論文　2次元波動方程式の差分解法及びひび割れ深さ測定方法の検討

山下 健太郎 *1・境　友昭 *2

要旨：超音波あるいは衝撃弾性波を用いて表面に開口部を持つひび割れの深さを測定する方法として，初動波形に着目した方法及び時間差を利用した方法がある。前者の方法は，直角回折波法とも呼ばれ，ひび割れ先端での回折角度がおおよそ 90°を下回ると測定波形の初動振幅が反転する現象を利用している。しかし，そのような現象が生じることに関する理論が確立されているわけではない。本論文では，衝撃弾性波を対象とした2次元弾性固体波動方程式の差分法による数値解法について紹介し，その解法を応用してひび割れ深さ評価方法の適用性について検討した結果を示す。

キーワード：衝撃弾性波，ひび割れ深さ，波動方程式，有限差分法

1. はじめに

表面に開口部を持つひび割れの深さ測定方法として，回折波の初動波形に着目した方法[1)]，伝搬時間差に着目した方法[2)] (行路差法)があり，日本非破壊検査協会規格(NDIS)[3)]で，[参考]として取り上げられている。前者については，戸井田ら[1)]は，固体内の平面波からポアソン比の効果によって派生的に発生する誘発波動によるとしている。この場合，材料のポアソン比が 0.25 であれば，回折角度が 90°を越えると，初動波形の位相が転換することから，「直角回折波法」と呼ばれることもある。また，吉田ら[4)]は，波動方程式の数値積分計算によって，その存在の証明を試みている。しかし，いずれも超音波を対象としていることから変位波形を観測対象としており，衝撃弾性波法で一般に用いられる加速度あるいは速度波形とは異なった位相となることも考えられる。本論文では，2 次元弾性固体波動方程式を有限差分法によって解き，その適用性について検討するとともに，数値解法の応用方法として，開口部を持つひび割れの深さ測定方法について，速度波形を用いた適用性の検証を行った。

2. 2次元固体波動方程式とその数値解法

2.1 波動方程式

λ, μ を Lamé の定数，また u, w をそれぞれ X 軸，Z 軸方向の変位とすると，2 次元弾性固体内の波動方程式は

$$\left.\begin{aligned}\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\\ \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

となる．ここで，ρ は媒質の密度である．また，

$$C_P=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}},\quad C_S=\sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2)$$

とおけば，式(1)は，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c_P^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\left(c_P^2-c_S^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+c_S^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= c_P^2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\left(c_P^2-c_S^2\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}+c_S^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

とすることができる．ここで，c_P, c_S は，それぞれ縦弾性波および横弾性波速度である。

2.2 境界条件

計算領域を2次元直交座標系で水平および垂直な線分で構成される多角形とし，領域の境界はすべて自由面と仮定する。また，内部空隙も同様に水平及び垂直な線分で構成される多角形でモデル化する。境界条件は，従って水平自由面，垂直自由面，計算領域の外殻に現れる4箇所の外殻隅角部及び内部欠陥をモデル化する場合の4箇所の内部隅角部について与えられる必要がある。

(1) 水平自由面

水平自由面(矩形領域では上辺と下辺)では，次の境界条件が成立する。

$$\lambda\frac{\partial u}{\partial x}+(\lambda+2\mu)\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad (4)$$

$$\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)=0 \quad (5)$$

(2) 垂直自由面

垂直な自由面では，式(4)における u と w の関係が逆となる。式(5)は，垂直な自由面でも成立する。

$$(\lambda+2\mu)\frac{\partial u}{\partial x}+\lambda\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad (6)$$

(3) 隅角部

外殻隅角部では，式(4)と式(6)が同時に成立しなければならないため，

$$\frac{\partial u}{\partial x}=0,\ \frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad (7)$$

が成立する。また，せん断抵抗を0と仮定し，

*1 （株）東洋計測リサーチ　(正会員)
*2 アプライドリサーチ（株）工博　(正会員)

$$\frac{\partial u}{\partial z}=0,\ \frac{\partial w}{\partial x}=0 \tag{8}$$

を境界条件とする。なお，内部隅角部では式(8)は成立しない。

2.3 初期条件

弾性固体体表面では，動的に作用する打撃力波形と変位波形は相似となることから，打撃力波形を変位波形として入力する。

3.波動方程式の有限差分法による数値解法

3.1 差分スキーム

1階, 2階の微分演算子は, X方向(水平)の差分間隔を δx , Z方向(垂直)を δz とし，次のようにして差分スキームで近似する。

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{2\delta x}\left(u_{i+1,j,k}-u_{i-1,j,k}\right) \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(u_{i+1,j,k}-2u_{i,j,k}+u_{i-1,j,k}\right) \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=\frac{1}{4\delta x\delta z}\left(u_{i+1,j+1,k}-u_{i-1,j+1,k}-u_{i+1,j-1,k}+u_{i-1,j-1,k}\right) \tag{11}$$

なお，変位が w の場合には， u を w に置き換える。また, 微分を z,t で行う場合には, x を z,t に置き換える。 i,j,k は，X 軸，Z 軸及び時間軸(T)での離散化位置を示す添字である。

3.2 波動方程式の差分スキームによる表現

波動方程式の差分解法では，時間的に最も遅く出現する変位を未知数とおく。式(3)の左辺を差分スキームに置き換え，時間的に最後に出現する $u_{i,j,k+1}$ 及び $w_{i,j,k+1}$ を未知数とする。よって波動方程式の差分表現は,

$$\left.\begin{aligned}u_{i,j,k+1}&=\delta t^2\left(c_P^2\mathrm{U2X2}+\left(c_P^2-c_S^2\right)\mathrm{W2XZ}+c_S^2\mathrm{U2Z2}\right)\\&\quad+2u_{i,j,k}-u_{i,j,k-1}\\w_{i,j,k+1}&=\delta t^2\left(c_S^2\mathrm{W2Z2}+\left(c_P^2-c_S^2\right)\mathrm{U2XZ}+c_P^2\mathrm{W2X2}\right)\\&\quad+2w_{i,j,k}-w_{i,j,k-1}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

となる。なお，時間の差分間隔は δt であり，式(12)中の文字記号は，それぞれ下記のとおりである。

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{U2X2}&=\frac{1}{\delta x^2}\left(u_{i+1,j,k}-2u_{i,j,k}+u_{i-1,j,k}\right)\\\mathrm{W2XZ}&=\frac{1}{4\delta x\delta z}\left(w_{i+1,j+1,k}-w_{i-1,j+1,k}-w_{i+1,j-1,k}+w_{i-1,j-1,k}\right)\\\mathrm{U2Z2}&=\frac{1}{\delta z^2}\left(u_{i,j+1,k}-2u_{i,j,k}+u_{i,j-1,k}\right)\\\mathrm{W2X2}&=\frac{1}{\delta x^2}\left(w_{i+1,j,k}-2w_{i,j,k}+w_{i-1,j,k}\right)\\\mathrm{U2XZ}&=\frac{1}{4\delta x\delta z}\left(u_{i+1,j+1,k}-u_{i-1,j+1,k}-u_{i+1,j-1,k}+u_{i-1,j-1,k}\right)\\\mathrm{W2Z2}&=\frac{1}{\delta z^2}\left(w_{i,j+1,k}-2w_{i,j,k}+w_{i,j-1,k}\right)\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

式(13)から明らかなように，中心差分法を用いると境界では，定義されていない領域(未定義領域)の変位を参照することになり，そのままでは解が得られない。このため，差分表記した波動方程式と境界条件の差分式を連立させ，参照される未定義領域の変位を定義域内の変位に置き換える必要がある。

3.3 境界条件の差分スキームによる表現

境界条件, 式(4)に式(9)の差分スキーム微分表現を代入して整理すると，式(14)が得られる。

$$\left(u_{i+1,j,k}-u_{i-1,j,k}\right)+R\left(w_{i,j+1,k}-w_{i,j-1,k}\right)=0 \tag{14}$$

ここで,

$$R=\frac{\lambda+2\mu}{\lambda}\frac{\delta x}{\delta z} \tag{15}$$

である。式(5)は,

$$\frac{1}{\delta z}\left(u_{i,j+1,k}-u_{i,j-1,k}\right)+\frac{1}{\delta x}\left(w_{i+1,j,k}-w_{i-1,j,k}\right)=0 \tag{16}$$

となる。また，垂直自由面については，式(6)から,

$$L=\frac{\lambda+2\mu}{\lambda}\frac{\delta z}{\delta x} \tag{17}$$

として,

$$L\left(u_{i+1,j,k}-u_{i-1,j,k}\right)+\left(w_{i,j+1,k}-w_{i,j-1,k}\right)=0 \tag{18}$$

である。式(7)，(8)は，それぞれ次のようになる。

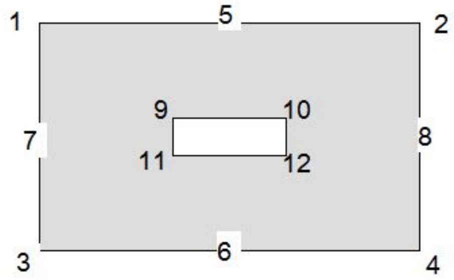
$$u_{i+1,j,k}=u_{i-1,j,k},\quad w_{i,j+1,k}=w_{i,j-1,k} \tag{19}$$

$$u_{i,j+1,k}=u_{i,j-1,k},\quad w_{i+1,j,k}=w_{i-1,j,k} \tag{20}$$

3.4 計算領域と境界条件

計算領域は，X軸方向 $N\delta x$ ，Z軸方向 $M\delta z$ の矩形空間とし，その内部に計算対象となる構造物のモデルがあるとしている。それぞれの格子点に番号を振り，境界位置では，**図－1**に示す境界の番号，境界でない計算対象領域は-1，また計算対象としない領域は0とする。この様な番号を付与すると，計算対象となるモデルが矩形でない場合にも，モデルに外接する矩形を計算領域として設定することができる。

境界には，**図－1**に示すように独立な12ケースがある。境界番号1～4は, 計算領域の外側の隅角部頂点, 5～7は, 領域の外側の辺，9～12は，矩形で表現される内部空隙の隅角部を示している。なお, 境界9と10を結ぶ線分での境界条件は, 境界辺6に等しく, 境界11と12を結ぶ線分の境界条件は，辺境界5に等しい。同様に，境界9と11を結ぶ線分は，辺境界8，境界10と12を結ぶ線分の境界条件は，辺境界7と同じである。表面に開口したひび割れを扱う場合，境界9, 10は辺境界5に接し，境界9は2，境界10は1と等しくなる。



図－1 境界とその番号

3.5 境界での波動方程式の有限差分による解

U2Z2では，境界1において $i=0, j=0$ を代入すると，

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(u_{1,0,k}-2u_{0,0,k}+u_{-1,0,k}\right) \tag{21}$$

となって，未定義領域の変位 $u_{-1,0,k}$ が参照される。ここで, 隅角部で成立する境界条件式(19)で, $i=0$ とすると, $u_{-1,0,k}=u_{1,0,k}$ であり，これを式(21)に代入して，境界1でのU2X2の値,

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(2u_{1,0,k}-2u_{0,0,k}\right) \tag{22}$$

が得られる。境界で成立する波動方程式は，このように差分スキームに現れる未定義領域の変位を境界条件によって定義域の変位で置き換えることによって与えられる。

同様な方法によって，境界2では,

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(2u_{N-1,0,k}-2u_{N,0,k}\right) \tag{23}$$

となる。N は，X軸方向での辺の分割数である。境界3では，Z軸方向の辺の分割数を M とし,

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(2u_{1,M,k}-2u_{0,M,k}\right) \tag{24}$$

境界4では,

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(2u_{N-1,M,k}-2u_{N,M,k}\right) \tag{25}$$

である．境界5及び6の上下辺では，未定義領域の変位を参照しない。

境界7では,

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(u_{1,j,k}-2u_{0,j,k}+u_{-1,j,k}\right) \tag{26}$$

となって, 未定義領域の変位 $u_{-1,j,k}$ を参照する。これは, 式(18)において，$i=0$ とおくと,

$$u_{-1,j,k}=u_{1,j,k}+\frac{1}{L}\left(w_{0,j+1,k}-w_{0,j-1,k}\right) \tag{27}$$

が得られ，式(27)を式(26)に代入して,

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(2u_{1,j,k}-2u_{0,j,k}+\frac{1}{L}\left(w_{0,j+1,k}-w_{0,j-1,k}\right)\right) \tag{28}$$

となる。同様な方法によって右辺境界8では,

$$\mathrm{U2X2}=\frac{1}{\delta x^2}\left(2u_{N-1,j,k}-2u_{N,j,k}-\frac{1}{L}\left(w_{N,j+1,k}-w_{N,j-1,k}\right)\right) \tag{29}$$

となる。U2X2は，境界9～12では，未定義領域の変位を参照しない。

波動方程式の数値解を求めるためには, U2X2のみならずW2XZ，U2Z2，W2X2，U2XZおよびW2Z2について，境界で成立する差分解を求めなければならない。本論文では，その詳細を示さないが，解法は，境界での波動方程式が未定義領域の変位を参照している場合，未定義領域の変位を含む境界条件の差分式を得，両式を連立させて未定義領域の変位を定義域の変位に置き換えるという手順によって解を得ることが可能である。

4 計算の方法

4.1 差分間隔

1 次元棒内の縦弾性に関する波動方程式の差分解法では，時間の差分間隔と距離の差分間隔について,

$$\delta x=c_P\delta t \tag{30}$$

以外では，波動の伝搬が正しく計算されないとされている [5]。しかし，2 次元弾性固体内の弾性波動では，縦弾性波，横弾性波，表面波のように伝搬速度の異なる波動が存在し，縦弾性波のみに着目した 1 次元弾性波動とは異なる。このため，数値計算の安定性を考慮し,

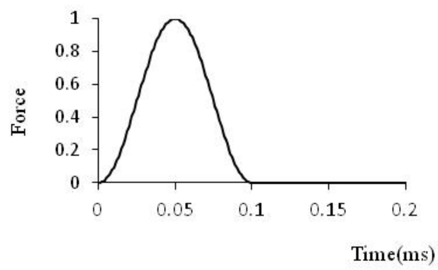
$$\delta x\geq 5c_P\delta t \tag{31}$$

とした。

4.2 波動伝搬の計算事例

(1) 打撃力波形

入力した打撃力波形を**図－2** に示す。打撃力波形は，衝撃弾性波法で用いられる鋼球打撃による信号入力を模したものであり，式(32)によって生成している。T_0は，周期，t は時刻，F_0は最大打撃力であり，ここでは 1 としている。振幅は 1 周期以降 0 となるようにしている。



図－2 打撃力波形（入力信号）

$$f(t)=\frac{F_0}{2}\left(1-\cos 2\pi\frac{t}{T_0}\right) \tag{32}$$

(2) 数値計算に使用したパラメータ

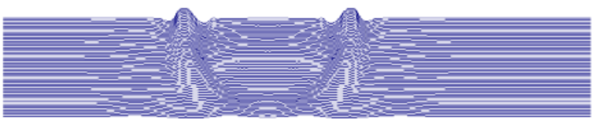
数値計算に使用した主なパラメータを表-1 に示す。

表-1 数値計算に使用したパラメータ

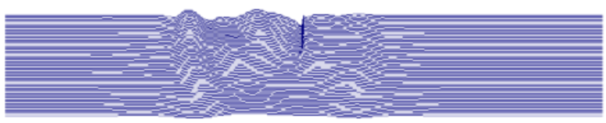
パラメータ	値	パラメータ	値
縦弾性波速度	4,000m/s	メッシュ間隔	10mm
横弾性波速度	2,320m/s	横メッシュ数	300
差分時間間隔	0.5μs	縦メッシュ数	50

(3) 波動の伝搬

波動方程式の有限差分法の数値解を用いて，矩形領域内での波動の伝搬について数値計算を行った結果を示す。計算領域は，横 3000mm 縦 500mm であり，ひび割れモデルでは，領域の中央に深さ 150mm 幅 20mm のスリットを設けている。打撃力の入力点は，中央から左側に 150mm の位置, 打撃力は図－2に示すように継続時間 100μs としている。図－3 は，ひび割れがない状態，図－4 は，打撃点の近傍にひび割れが存在する場合の垂直方向速度成分の分布を示したものである。ひび割れの有無によって波動の伝搬に違いがある。ひび割れがない場合には，波動は打撃入力点を中心にして左右対称な分布となるが，ひび割れがあると波動の伝搬が阻害され，伝搬空間の形状に歪みが生じていることがわかる。図は，打撃力が発生して 250μs 後の様子であり，図－3 において半円上に拡がっている波紋は横弾性波，上表面の波形は表面波の伝搬を示している。なお，縦弾性波は，底面で反射し，既に打撃面に到達している。



図－3 ひび割れ無しの場合（250μs 後）

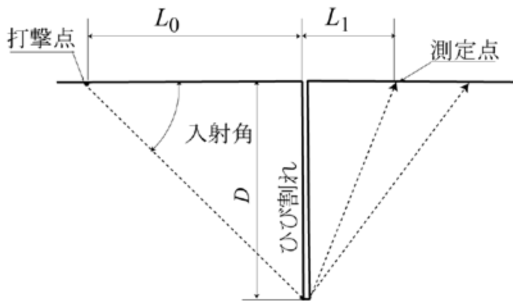


図－4 ひび割れ（深さ 150mm）ありの場合(250μs 後)

5 波動方程式を用いた直角回折波法の検証

5.1 入射角度が 45°の場合

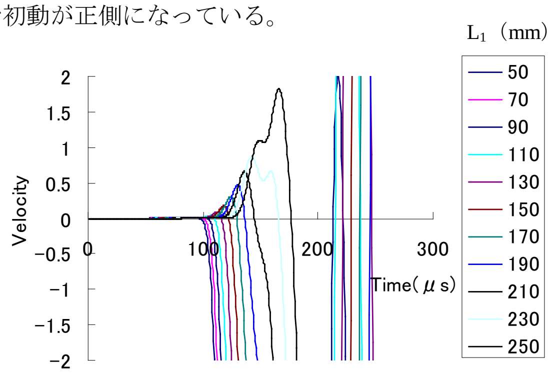
図－5 に計算での幾何学的条件を示す。入射角が 45°の場合，L_0(入力位置)と D が等しく，この計算では共に 150mm としている。測定位置 L_1は，50mm から 20mm ピッチで 250mm までとしている。L_1=150mm で，直角回折波法が成立する位置となる。



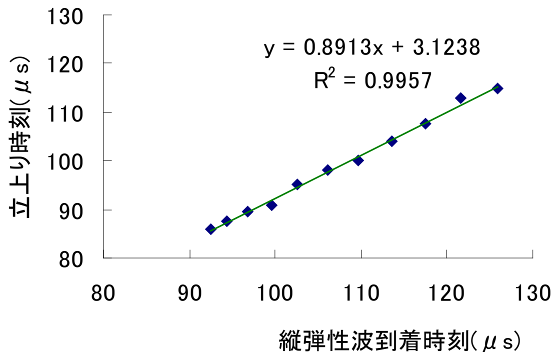
図－5 計算に使用した幾何学的条件

図－6 に計算波形をまとめて示すが，測定点の位置がひび割れ開口部から遠ざかるほど，速度波形の初動部分が大きく正側に振れていることがわかる。しかし，それぞれの波形を詳細に見ると，全ての波形において，初動波形は正側を示し，直角回折波法が示唆するような回折角度 90°で初動波形が反転する，という傾向は認められない。すなわち，回折角度が 90°を越える場合であっても，初動波形は正側(圧縮波)となっており，直角回折波法が成立していないことになる。なお，この解析では材料のポアソン比を 0.25 としており, 戸井田ら[1]によれば, おおよそ入射角 45°，回折角度 90°で初動波形が圧縮波となるとされている事例である。

回折角度が 90°以上であっても，初動波形の正側となる原因として, 数値計算の誤差も考えられる。このため，ひび割れ先端を回折した場合の縦弾性波の伝搬時間と，波動方程式の数値計算で得られた波形の立上り時間の関係を調べた。図－7 に，両者の関係を示す。図中，回帰式を記載しているが，回帰式の勾配は約 0.9 であり，波動方程式の数値計算による波動の到達時間の方が，縦弾性波がひび割れ先端を回折して測定点の到達する時間よりも約 10%早いことを示している。すなわち，数値計算での波形の立上りは, 理論的に計算される値よりも早く，少なくとも，数値計算での波形の立上りのみでの評価は妥当ではない可能性があることが示される。しかしながら，数値計算での初動波形は，縦弾性波がひび割れ先端を迂回して測定点に到着する時刻では，全ての計算事例で初動が正側になっている。



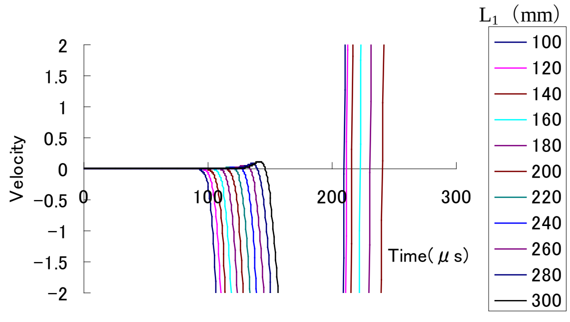
図－6 測定点位置での速度波形（L_0=D）



図－7 回折縦弾性波到達時間と初動波形の到達時間

5.2 入射角度が 33.7°の場合

ひび割れ開口部から打撃点までの距離を 100mm とすると，入射角が 33.7°となる。この場合の測定点での初動波形を図－8 に示す。回折角度が 90°となるのは，測定距離が 240mm の場合である。縦弾性波がひび割れ先端を回折して測定点に到達する時刻以降での，波形の振幅を見ると，測定距離 140mm 以降(回折角度 75°)以上では，振幅が正側となっている。それよりも近い距離では，振幅が負となっていることから判断して，ひび割れ先端を回折する波動について，回折角度に応じた位相の変化があることは確認できる。また，現実的な測定を考慮し，信号振幅の SN 比を 80dB(1/10,000)とすると，測定距離 220mm(回折角度 88°)以上にならないと，正側の振幅は観測されないということになる。

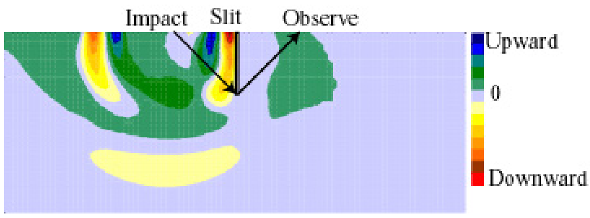


図－8 測定位置での速度波形(L_0=100，D=150)

また，図－6，8 を比較して明らかなように，波動のひび割れ先端に対する入射角度が 45°では，入射角 33.7°の場合と比較して測定点での正方向の振幅が大きい。実際的な測定では，入射角 45°では，正方向の初動波形が容易に観測されるが，入射角 33.7°では，観測が難しいということも考えられる。いわゆる直角回折波法は，入射角によって左右されている可能性が伺われる。

5.3 コンクリート内部での速度成分の分布

回折波の初動波形の方向成分によって，ひび割れ深さを推定する方法について，波動方程式の数値計算の結果では，必ずしもこれまでのいわゆる「直角回折波法」が成立しない可能性が示された。この原因について考察するため，ひび割れがある場合のコンクリート内部での速度分布を求めた。図－9 は，その一例を示すものであり，ひび割れ開口部から打撃点までの距離とひび割れ深さが 150mm で等しい場合である。図は，打撃後 100μs 時点での速度成分の分布を示し，ひび割れ先端を回折した波動が測定点側に伝搬している状況である。図に示されるように，回折角が 90°となる測定位置では，正側の振幅を持つ速度成分が観測されており，ひび割れに近い側では，まだ波動が到達していない。しかし，図が示すように，正側の振幅を持つ波動は，回折角度が 90°となる点よりも内側(ひび割れ開口部側)にも伝搬している。すなわち，波動はひび割れ先端を回折して直線的に測定点側に進行するのみではなく，波頭が拡がりながら伝搬するため，ひび割れに近い側の測定点でも正の速度方向成分を持つ波動が観測されるものと考えられる。



図－9 数値計算による速度成分の分布(100μs)

6 行路差法

図－5 において，L0=L1 として，ひび割れ開口部から等距離に打撃点と測定点を設けると，ひび割れ先端を回折して，測定点に至る縦弾性波の到達時間は，

$$T = \frac{2}{C_p}\sqrt{L_0^{\ 2} + D^2} \tag{33}$$

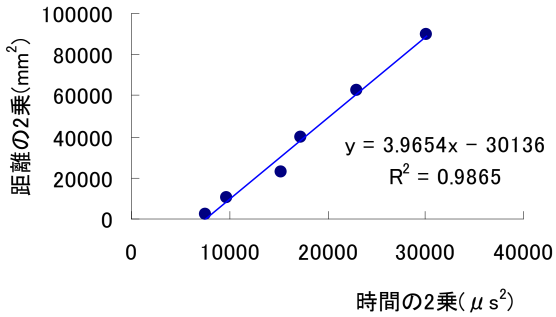
となる。式(33)において測定可能な，L_0と T の関係式に変形すると，

$$L_0^{\ 2} = \left(\frac{C_p}{2}\right)^2 T^2 - D^2 \tag{34}$$

となり，測定距離を変えて複数回の測定を行うことによって，縦弾性波速度とひび割れ深さの値が得られる[6)]。

図－10 は，数値計算に入力した測定距離とその条件で得られた伝搬時間の関係を式(34)に従ってまとめたものである。回帰式の切片は，ひび割れ深さの 2 乗値であることから，図－10 中の回帰式によってひび割れ深さを求めると 173.5mm となる。数値計算に入力しているひび割れ深さは 150mm であるから，約 16%大きく評価されていることになる。また，回帰式の勾配から縦弾性波速度を推定すると，3,983m/s となり，計算に用いた縦弾性波

速度 4,000m/s と比較して 0.5%未満の違いでしかない。



図－10 測定距離と伝搬時間の関係

7 まとめ

本論では，まず 2 次元固体内の波動方程式の数値解法として，変位を用いた有限差分法による解法を用いた。この数値解析方法の適用性について，スリットがある場合と無い場合の波動の伝搬を解析した。この有限差分法では，両側差分を用いている。この場合，境界では，定義されない領域の変位を参照することになるが，その未定義領域の変位を境界条件と波動方程式との連立方程式によって解く方法を用い，この問題を解決した。

ついで，波動方程式の数値解法の応用として，開口部を持つ垂直ひび割れの深さ測定方法の適用性検討を行った。ひび割れ深さの測定方法では，波動がひび割れ先端を回折する場合，ポアソン比が 0.25 程度であれば，回折角度が 90° を越えない場合には，圧縮波(すなわち測定点では，上方向の振幅を持つ速度成分)が観測され，90° 以上であれば引っ張り波となると言われていた。しかし，数値計算の結果によると，回折角度が 90° 以上であっても圧縮波が到来することがわかった。実際，波動はひび割れ先端から測定点に向かって直線的に進行するわけではなく，幾何的に広がりを以て伝搬するためと考えられる。 しかしながら，波動が余計に回り込んだ領域での振幅は非常に小さく，測定可能な SN 比を 80dB 程度と想定すると，ある程度の誤差を考慮した上で，実用的には「直角回折波法」を用いることが可能と思われる。

ただし，計算の結果では，入射角が 45° より小さい場合，すなわちひび割れ深さが打撃入力点とひび割れ開口部の距離よりも小さい場合には，測定される正側の初動振幅が小さことから，初動波形の位相変化の確認が難しい可能性がある。このため，実用的な測定方法としては，打撃点及び測定点をひび割れ開口部から等間隔に配置する方法が，推奨される。

一方，伝搬時間差による方法では，ひび割れ深さの推定誤差は，16%程度あるものの，ひび割れの存在による縦弾性波速度の変化は無く，現実的な測定方法になるものと考えて良い。ただし，波動方程式の数値解が示すように，少なくとも「直角回折波法」によって最初に圧縮波が観測される測定位置でないと，ひび割れ先端を回折した縦弾性波が捕捉されない可能性があり，測定点の配置に当たっては，先に「直角回折波法」を用いて，測定可能領域を決定しておく必要があろう。

参考文献

1) 戸井田克他，コンクリート構造物のクラック深さ測定法，土木学会第 42 回年次講演会第 V 部，pp.316-317,1987
2) 首藤浩一他，衝撃弾性波法によるひび割れ深さの測定，JSNDI 平成 15 年秋期大会講演概要集，2003 年
3) NDIS 2426-2 コンクリートの非破壊試験－弾性波法－第 2 部:衝撃弾性波法,日本非破壊検査協会，2014
4) 吉田秀典，高橋恵介，堺孝司，超音波を用いたコンクリートのひび割れ深さの同定に関する研究，土木学会論文集，No.732/V-59,pp.121-133,2003
5) 境友昭，波動方程式による打撃式杭打ち機構の解析，第 20 回土質工学研究会講演集，pp.1139-1142，1985
6) 岩野聡史他，衝撃弾性波法によるコンクリートのひび割れ深さ測定方法の検討，土木学会第 62 回学術講演会，pp.3-4，2007