

論文 鋼板コンクリート合成版の FEM 解析におけるスタッドのせん断抵抗領域のモデル化に関する検討

萩原 嵩樹*1・高橋 良輔*2・斉藤 成彦*2

要旨: スタッドをずれ止めに用いた鋼板コンクリート合成版の数値解析においては、一般的にスタッドを分散的に配置している。しかしながら、1本のスタッドのせん断抵抗領域を有限要素解析においてどのようにモデル化するかについては、これまで十分に検証されてこなかった。そこで本研究では、鋼板コンクリート合成版におけるスタッドのせん断力-ずれ関係を適用する要素の領域について、押抜きせん断破壊挙動を対象に検討した。その結果、分散配置、離散配置する場合の適用性および問題点と、ゾーニングの概念によりスタッドの有効領域を定めて配置する方法で破壊挙動を評価できる可能性を示した。

キーワード: 合成版, 頭付きスタッド, 押抜きせん断, 有限要素解析, ゾーニング

1. はじめに

鋼板コンクリート合成版(以下、合成版)は、特に道路橋床版に多く適用されることから面外作用に対する設計を目的とした研究が行われており¹⁾、複合構造標準示方書¹⁾では、押抜きせん断耐力算定式など合成版独自の設計式が複数示されている。一方、複合構造のずれ止めは異種材料接合面における単純なせん断抵抗要素ではなく、多方向応力下で複雑な挙動を示すことが明らかとなってきた²⁾。さらに、ずれ止めの大きさは部材寸法に対して無視できないため、ずれ止めとしての機能以外にも耐荷機構に影響することも明らかとなっている。例えば、立石らは実験で合成版の有効高さ d に対するスタッド高さ h_{ss} の比 h_{ss}/d が大きい場合に、押抜きせん断耐力の増加とひび割れ性状の変化を確認している³⁾。したがって、合成版部材の挙動を正しく評価するためには、部材の破壊イベントに対するずれ止めの挙動を正しく評価しなければならない。この評価には、耐荷機構で重要なずれ止めの影響を直接考慮でき、合成版内部の3次元的な破壊進展を把握できる有限要素法(以下、FEM)などの数値計算が有用である。FEMによる合成版の挙動解析におけるずれ止めの適切なモデル化に関しては、これまでに多くの研究⁴⁾が行われている。

鋼板コンクリート合成版にずれ止めとして多く用いられる頭付きスタッド(以下、スタッド)は、部材内に多数配置されるため実務でのFEM解析において離散的なモデル化は現実的ではなく、設置領域に平均的に分散配置したモデルとして扱われている。一方、既往の研究ではスタッドの配置による破壊モードの変化が示されている⁵⁾。合成構造においてずれを許容する設計は現在一般的でなく²⁾、極めて多くのスタッドが配置されているため、分散モデルの適用性に問題が生じていないと思われ

る。しかし、設計の高度化が進み、より適用範囲が広く高精度の評価手法が今後望まれることを考えれば、スタッド密度の多寡に対するモデル化の検討が必要である。

そこで本研究では、スタッドをずれ止めに用いた2辺単純支持の鋼板コンクリート合成版の押抜きせん断破壊を対象とし、スタッド配置間隔が押抜きせん断破壊に影響を与える場合に対して、FEM解析におけるスタッドのせん断抵抗領域のモデル化方法について検討した。

2. 解析概要

2.1 解析対象供試体

本研究では3次元非線形FEMを用い、鋼板とコンクリート版の接合面におけるスタッド要素の配置方法を検討する。解析には、スタッドの配置間隔を影響因子とした古内ら⁶⁾の押抜きせん断破壊実験の供試体を用いた。対象供試体の形状寸法を図-1に、供試体諸元と実験結果を表-1に記す。

供試体はスタッドのみをずれ止めとする1200mm×1200mmの正方形合成版で、鋼板厚さ6mm、有効高さ150mmである。スタッドは高さ50mm、軸径13mmで、配置間隔は210mm、70mmである。 $h_{ss}/d=0.33$ であり、せん断補強効果などスタッド高さのずれ剛性以外への影響は小さい³⁾と考えられる。支持条件は支間900mmの2辺単純支持で、隅角部の浮き上がりは許容されている。

2.2 解析条件

解析には自作の3次元非線形FEMプログラムを用いた。解析メッシュの一例を図-2に示す。メッシュは部材の対称性から1/4モデルとし、コンクリートと鋼板は20節点8ガウス積分点のアイソパラメトリックソリッド要素でモデル化した。鋼板とコンクリート間には16節点4ガウス積分点の平面接合要素を用いた。

*1 山梨大学大学院 医学工学総合教育部 土木環境工学専攻 (学生会員)

*2 山梨大学大学院 総合研究部准教授 (正会員)

表-1 供試体諸元および実験結果

供試体	有効高さ d (mm)	鋼板		スタッド			コンクリート 圧縮強度 f'_c (N/mm^2)	最大荷重 (kN)
		厚さ t_s (mm)	降伏強度 f_y (N/mm^2)	径 d_{ss} (mm)	間隔 λ (mm)	高さ h_{ss} (mm)		
N1 ⁶⁾	150	6	294	13	210	50	375	265
N3 ⁶⁾					70	50		

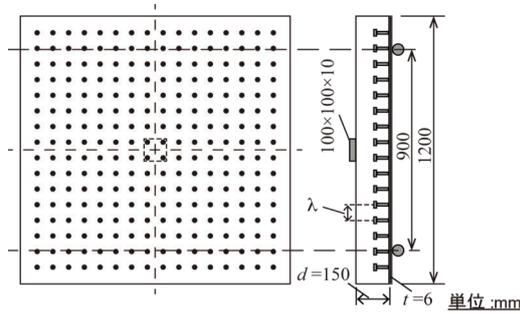


図-1 供試体形状・寸法

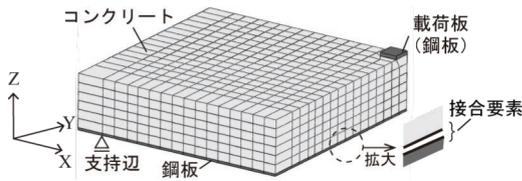


図-2 解析メッシュ (L シリーズ)

非線形解析手法は修正 Newton-Raphson 法で、節点変位の制御により载荷した。実験では支持辺での浮き上がりを許容しているが、本解析では支持辺上の全節点に対して鉛直方向変位を拘束した。

2.3 材料構成則

適用した材料構成則について、本稿では概略を記す。詳細は文献7を参照されたい。

ひび割れ発生前のコンクリートには3次元効果を考慮した Maekawa らの弾塑性破壊モデル⁸⁾を適用し、実験に基づく2軸応力場の破壊基準⁹⁾を3次元に拡張した式¹⁰⁾によりひび割れ判定した。ひび割れは多方向固定分散モデルとし、ひび割れ平面内の直交座標軸とひび割れ面法線方向の座標軸からなる局所座標系に1軸のコンクリート応力-ひずみ関係とせん断応力-ひずみ関係を適用した⁷⁾。ひび割れは1積分点あたり最大2方向まで考慮し、ひび割れ2本発生時には2つのひび割れ座標系のうちひび割れ直交方向ひずみが大きい方の座標系応力を用いた。1軸応力-ひずみ関係には、引張側に引張破壊エネルギーを考慮した3乗モデル¹¹⁾、圧縮側に軸直交方向のひび割れ開口による応力低減と圧縮破壊エネルギーを考慮した2次放物線モデル⁷⁾を適用した。せん断応力-ひずみ関係は、ひび割れ面とひび割れ間コンクリートの平均せん断応力-ひずみ関係¹²⁾にせん断軟化¹³⁾を考慮した。軟化開始ひずみは事前解析により800 μ と定めた。

Maekawa らの弾塑性破壊モデル⁸⁾は、降伏基準を Von-Mises の降伏基準とする硬化型の弾塑性鋼材モデル

表-2 解析ケース

解析ケース	せん断応力-ずれ関係	ずれ剛性 K_s (N/mm^3)	適用方法	スタッド間隔(mm)
NL-S07	非線形	-	分散	70
NL-D07			離散	
NL-S21			分散	210
NL-D21			離散	
NL-Z21			ゾーニング	
L-S-H	線形	2.8	分散	-
L-S-M		1.4		
L-S-L		0.28		

も包括するため、鋼材にはこれを適用した。鋼板とコンクリートの接合面モデルについては後に詳述する。

2.4 解析ケース

表-2に解析ケースとその条件を記す。解析ケースは検討対象により2つのシリーズに分類し、各シリーズ名を解析ケース名の先頭に示した。本研究ではスタッドを平面接合要素で表現し、そのせん断応力-ずれ関係にスタッドのせん断力-ずれ関係を適用した(以降、スタッド要素)。せん断補強効果³⁾など、界面以外での耐荷機構も考えられるが、前述のように対象供試体での影響は小さいと考えられるため考慮しない。接合要素の鉛直方向応力-ずれ関係の挙動への影響を無視するため、全ての接合要素で鉛直方向応力-ずれ関係を直線とし、 10^{10} N/mm^3 と極めて高い剛性を与えてほぼ剛結とした。

NLシリーズは、以下に示す、複合構造標準示方書¹⁾におけるスタッドのせん断力-ずれ関係を平面接合要素に適用したシリーズである。

$$V_{ss} = V_{su} \left(1 - e^{-\alpha \delta_{ss} / d_{ss}} \right)^\beta \quad (1)$$

$$\alpha = 11.5 \left(f'_c / f'_{c0} \right) \left\{ 1.1 (\eta - 1)^2 + 1 \right\} \quad (2)$$

$$V_{suc} / V_{sus} = \left\{ 31 A_{ss} \sqrt{f'_c h_{ss} / d_{ss}} + 10000 \right\} / \left\{ A_{ss} f_{su} \right\} \quad (3)$$

ここに、 V_{ss} :スタッド1本あたりのせん断力[N], δ_{ss} :スタッド位置における鋼板とコンクリートの相対ずれ[mm], d_{ss} :スタッド軸径[mm], f'_c :コンクリート1軸圧縮強度[N/mm^2], $f'_{c0} = 30$ [N/mm^2], V_{su} :スタッド1本のせん断耐力で式(3)の V_{suc} と V_{sus} のうち小さい方, $\beta = 0.4$, η :破壊モードに関する係数, A_{ss} :スタッド断面積[mm^2], h_{ss} :スタッド高さ[mm], f_{su} :スタッド引張強度[N/mm^2]

NLシリーズではスタッド要素の適用領域について検討するため、スタッド間隔が210mm, 70mmである供試体N1とN3に対し、スタッド要素をそれぞれ分散配置、離散配置したケースを用意した。離散配置では図-3に

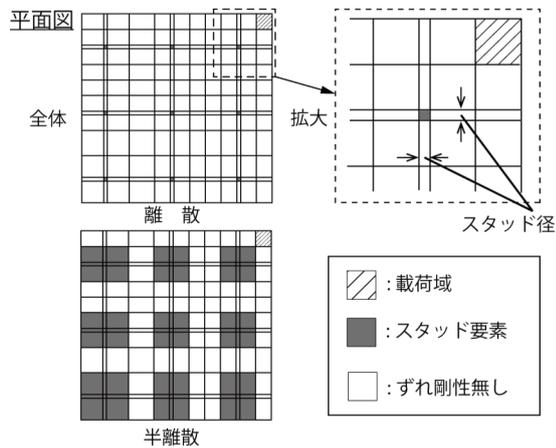


図-3 分散・半分散配置の解析メッシュ

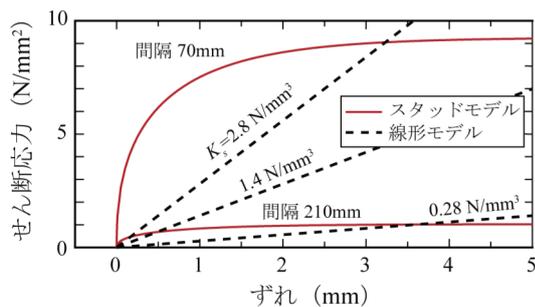


図-4 接合面のせん断力-ずれ関係

示すように、実際のスタッド位置に1辺の長さがスタッド径と等しいスタッド要素を配置した。接合面にあるスタッド以外の接合要素は直線のせん断力-ずれ関係とし、ずれ剛性を 10^{-10}N/mm^3 として付着を無視した。分散配置は、分散配置と同一のメッシュに対して接合面内全ての接合要素をスタッド要素とした。

スタッド1本のせん断力-ずれ関係をスタッド要素へ適用するにあたり、要素のせん断力-ずれ関係として平均化する必要がある。分散配置ではスタッド間隔を1辺とする矩形領域のせん断抵抗を1本のスタッドが分担するとし、ずれ変位から計算したスタッド1本あたりのせん断力をスタッド間隔の2乗で除してせん断応力とした。分散配置も同様に、せん断抵抗領域面積をスタッド径の2乗としてせん断応力を算出した。

スタッド間隔 210mm に対しては、分散配置と分散配置の中間的な半分散配置として NL-Z21 を用意した。図-3に示すように、鉄筋コンクリートの分散鉄筋モデルにおけるゾーニング¹³⁾と同様の概念で、1本のスタッドせん断抵抗が等価とみなせる平均化されたスタッドの有効せん断領域を設定し、その領域にスタッドの平均せん断力-ずれ関係を適用する。この場合、せん断応力はスタッド1本あたりのせん断力をスタッド1本の有効せん断面積で除して得る。本研究ではこの方法の適用可能性を検討することとし、NL-Z21の有効せん断領域は分散配置と分散配置の中間的な寸法を採用した。

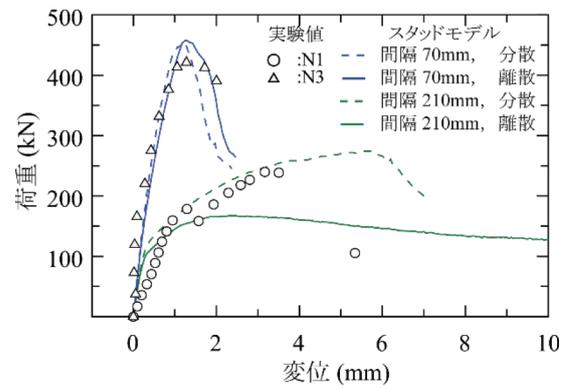


図-5 荷重-载荷点変位関係 (配置の影響)

L シリーズでは接合面全域の平面接合要素に直線のせん断力-ずれ関係 (以下、線形モデル) を適用し、その傾き (以下、ずれ剛性 K_s) を変えた。図-4に分散配置のスタッドモデルと線形モデルとの比較を示す。なお、L シリーズの材料定数値は N1 と同様とした。

3. 解析結果及び考察

3.1 スタッド要素の配置の影響

接合面におけるスタッド要素の配置方法を変えた NL シリーズの解析結果を比較し、スタッド要素の配置が押抜きせん断破壊挙動に及ぼす影響を検討した。

(1) 荷重-変位関係

解析と実験における荷重と载荷点変位の関係を図-5に示す。実験では N1 と N3 のいずれも最大荷重後に急激に荷重低下し、脆性破壊を示す。また、スタッド間隔の増加により最大荷重が減少し最大荷重時変位が増加する。

スタッド間隔が 70mm の解析結果は、分散、分散のいずれも最大荷重値と最大荷重後の急激な荷重低下が実験にほぼ一致し、配置の影響は見られない。スタッド間隔が 210mm で分散配置の場合は、実験に比べて初期剛性と最大荷重時変位をやや過大評価するが、荷重変位関係における傾きの変化や最大荷重値、最大荷重後の急激な荷重低下が実験に概ね一致した。分散配置の場合は最大荷重が実験の 0.6 倍と過小評価となり、最大荷重後も荷重低下は緩やかで実験と大きく異なった。N1 の荷重-変位関係のみ変位 1.3mm 付近で一度荷重低下が見られるが、いずれの解析結果でも見られなかった。実験に見られるこの荷重低下の原因は既往の研究⁶⁾では示されておらず、この挙動評価については今後の検討課題である。

(2) 破壊性状

解析の内部ひび割れ性状は複雑で比較し難いため、最大主ひずみ分布により破壊性状を検討した。図-6は载荷点側から俯瞰したコンクリート版断面とコンクリート版底面の最大荷重時の最大主ひずみコンタである。

スタッド間隔が 70mm の場合は、分散配置、分散配置の NL-S07、NL-D07 のいずれにも、載荷板からコーン状

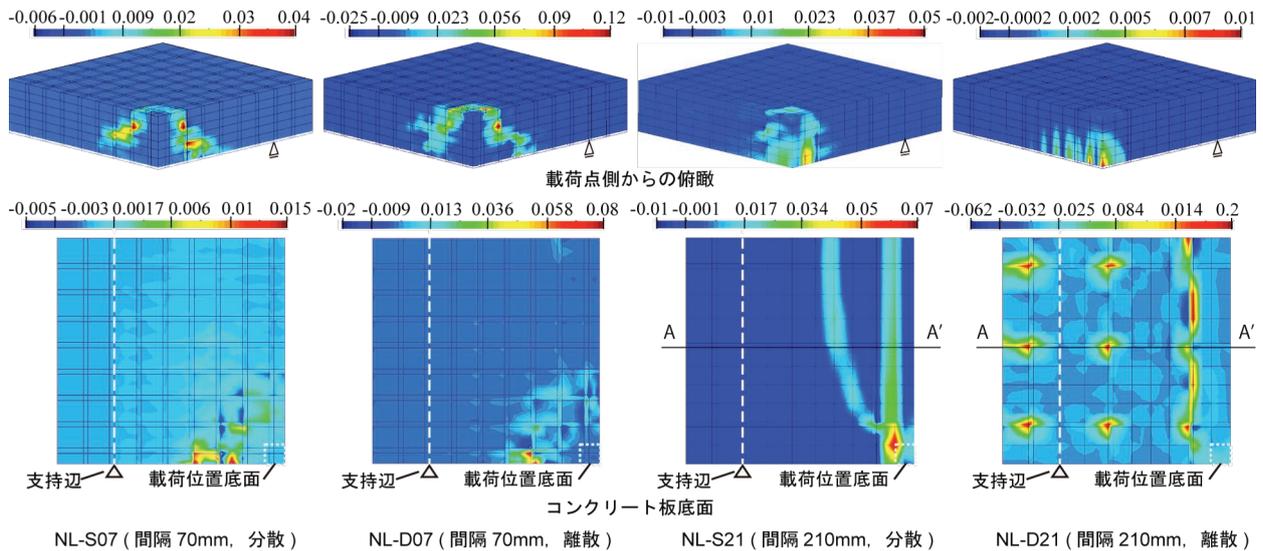


図-6 最大主ひずみコンタ (NL シリーズ, 最大荷重時)

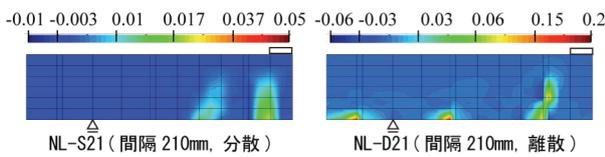


図-7 最大主ひずみコンタ (A-A' 断面)



図-8 実験供試体 N1 のひび割れ性状³⁾

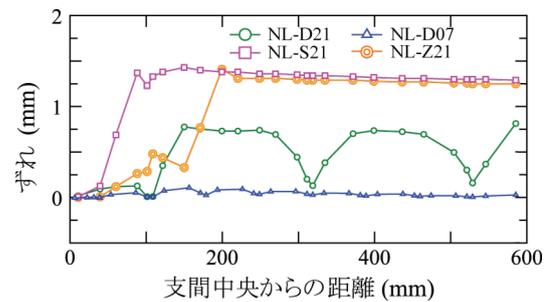


図-9 接合面のずれ分布

に鋼板に至りコンクリート底面で荷重点を中心に円状となる高い引張主ひずみ領域が見られる。脆性的な荷重-変位関係を考慮するとこれらは押抜きせん断破壊モードと言え、破壊モードは実験に一致すると言える。

スタッド間隔が 210mm で分散配置の NL-S21 では、荷重点から幅方向と隅角部方向へ伸びる高ひずみ領域がコンクリート版底面に発生している。図-7 は A-A'断面の最大主ひずみコンタであり、幅方向の高ひずみ領域は曲げひび割れ、荷重点から隅角部方向へ伸びる高ひずみ領域は曲げせん断ひび割れであることがわかる。これらのひび割れが交差することにより、荷重板下で破壊が集中し、最終的に荷重板周辺に高い引張ひずみ領域が発生して最大荷重を迎えた。2つの曲げひび割れにより破壊機構が支配されることから、このモードは曲げ卓越型の破壊モードと言える。図-8 に実験供試体 N1 の幅中央断面におけるひび割れ性状を示す。荷重板下に曲げひび割れは生じているが、荷重板から支点に至る斜めひび割れも生じており曲げ卓越型の破壊ではない。よって、分散配置の NL-S21 は荷重-変位関係が実験に概ね一致したものの、破壊モードは実験と異なる結果となった。

スタッド間隔が 210mm で分散配置の NL-D21 は、コンクリート版底面で幅方向の高ひずみ領域がスタッドを伝わるように発生した。これは曲げひび割れによるもので

あることが図-7 からわかる。コンクリート底面では、スタッド位置で局所的に高いひずみが発生している。そのため、支間中央付近の曲げモーメントが大きい位置でひずみが局所化し、そこを起点として曲げひび割れがスタッド沿いに進展したと考えられる。NL-D21 では変位 2~4mm において荷重版近傍の 2 点で圧縮軟化を生じており、破壊性状を考えると荷重-変位関係における緩やかな荷重低下は曲げ圧縮破壊によるものと言える。

図-9 は、各解析の最大荷重における幅中央断面の支間方向ずれ分布である。間隔 70mm で離散配置の NL-D07 は最大荷重時でもほとんどずれ変位が生じていない。これは分散配置でも同様であり、ずれが生じないほど高いずれ剛性だったため配置の違いが生じなかったと言える。間隔 210mm で離散配置の NL-D21 では、スタッド位置でずれが小さくなる山形の分布となった。スタッドのずれ量は 0.5mm 以下で、せん断強度には達していない。支間中央から 100mm の局所ひび割れ位置のスタッドでずれが 0なのは、その位置のコンクリート剛性がほぼ 0でせん断力がコンクリートに伝達しないためと考えられる。スタッド位置での変形の局所化は変形図からも確認している。間隔 210mm で分散配置の NL-S21 は支間中央から 100mm までの狭い区間でせん断抵抗しており、ずれは端部で 1.2mm 程度と他の解析の中で最も大きくなった。

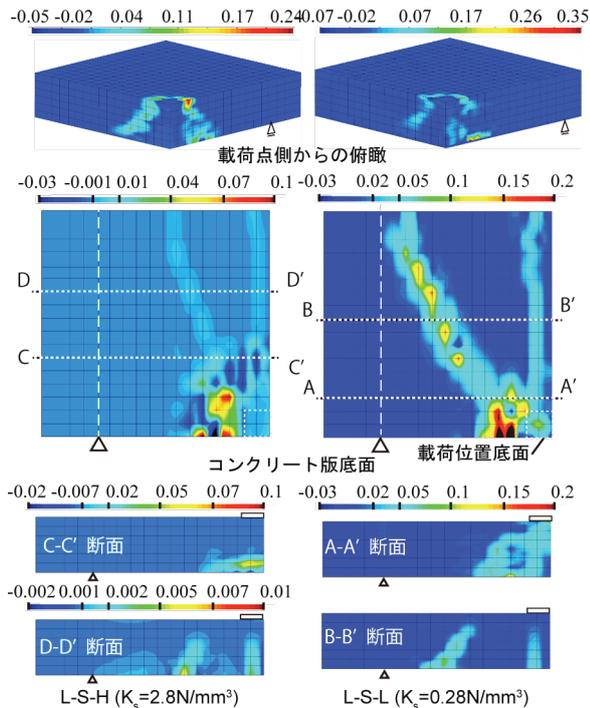


図-10 最大主ひずみコンタ (L シリーズ, 最大荷重時)

3.2 接合面ずれ剛性と破壊モードの関係

NL-S21 にずれが生じ、曲げ卓越型の破壊モードになった原因を調べるため、直線のせん断応力-ずれ関係を接合面に一様分布させた L シリーズの解析から、ずれ剛性と破壊モードの関係を調べた。

図-10 は、ずれ剛性が 2.8N/mm^3 、 0.28N/mm^3 である L-S-H、L-S-L の最大荷重時の最大主ひずみコンタである。ずれ剛性が小さい L-S-L では、コンクリート底面、A-A' 断面、B-B' 断面のひずみ分布から、支間中央の曲げひび割れと隅角部から載荷板に伸びる曲げせん断ひび割れが載荷板下で交差していることが確認できた。破壊モードは曲げ卓越型である。ずれ剛性が L-S-L より大きい L-S-H は、曲げ卓越型のように曲げひび割れと隅角部から伸びる曲げせん断ひび割れが生じているが、C-C 断面のひずみ分布が示すように載荷点付近で各ひび割れが交差していない。一方、図-10 の断面ひずみ分布から、スタッド間隔 70mm の解析で見られたコーン状の高ひずみ領域を確認できる。したがって、曲げ卓越型と押抜き破壊型の混合型の破壊モードと言える。ずれ剛性が L-S-H の半分である L-S-M も、この混合型の破壊モードであった。

図-11 は、幅中央断面で最大荷重時にずれ変位が最大となる位置でのせん断応力-ずれ変位関係と破壊イベントの関係をスタッド間隔 210mm で分散配置の NL-S21 と L シリーズで比較したものである。NL-S21 の割線ずれ剛性は、曲げひび割れ発生後もしばらく破壊モードが混合型となる L-S-H よりも大きい。しかし、その後は非線形性に伴うずれ剛性の低下により急激にずれが増加し、同じく混合型である L-S-M よりもずれが増加して底面斜め

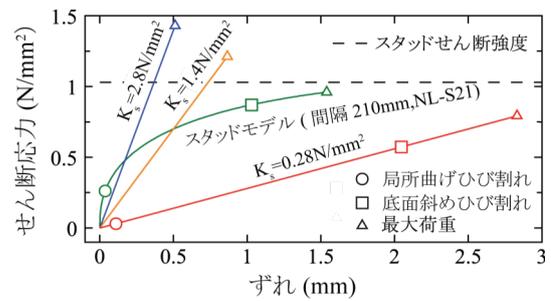


図-11 せん断応力-ずれ関係

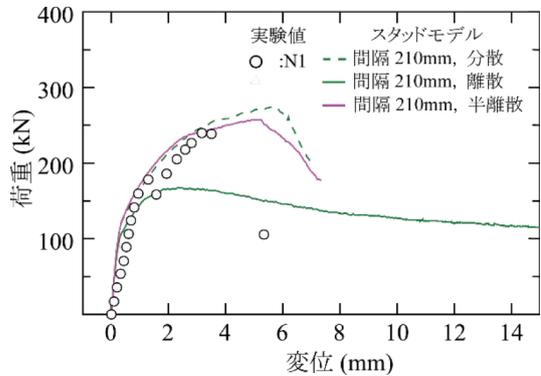


図-12 半離散配置 (NL-Z21) の荷重-載荷点変位関係

方向の曲げせん断ひび割れが生じる。この過程により、曲げ卓越型の破壊モードになったと考えられる。

分散配置ではスタッド間隔が倍になると同一ずれに対する応力が $1/4$ 倍となる。したがって、スタッドのせん断力-ずれ関係の初期勾配が大きくとも、スタッド間隔が大きいと曲げひび割れ発生時には非線形領域付近に達する可能性が高く、曲げひび割れの増加とともにずれ剛性が大きく低下して曲げ卓越型の破壊になると言える。さらに曲げ卓越型では変形が曲げひび割れ位置で局所化するため、図-9 の NL-S21 のようにせん断力伝達領域は載荷点周辺の非常に小さい領域となる。このことから、分散配置でスタッド間隔が大きい場合、せん断抵抗に有効なのは配置領域の一部のみと考えられる。

3.3 スタッド有効領域

スタッド間隔が広い場合に分散モデルを適用するとスタッド分散領域の一部のみが抵抗するのならば、その領域に分散領域を限定すれば実際のスタッドのせん断抵抗に等しくなると考えられる。この考え方の適用可能性を、ゾーニングを用いた半離散配置により検討した。

図-12 に半離散配置を適用した NL-Z21 の荷重-変位関係を示す。荷重-変位関係は分散配置に近く、特に 250kN まではほとんど一致する。したがって、ゾーニングを適用し半離散配置としてもスタッド間隔が大きい場合の荷重-変位関係を概ね評価できると言える。

図-13 の最大荷重時の最大主ひずみコンタでは、コンクリート版底面で曲げ卓越型のような高ひずみ領域が見られる。しかし、分散配置で見られた分布とは異なり、

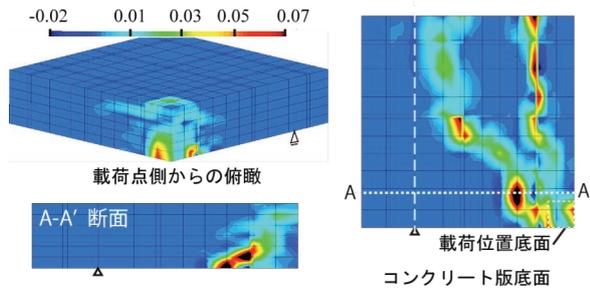


図-13 最大主ひずみコンタ (NL-Z21, 最大荷重時)

分布幅が広く複雑な形状をしている。曲げひび割れの位置と形状から、破壊モードは分散配置での曲げ卓越型に近いと言える。しかし、隅角部から载荷点に至る曲げせん断ひび割れと曲げひび割れは途中で合流し、A-A'断面では支間方向の斜めひび割れに変化している。载荷点から俯瞰した断面においても载荷板からわずかに斜めのひずみ領域が見られるため、有効領域の寸法によっては押抜きせん断型との混在型となる可能性がある。図-9には幅中央に近いスタッド位置の最大荷重時のずれ変位分布を示した。端部のずれ変位は分散配置と変わらないが、载荷点から勾配を有するせん断抵抗領域が分散配置から増加しており、分散配置よりも载荷点近傍のスタッドが有効にせん断抵抗していることがわかる。

以上から、ゾーニングの概念に基づくスタッド有効領域の導入により、スタッド間隔の大きい合成版の押抜きせん断挙動を評価できる可能性が見られた。スタッド有効領域については今後さらに検討する必要がある。

5. まとめ

本研究で得られた結論を以下にまとめる。

- (1) スタッドが密に配置されている場合には、スタッドのせん断力-ずれ関係を接合面に適用すると、接合面のずれ剛性が非常に高くほとんどずれを生じないため、分散や分散などの配置方法にかかわらず、押し抜きせん断破壊挙動を評価できる。
- (2) スタッド間隔が広い場合、スタッド間隔を1辺とする領域でスタッド1本のせん断-ずれ関係を平均化して分散配置すると、破壊モードが曲げ卓越型となり押し抜きせん断破壊を評価できない。スタッド径を1辺とする領域で1本のスタッドを平均化して分散配置すると、局所的な曲げ破壊となる。
- (3) スタッド間隔が広い場合、ゾーニングの概念をスタッド領域に適用すると荷重-変位関係を評価できる。破壊モードは曲げ卓越型に近いが、分散と分散配置と異なり押し抜きせん断型の性状も見られた。ゾーニングの適用により、スタッド間隔に依存せず押し抜きせん断破壊挙動を評価できる可能性がある。

参考文献

- 1) 土木学会複合構造委員会編：2009年度制定複合構造標準示方書，土木学会，2009.12
- 2) 土木学会複合構造委員会編：複合構造レポート10 複合構造ずれ止めの抵抗機構の解明への挑戦，土木学会，2014.8
- 3) 立石晶洋，高橋良輔，古内仁，上田多門：スタッドジベルの高さが合成版の押抜きせん断破壊に与える影響，土木学会年次学術講演概要集，CS，Vol.56，pp.108-109，2001.9
- 4) 例えば，藤山知加子，桜井信彰，前川宏一：ずれ止め諸元が鋼板コンクリート合成床板の損傷モードに及ぼす影響，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.68，No.1，pp.1-15，2012.
- 5) 園田恵一郎，鬼頭宏明：鋼板・コンクリート合成版の静的耐力と破壊モード，土木学会論文，第1巻，471/I-24号，pp.85-94，1993.7
- 6) 古内仁，中村琢也，上田多門：合成版の押抜きせん断耐力に与えるスタッドジベルの影響，土木学会年次学術講演概要集，CS，Vol.55，pp.98-99，2000.9
- 7) 高橋良輔，檜貝勇，斉藤成彦：RCはりのせん断挙動解析におけるひび割れモデルに関する検討，コンクリート工学年次論文集，Vol.30，No.3，pp.55-60，2008.7
- 8) Maekawa, K. et al. : Triaxial Elasto-Plastic and Fracture Model for Concrete, JSCE Journal of materials, concrete structures and pavements, No.460/V-18, pp.131-138, Feb.1993
- 9) 岡村甫，前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則，技法堂出版，1991
- 10) あべ松隆太，上田多門，佐藤靖彦，中井裕司：横方向の緊張力を導入した角柱供試体の終局耐力に関する解析的検討，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，No.2，pp.271-276，2004.7
- 11) 山谷敦，中村光，飯塚敬一，檜貝勇：回転ひび割れモデルによるRC梁のせん断挙動解析，コンクリート工学年次論文集，Vol.18，No.2，pp.359-364，1996
- 12) 前川宏一，福浦尚之：疑似直交2方向ひび割れを有する平面RC要素の空間平均化構成モデルの再構築，土木学会論文集，No.634，pp.157-176，1999.11
- 13) An.X, Maekawa, K, Okamura.H et al. : Numerical simulation of size effect in shear strength of RC beams, J.Materials Conc. Struct., Pavement, JSCE, Vol.35, No.564, pp.297-316, May.1997