論文　衝撃弾性波法によるコンクリートの内部欠陥の検出に関する理論的検討

内田　慎哉[*1]・久保　元樹[*2]・岩野　聡史[*3]・山下　健太郎[*4]

要旨：本研究では，コンクリート表面から欠陥までの深さおよび欠陥の幅に複数のバリエーションを設けた解析モデルを対象として，2 次元弾性体波動方程式に基づく数値解析により，入力される弾性波の周波数と欠陥条件（深さおよび幅）との関係について明らかにすることを目的とした。その結果，本研究で用いた数値解法により，欠陥がある場合の弾性波挙動を再現できることがわかった。また，本研究の範囲内では，欠陥深さや幅にかかわらず，欠陥までの深さに相当する共振周波数と接触時間の逆数から求まる周波数が概ね一致する鋼球を用いて弾性波を入力すれば，欠陥を適確に検出できることが明らかとなった。

キーワード：衝撃弾性波法，コンクリート内部欠陥，2 次元波動方程式，鋼球直径，入力周波数，卓越周波数

1. はじめに

コンクリート部材の内部欠陥を検出する手法の一つに衝撃弾性波法がある。この手法は，対象とする部材表面に振動センサを設置した上で，鋼球により弾性波を部材表面から入力し，得られた受信波を周波数分析して算出した周波数スペクトルにおいて，部材表面と内部欠陥との間で生じる縦波の多重反射による共振周波数に着目することにより，内部欠陥を検出するものである。そのため，如何にして内部欠陥に相当する共振周波数を抽出するかが問題となる。この問題に対して，Sansalone ら[1)]は，鋼球による弾性波の入力において，入力の周波数（上限周波数）が，対象とする欠陥に相当する共振周波数以上となるように鋼球の直径を選定する必要があると述べている。しかしながら，既往の研究[2)]では，上記の条件が満足された場合においても，欠陥に相当する共振周波数を検出できない場合があることを指摘している。また，境ら[3)]も同様の指摘をしており，1 次元波動方程式による数値解析の結果，欠陥に相当する共振周波数に対して 0.6～1.9 倍程度の周波数を有する鋼球を用いることで，欠陥に相当する共振周波数を明瞭に出現させることができるとしている。いずれの研究においても，対象とした欠陥直径（欠陥の幅）や深さが限定されており，また 1 次元の解析結果であることから，上記の課題に対して，未だ十分な検討が行われていないのが現状である。

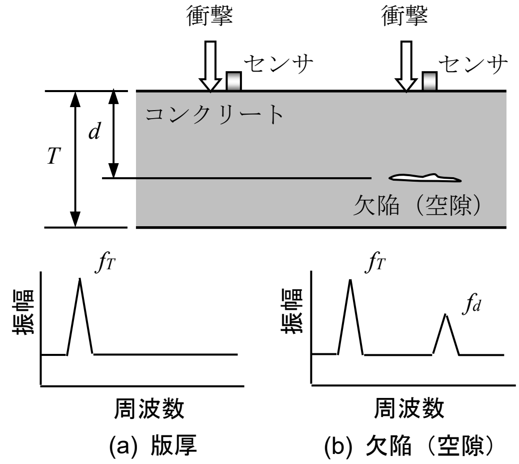
そこで，本研究では，コンクリート表面から欠陥までの深さおよび欠陥の幅に複数のバリエーションを設けた解析モデルを対象として，2 次元弾性体波動方程式に基づく数値解析により，入力される弾性波の周波数と欠陥条件（深さおよび幅）との関係について明らかにすることを目的とした。

2. 衝撃弾性法によるコンクリートの内部欠陥の検出原理

衝撃弾性波法によるコンクリートの内部欠陥の検出原理を図－1 に示す。コンクリート内に欠陥が無い場合は，コンクリート上面と下面との間で縦波が多重反射することにより生じる共振現象から周波数スペクトル上に共振周波数：f_T が出現する。これに対して，欠陥が存在すると，欠陥からの反射により生じる共振現象から，f_T 以外の共振周波数：f_d が周波数スペクトル上に出現する。このような 2 つの共振周波数は，理論上，次式によりそれぞれ求めることができる。

$$f_T = C_p / 2T \tag{1}$$

$$f_d = C_p / 2d \tag{2}$$



図－1　衝撃弾性波法によるコンクリートの内部欠陥の検出原理

*1 立命館大学　理工学部環境システム工学科講師　博士(工学)　(正会員)
*2 日東建設（株）　札幌支店技術開発課長　(正会員)
*3 リック（株）　技術研究所所長代理　(正会員)
*4 （株）東洋計測リサーチ　(正会員)

ここで，f_T : 版厚に相当する共振周波数，f_d : 空隙に相当する共振周波数，C_p : 縦波伝搬速度，T : コンクリートの厚さ, d:コンクリート表面から欠陥までの深さである。

3. 2 次元弾性体波動方程式およびその境界・初期条件

3.1 2 次元弾性波体波動方程式

2 次元の弾性体の波動方程式を式(3)および(4)にそれぞれ示す。

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3)$$

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

ここで，ρ : 密度，λ，μ : ラメ定数，u : X 軸方向（水平方向）の変位，w : Z 軸方向（垂直方向）の変位である。また，

$$C_p=\sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho} \quad (5)$$

$$C_s=\sqrt{\mu/\rho} \quad (6)$$

とおけば, 式(3)および(4)は, 以下のとおりに変形できる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=C_p{}^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\left(C_p{}^2-C_s{}^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+C_s{}^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=C_p{}^2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\left(C_p{}^2-C_s{}^2\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}+C_s{}^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (8)$$

ここで，C_s : 横波伝搬速度である。

3.2 境界条件

計算対象が矩形の場合，矩形外縁の水平方向の 2 辺と垂直方向の 2 辺，水平および垂直のそれぞれの辺が交わる 4 つの角において，境界条件が必要になる。矩形内部に欠陥を設定する場合は，その欠陥に対応する 4 つの辺および角にも，境界条件が必要となる。ここで，水平方向の境界条件について考えると，この辺は弾性波が全反射する自由面になるため，

$$\lambda\frac{\partial u}{\partial x}+(\lambda+2\mu)\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad (9)$$

$$\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)=0 \quad (10)$$

が成立する。これに対して垂直方向では，水平方向と同様に自由面となるため，式(10)および式(11)が成立する。

$$(\lambda+2\mu)\frac{\partial u}{\partial x}+\lambda\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad (11)$$

一方，角部では，式(9)および式(11)が同時に成立することから，次式の境界条件が導かれる。

$$\partial u/\partial x=0 \quad (12)$$

$$\partial w/\partial z=0 \quad (13)$$

さらに，せん断抵抗を 0 と仮定すれば，次式の境界条件も成立する。

$$\partial u/\partial z=0 \quad (14)$$

$$\partial w/\partial x=0 \quad (15)$$

ただし, 空隙の角部では, 式(14)および(15)は成立しない。

3.3 初期条件

初期条件は，鋼球打撃による弾性波入力をモデル化した**図－2** に示す入力波形を用いた。この波形の関数を次式に示す。

$$f(t)=\frac{F_{\max}}{2}\left(1-\cos 2\pi\frac{t}{T_c}\right) \quad (16)$$

ここで，F_{max} : 衝撃の最大荷重に相当する振幅値（無次元），t : 時間（s），T_c : 接触時間（s）である。ただし，1 周期以降の振幅値は 0 としている。

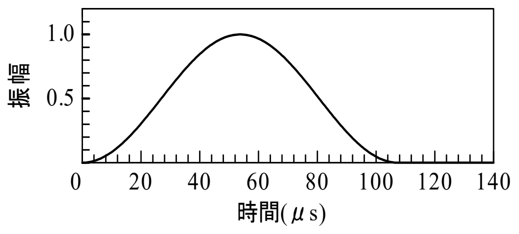
4. 数値解析の概要

4.1 解析モデル

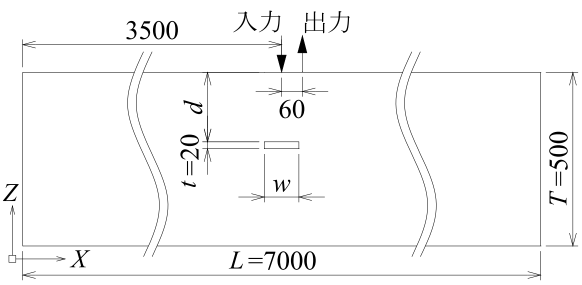
解析モデルの一例を**図－3** に示す。寸法は，モデル端部での弾性波の反射の影響を考慮して，幅方向を L=7000mm とした。厚さは T=500mm である。モデル内部には，水平状の内部欠陥を模擬した空隙部を設けている。モデル表面から空隙部までの深さ : d は，100，150，200，250，300，350，400mm の 7 種類とした。空隙部の幅 : w は，100，200，400 の 3 種類を設定した。空隙部の厚さ : t は，いずれの場合においても，20mm である。以上より, 解析対象としたモデル数は, 21 ケースとなる。いずれのケースにおいても，縦波および横波の伝搬速度は, 4000m/s および 2320m/s にそれぞれ設定した。また, モデルの要素形状は正方形で，一辺あたりの寸法は 10mm である。

4.2 弾性波の入力および出力

入力される弾性波の周波数の違いが空隙部の検出に与



図－2　入力波形



［単位：mm ］

図－3　解析モデルの例

える影響を把握するため，**表－1** に示す 7 種類の鋼球直径に相当する弾性波を，**4.1** で示した解析モデル 21 ケース全てに対してそれぞれ入力した。表中に示す接触時間は，Herz の接触理論により，次式で求めた。

$$T_c = 0.0043D \tag{17}$$

ここで，D：鋼球直径（m）である。一方，表中の f：入力周波数は，次式で求めた。

$$f = 1/T_c \tag{18}$$

なお，ここでいう入力周波数は，既往研究 [1]で定義されている上限周波数：f_{max}（=1.25/T_c）とは異なる。本研究では，入力される弾性波の主な周波数成分（スペクトル重心）を考慮して，接触時間から求まる周波数を入力される弾性波の周波数として定義した。

以上より，接触時間を変更することにより，**図－2** に示す入力波形の形状を式(16)に基づき変更することができ，かつ，これにより式(18)に示す入力される弾性波の周波数も変化させることが可能となる。

弾性波の入力は**図－3** に示すモデル上面で，端部から 350mm の位置にある節点とした。弾性波の出力位置は，入力位置から 60mm 離れたモデル上面の節点である。

4.3 有限差分法による数値解法

4.1 で設定した各モデル（21 ケース）に対して，**4.2** で示した弾性波の入力（7 種類）および出力（1 種類）の条件により，**3.1～3.3** に示す 2 次元弾性体波動方程式と境界・初期条件から，有限差分法による数値解法により，出力点の速度波形（147 個の速度波形）をそれぞれ算出した。速度波形は，Z 軸のプラス側を正の速度として，0.5μs 間隔でサンプリング（差分時間間隔に相当）し，サンプリング点数は 3001 点である。

5. 数値解析による弾性波の伝搬状況と周波数スペクトルの特徴

5.1 弾性波の伝搬状況

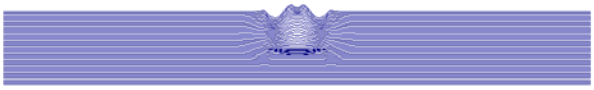
表面から深さ 250mm の位置にある幅 400mm の空隙に対して，入力周波数 9.26kHz（鋼球直径 25mm）で弾性波を入力した場合の弾性波の伝搬状況を，Z 軸方向の速度成分の分布として**図－4** に示す。モデル中を球面波として伝搬した波が空隙に到達すると，空隙で波が一部反射した後，欠陥の両端部において波が回折している。このとき，モデル表面側では表面波が伝搬している（経過時間：120μs）。経過時間が 180μs 以降になると，空隙を回折した波はモデル底面において反射，一方，空隙で反射した波はモデル上面と空隙との間で反射を繰り返していることが確認できる。以上より，本研究で用いた 2 次元弾性体波動方程式の有限差分法による数値解法により，空隙がある場合の弾性波の伝搬挙動（回折や反射など）を再現できたと考えられる。なお，図中には，参考のため，240，300 および 360μs での弾性波伝搬状況も併せて示している。

5.2 周波数スペクトルの特徴

ここでは，解析で得られた速度波形に対して，高速フーリエ変換（FFT）を行って算出した周波数スペクトルについて議論する。周波数スペクトルを算出するにあたり，まず，速度波形の平均値を算出し，速度波形の各振幅からこの平均値を差し引き，直流成分を除去した速度波形へ変換した。続いて，この速度波形の最後に 5191 点のゼロを追加し，8192 点のサンプリング点数とした新たな時刻歴波形を求めた。後続のゼロを追加することにより，周波数分解能を約 666Hz から約 244Hz と約 2.7 倍にすることが可能である。このようにして求めた 147 個の時刻歴波形全てに対して FFT を行い，周波数スペクトルをそれぞれ求めた。その結果，周波数スペクトルの形状には，**図－5** に示す 5 種類の傾向が見られた。なお，

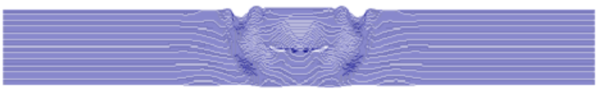
表－1　鋼球直径－接触時間－入力周波数の関係

鋼球直径 D (mm)	接触時間 T_c (μs)	入力周波数 f (kHz)
10.0	43.0	23.3
15.0	64.5	15.4
20.0	86.0	11.6
25.0	107.5	9.26
30.0	129.0	7.75
40.0	172.0	5.81
50.0	215.0	4.65

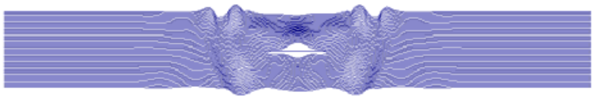


(a) 経過時間：120μs

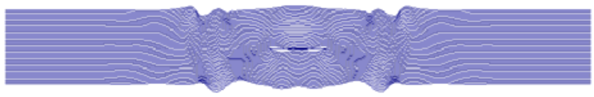
(b) 経過時間：180μs



(c) 経過時間：240μs



(d) 経過時間：300μs



(e) 経過時間：360μs

（入力周波数：9.26kHz，空隙：深さ250mm・幅400mm）

図－4　弾性波の伝搬状況

図中に示す破線は f_T，矢印は f_d の位置である。それぞれの特徴を概説すると，まず一つ目は，f_d 位置付近にのみ単独のピークが出現（**図－5 (a)**）したものである。この場合は，空隙の存在を出現したピークのみから判断することが可能である。二つ目は，f_d 近傍にピークが出現しているものの，f_T 付近にもピークが観察（**図－5 (b)**）されたものである。三つ目としては，f_d 近傍にピークが出現しているものの，f_d の 2 倍および 3 倍の周波数位置においても，それ以上の振幅（同程度の振幅も含む）を有するピークが出現（**図－5 (c)**）しているものである。また，f_d より高い周波数帯域の全域にわたって成分の分布が見られるもの（**図－5 (d)**）もあった。最後に，f_T 近傍のみにピークが観察（**図－5 (e)**）されたものである。

以上の結果より，コンクリートの内部に空隙が存在する場合は，入力する弾性波の周波数，空隙の深さやその幅によって，f_d 以外の周波数帯域に，ピークや成分を有する周波数スペクトルが得られることが，本解析から確認された。なお，このような傾向は，有限要素法による既往の解析成果 2)と概ね一致している。

6. 入力される弾性波の周波数の違いが内部欠陥の検出に与える影響

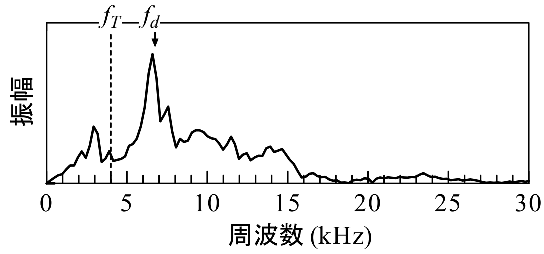
ここでは，周波数スペクトルにおいて，周波数が 0～30kHz の範囲内で振幅が最大となる周波数を「卓越周波数」と定義した。**図－5** に示す周波数スペクトルを例に具体例を挙げれば，(a)，(b)および(d)の f_d 付近に出現したピーク周波数や(e)の f_T 付近のピーク周波数は，卓越周波数となる。**図－6** に，入力周波数が 23.3kHz，9.26kHz および 4.65kHz の場合における卓越周波数と空隙までの深さとの関係をそれぞれ示す。なお，図中には，f_T および f_d の位置も併せて示している。これらの図より，以下の 1)～3)の傾向が確認できる。以下にそれぞれの詳細を説明する。

1) f_d 位置近傍に卓越周波数が出現するケース

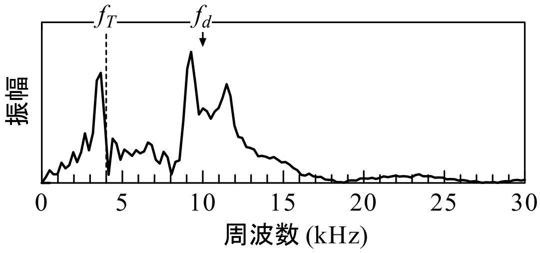
空隙の幅が 100mm の場合に着目すると，**図－6 (a)**に示す入力周波数：23.3kHz では，空隙までの深さが 100～300mm の範囲において，f_d 位置近傍に卓越周波数が出現している。この傾向は，「(b) 入力周波数：9.26kHz，空隙深さ：200～350mm」「(c) 入力周波数：4.65kHz，空隙深さ：300～400mm」でも確認できる。これに対して，空隙の幅が 200mm では，「(a) 入力周波数：23.3kHz，空隙深さ：100mm」および「(b) 入力周波数：9.26kHz，空隙深さ：250～350mm」がこの条件に該当する。また，空隙の幅が 400mm では，「(a) 入力周波数：23.3kHz，空隙深さ：100mm」および「(b) 入力周波数：9.26kHz，空隙深さ：150～350mm」が該当する。これらより，f_d 位置近傍に卓越周波数が出現する範囲は，入力周波数が低くなると，空隙までの深さが大きくなる方向へとシフトする傾向にある。

2) f_T 位置近傍に卓越周波数が出現するケース

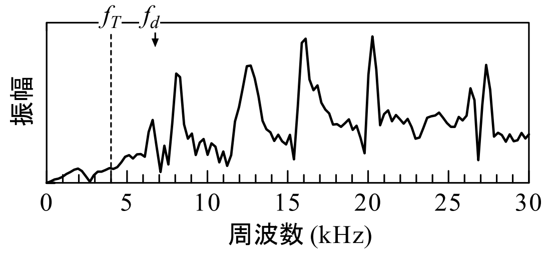
図－6 (b)に示す入力周波数：9.26kHz では，空隙幅：100mm で深さ：100～150mm，空隙幅：200mm で深さ：100～200mm，空隙幅：400mm で 100mm において，f_T 位



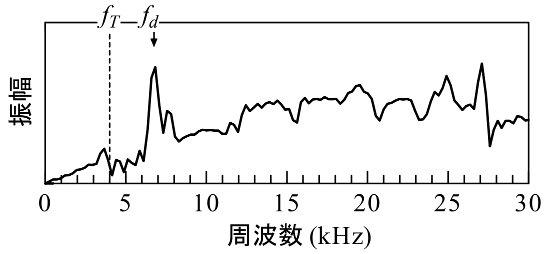
(a) 入力周波数：9.26kHz, 空隙：深さ 300mm・幅 200mm



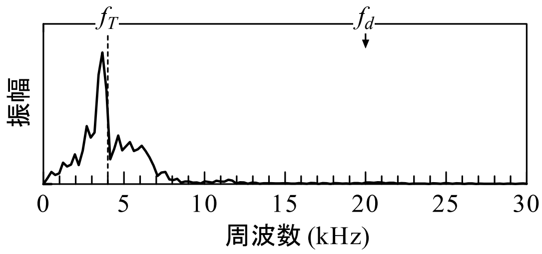
(b) 入力周波数：9.26kHz, 空隙：深さ 200mm・幅 100mm



(c) 入力周波数：23.3kHz, 空隙：深さ 300mm・幅 400mm



(d) 入力周波数：23.3kHz, 空隙：深さ 300mm・幅 100mm



(e) 入力周波数：4.65kHz, 空隙：深さ 100mm・幅 100mm

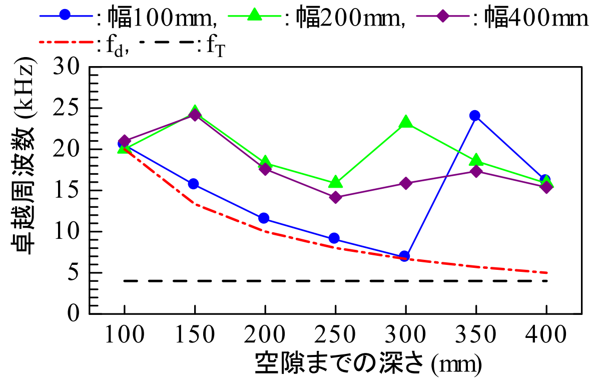
図－5　周波数スペクトルの例

置近傍に卓越周波数が出現していることがわかる。この傾向は，「(c) 入力周波数：4.65kHz，空隙幅：100，200，400mm，空隙深さ：100～250mm」においても確認できる。また，いずれの場合においても，f_T よりも若干ではあるが低周波数側に卓越周波数が出現していることがわかる。しかも，この卓越周波数は，空隙幅が大きくなると，より低い周波数側に観察されることも同時に確認できる。このような現象は，弾性波の共振現象における節の位置が変動 [3]する，あるいは弾性波が欠陥を迂回して伝搬 [1),4)]したことによる影響などで説明できる可能性はあるものの，現時点では理論的に説明するのは困難である。

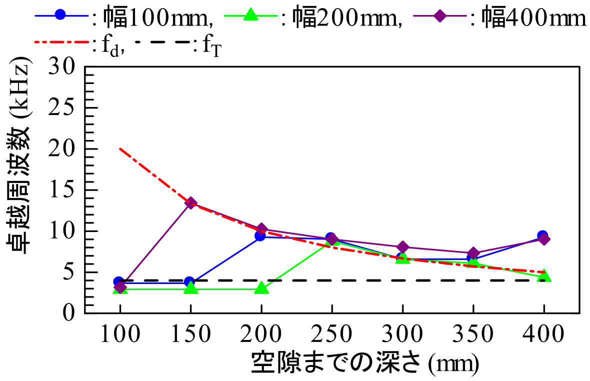
3) 上記 1)および 2)以外のケース

図－6 に示す結果から，上記 1)および 2)以外の場合の特徴を見出すことは難しかった。ただし，明確な理由は不明であるが，「(a) 入力周波数：23.3kHz，空隙幅：200mm，空隙深さ：150mm」，「(a) 入力周波数：23.3kHz，空隙幅：400mm，空隙深さ：150～250mm」および「(b) 入力周波数：9.26kHz，空隙幅：100mm および 400mm，空隙深さ：400mm」のケースでは，f_d の 2 倍の周波数位置に卓越周波数が観察された。

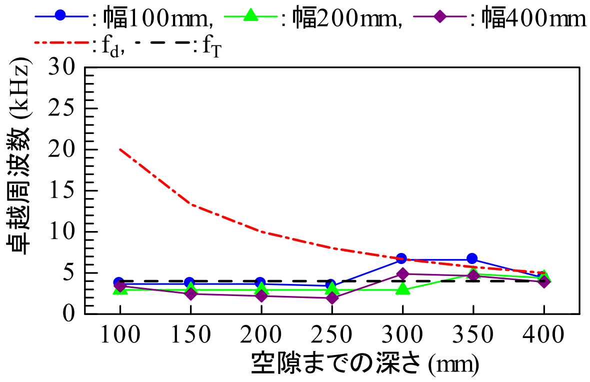
日本非破壊検査協会規格(NDIS)である「NDIS2426-2：2014 コンクリートの非破壊試験－弾性波法－第 2 部：衝撃弾性波法 附属書 C（規定） コンクリート部材厚さの評価方法」では，周波数スペクトル上で出現した振幅が最大となるものを「基本周波数」と呼び，この値から版厚を推定すると規定している。そこで本研究でも，この考えに基づき，5 章で定義した「卓越周波数（NDIS に示す基本周波数と同義）」から，検出可能な空隙深さと幅の関係について把握するとともに，これらと入力される弾性波の周波数との関係について検討した。**図－7** に，空隙の幅：100，200 および 400mm の場合における空隙までの深さと入力周波数との関係を示す。図中の縦軸には，空隙までの深さに対応する f_d も併せて表記している。なお，図中にプロットしたデータは，周波数スペクトル上で観察された卓越周波数が，空隙までの深さに対応する f_d に対して±1kHz の範囲内に入っていたものである。具体的には，例えば，空隙の幅が 200mm でその深さが 300mm の解析モデルでは，f_d：6.67kHz より，判定基準となる範囲は 5.67～7.67kHz となる。このモデルに対して入力周波数：9.26kHz に設定して周波数スペクトルを求めると，卓越周波数が 6.59kHz に観察された（**図－5 (a)** 参照）。したがって，このケースでは卓越周波数が判定基準の範囲内にあるため，**図－7** の対応する箇所（入力周波数：9.26kHz，空隙までの深さ：300mm（f_d：6.67kHz））に三角印をプロットしている。ただし，空隙までの深さ：400mm で空隙幅：100，200，400mm の 3 種類について



(a) 入力周波数：23.3kHz

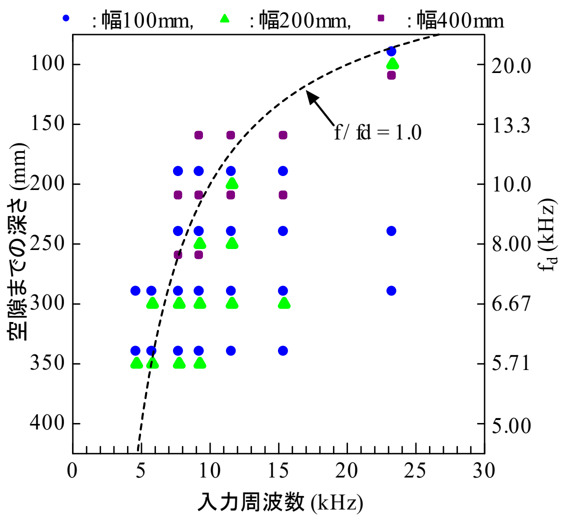


(b) 入力周波数：9.26kHz



(c) 入力周波数：4.65kHz

図－6 空隙までの深さと卓越周波数との関係



図－7 空隙までの深さと入力周波数との関係

は，判定の対象外（図中にプロットせず）とした。その理由は，深さ 400mm の場合の f_d は 5.00kHz となり，f_r の 4.00kHz との差が 1kHz しかなく，上記の判定基準では両者を区別することが困難だからである。図より，今回対象とした欠陥を全て検出できていないことが確認できる。Sansalone らの既往の研究によれば，空隙までの深さ：d に対する空隙の幅：w の比（$= w / d$）が 0.25 以上の条件で欠陥検出が可能としている。本解析で対象とした欠陥条件はこの条件（$w / d \geq 0.25$）を全て満足するものであった。ここで，入力周波数と f_d との対応関係について詳細に議論する。図より，空隙までの深さごとに空隙を検出できた f_d に対する入力周波数：f の比（$=f / f_d$）を計算すると，いずれの空隙幅においても，0.7～3.5 程度の範囲に分布していることがわかる。ただし，f / f_d が概ね 1.0 程度（**図－7** の点線）であれば，空隙幅にかかわらず，いずれの空隙深さにおいても，空隙を検出できることが明らかとなった。ただし，上記の結果は，Sansalone ら（$f / f_d \leq 1.25$）[1]および境ら（f / f_d=0.6～1.9）[3]の研究成果と異なるものであった。具体的には，数値解析により算出した f / f_d（本研究および境らの既往研究[3]）は，いずれの場合も，1.0 を含んで上限値と下限値が示されている。これに対して，Sansalone らの既往研究[1]では，上限値のみが示されている。通常，入力周波数が高くなりすぎれば，弾性波の減衰の影響により，空隙に相当する共振周波数を出現させることは困難と考えられる。さらに，入力周波数が高い場合は，高調波が出現，あるいは接触時間の逆数に相当する周波数成分が観察される可能性もあり，これらの影響により卓越周波数から欠陥を検出できない場合もある。以上のことから，f / f_d には下限値が存在すると考えるのが妥当である。なお，本研究と境らの提唱している f / f_d の範囲[3]が異なった理由としては，解析のディメンジョンによるものと考えられる。

本研究は，比較的よく利用されている最も基本的な周波数分析手法である FFT を用いた結果である。より高度な周波数分析手法（例えば，相互相関[5]や自己回帰を利用する方法）を活用すれば，縦波の多重反射により生じる共振現象を明瞭に出現させることは可能と考えられる。そのため，今後は，数値解析と周波数分析の両観点から理論的な考察を深め，評価可能な空隙条件（深さや幅）や入力周波数について，さらに詳細な検討を行う予定である。

7. まとめ

本研究で得られた結論を以下に示す。

(1) 2 次元弾性体波動方程式の有限差分法による数値解法により，空隙がある場合の弾性波挙動を再現できることがわかった。

(2) Sansalone らが提唱している空隙条件が w/d の範囲にあっても，本研究で用いた判定基準によれば，空隙を検出できない場合がある。

(3) 本研究で空隙検出が可能と判断した場合の f / f_d は，空隙幅により異なる傾向を示すが，概ね 0.7～3.5 の範囲となった。これは，Sansalone らの研究成果と明らかに異なる傾向である。

(4) 本研究で対象とした空隙深さおよび空隙幅であれば，いずれの場合においても，f / f_d が 1.0 程度，すなわち，空隙までの深さに相当する共振周波数と接触時間の逆数から求まる周波数が概ね一致する鋼球を用いて弾性波を入力すれば，空隙を適確に検出できることが明らかとなった。

謝辞

本研究は，日本非破壊検査協会 鉄筋コンクリート構造物の非破壊試験部門内に設置された衝撃弾性波法研究委員会（委員長：渡辺　健 徳島大学大学院 准教授）で得られた成果の一部を取りまとめたものである。また，研究を実施するにあたり，日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究（C）15K06173）の援助を受けて行った。ここに記して謝意を表する。

参考文献

1) Sansalone, M. J. and Streett, W. B.: Impact Echo, Bullbrier Press, Ithaca, N.Y., pp.159-166, 1997.
2) 岩崎俊樹，鎌田敏郎，内田慎哉，中山和也：衝撃応答解析を援用した衝撃弾性波法に基づく道路橋切り出し RC 床版の水平ひび割れの評価手法，コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集，第 10 巻，pp.105-112，2010.
3) 境　友昭，山下健太郎，菅野　匡：周波数変化に着目した衝撃弾性波法による内部欠陥探査，コンクリート工学年次論文集，Vol.36，No.1，pp.2044-2049，2014.
4) 中山和也，鎌田敏郎，内田慎哉，大西弘志：衝撃弾性波法による道路橋 RC 床版の水平ひび割れの評価手法に関する基礎的研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.31，No.1，pp.2113-2118，2009.
5) 岩崎俊樹，内田慎哉，鎌田敏郎，岩野聡史：周波数分析方法の違いが衝撃弾性波法によるコンクリートの版厚推定に与える影響に関する基礎検討，コンクリート工学年次論文集, Vol.34, No.1, pp.1780-1785, 2012.