験の平均値である。SOM によるクラスタリング結果を図-13 に示す。SOM により生成されたクラスタは、入力データの類似性に基づいてクラスタリングされるため、各クラスタには欠陥情報が紐づいていない。本実験の場合、打撃点毎の欠陥情報（欠陥の直径や深さ）

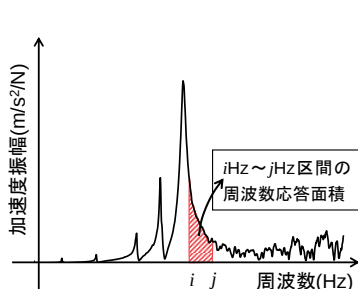
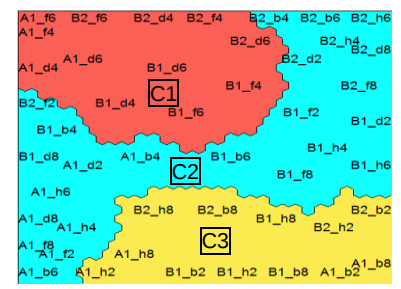


図-10 周波数応答面積



例：A1_f6（健全床版 A（1 回目）の打撃点 F6）

図-11 SOM によるクラスタリング（健全）

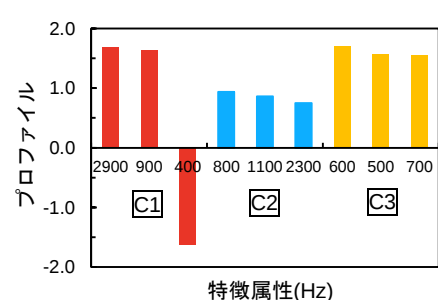
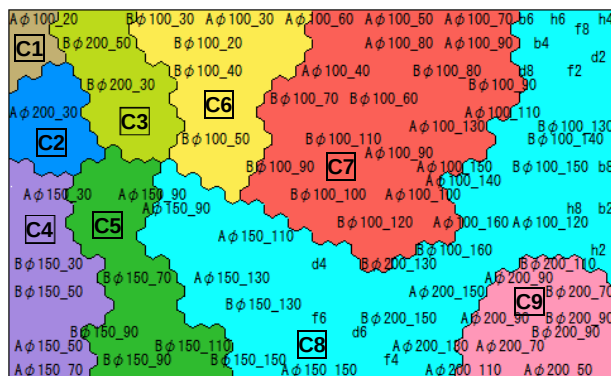


図-12 各クラスタを特徴付ける周波数（健全）

が既知であることから、各クラスタと欠陥情報の関連付けを行った。表-3に各クラスタに分類された打撃点の欠陥直径と深さの一覧を示すように、各打撃点の周波数応答面積は欠陥直径および欠陥深さによって分類され、クラスタが形成されていることが分かる。特に欠陥直径の違いは明確に現れており、欠陥直径が小さいほど、欠陥の深さが深いほど、健全と同じクラスタに分類されている。

次に各クラスタを特徴付けるプロファイルについて検討を行った。図-14に各クラスタのプロファイルを示す。C3のプロファイルに着目すると、3800Hz～4000Hzの周波数帯のプロファイルが大きいことが分かる。これは4章で述べたφ200mm、欠陥深さが50～130mmの欠陥の卓越周波数の周波数帯と一致する。C4とC6についてもC3と同様、各欠陥直径における卓越周波数の周波数帯のプロファ



多欠陥：大文字、健全：小文字（打撃点）

例：B φ200_30 （多欠陥床版 B：φ200mm、深さ30mm）

図-13 SOMによるクラスタリング（多欠陥・健全）

表-3 各クラスタの特徴

クラスタ（色）	欠陥形状	特徴属性（Hz）
C1（茶）	多欠陥A：φ100mm、深さ20mm	5200～5500
C2（青）	多欠陥A：φ200mm、深さ30mm	3300～3600
C3（黄緑）	多欠陥B：φ200mm、深さ30、50mm	3800～4000,7900
C4（紫）	多欠陥A・B：φ150mm、深さ30～70mm	6200～6400
C5（緑）	多欠陥A・B：φ150mm、深さ70～110mm	6300～6500
C6（黄）	多欠陥A・B：φ100mm、深さ20～60mm	7600～8000
C7（赤）	多欠陥A・B：φ100mm、深さ50～130mm	7600～8000
C8（水色）	多欠陥A・B：φ100、150、200mm、 深さ90～160mm、健全：全て	7500～7700
C9（ピンク）	多欠陥A・B：φ200mm、深さ50～110mm	4800,7700～7800

例：特徴属性5200Hzは5100Hz～5200Hzの周波数応答面積を示す。

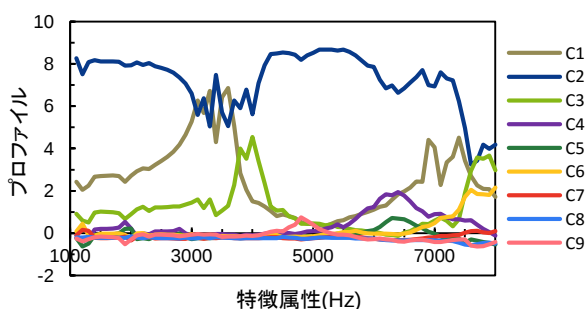


図-14 各クラスタのプロファイル

イルが大きい。また、C4とC5を比較すると、同一直径でも欠陥の深さによりクラスタが分かれており、深さが90～160mmの欠陥の打撃応答特性は健全と同じクラスタに分類された。この要因の一つとして、試験体深部の欠陥を特徴付ける高周波域の加振成分が不足していたことが挙げられる。

これらのことから、本実験の範囲内においては、周波数応答面積を入力データとしてSOMに適用することで、欠陥深さ20～90mmの範囲内において、欠陥の深さや大きさを適切に分類することができた。

今後は、実構造物への適用を目指し、欠陥の厚みや形状が異なる人工欠陥を埋設した試験体を作成し、より詳細な検討を行う予定である。

6. まとめ

本研究で得られた知見を以下に示す。

- (1) 周波数応答関数において、欠陥直径が大きくなるほど卓越周波数は低周波側へと移行し、欠陥直径と周波数分布の間にはおおよそ反比例的な関係が認められた。
- (2) 本実験の範囲内においては、欠陥深さが50mm～130mmの範囲では、欠陥深さが卓越周波数に与える影響は小さいことが明らかとなった。このことから、卓越周波数は、欠陥直径を評価する特徴量として適していると言えるが、欠陥深さを評価するための特徴量としては適していないと言える。
- (3) 周波数応答関数における卓越周波数の加速度振幅値は欠陥深さが深くなるほど減少傾向を示した。
- (4) 本実験の範囲内においては、周波数応答面積を入力データとしてSOMに適用することで、欠陥深さ20～90mmの範囲内において、欠陥の深さや大きさを適切に分類することができた。

参考文献

- 1) 国土交通省：平成26年度道路メンテナンス年報
- 2) 浅野 雅則・鎌田 敏郎・六郷 恵哲・遠藤 友紀雄：コンクリート打撃音の周波数特性とその欠陥評価への適用，コンクリート工学年次論文集，Vol.24，No.1，pp.1545-1550，2002
- 3) 川端 健太，別府 万寿博，園田 佳巨，福井 雄気：打音法によるコンクリート構造物の劣化診断への自己組織化マップの適用，コンクリート工学年次論文集，Vol.33，No.1，pp.1763-1768，2011
- 4) 桑原 豪・井山 徹郎・村上 祐貴ほか：RC床版内部の欠陥に起因する打撃応答特性の解析的検討，土木学会関東支部新潟会研究調査発表会論文集，Vol.33，pp.328-329，2015