

論文 パイプクーリングを考慮した拡張 FEM 温度解析コードの検証

石川 靖晃*1・池村 穰*2

要旨: 本論文では、既往のパイプクーリング実験結果および分岐したパイプレイアウトを施したコンクリートの水和熱測定実験結果を基に、パイプクーリングに関して著者らによって拡張された FEM 温度解析コードの検証を行った。その結果、拡張された FEM 温度解析コードは、コンクリート要素内部にパイプレイアウトを施した場合でも、従来の FEM 温度解析コードと同等な精度の解を与えることが確認された。また、室内試験レベルおよびパイプを水平に配置する範囲内においては、拡張された FEM 温度解析コードは、分岐したパイプクーリング問題に概ね適用可能であることが確認された。

キーワード: パイプクーリング, FEM 温度解析コード, パイプレイアウト, 節点水頭法

1. はじめに

パイプクーリングを考慮した温度解析を実施する場合、パイプ内水とコンクリート間の熱伝達境界を通常の非定常熱伝導方程式に導入する必要があるが、それだけでは不十分であり、パイプクーリングの効果をより正確にかつ合理的に評価するためには、パイプクーリング内水とコンクリート間における熱収支を適切に考慮する必要がある。移流を考慮したパイプクーリング内水とコンクリート間の熱収支に関する支配方程式は田辺ら¹⁾によって定式化された。その後、溝渕ら²⁾は、パイプ内水とコンクリート間の熱伝達境界が考慮された非定常熱伝導方程式と、パイプ内水温とコンクリート間の熱収支を表す支配方程式を有限要素で離散化するための手法を構築し、汎用の FEM 温度解析コードに導入している。市販の多くの温度解析コードにこの方法が導入されている。この時点で、パイプクーリングを考慮した FEM 温度解析コードは概ね完全な形で確立された。

一方で、上記の解析コードには改善されるべき問題点が2つあった。一つは、パイプ要素は必ずコンクリート要素を構成する稜線上に配置し、かつパイプ要素節点とコンクリート要素節点は完全に一致させるといった制約である。もう一つは、パイプレイアウトは一本続きであるといった制約である。これらの制約は、著者ら³⁾⁴⁾により解消され、コンクリート要素内の任意位置にパイプ要素を配置することやパイプを管網状に配置することが数値解析上可能となった。すなわちパイプクーリングを考慮した FEM 温度解析コードの拡張が行われた。しかし、上記解析コードの拡張は、あくまでも数値解析上の話であり、実際のパイプクーリングに関する問題に拡張された解析コードを適用できるかどうかについてはこれまで十分に検討されていなかった。

本論文では、拡張された FEM 温度解析コードの検証

を行うことを目的とした。まず、パイプクーリングに関する既往の実験結果と拡張された解析コードによる温度解と比較することで、コンクリート要素内の任意位置にパイプ要素を配置可能かについて検討を行った。続いて、分岐したパイプレイアウトを施したコンクリート水和熱測定実験を実施し、拡張された解析コードによる温度解と比較することで、分岐したパイプレイアウト問題に適用可能かどうかについて検討を行った。

2. パイプクーリングを考慮した FEM 温度解析コードおよびその拡張

2.1 パイプクーリングを考慮した熱移動モデルと FEM による離散化

コンクリート内部にパイプが埋め込まれている体積領域について考える。コンクリート体積領域内の非熱伝導方程式は、次式で表される。

$$\operatorname{div}(k \operatorname{grad} T_c) + \dot{Q}(t) = \rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 k は熱伝導率、 T_c はコンクリートの温度、 $\dot{Q}(t)$ はコンクリートの発熱率、 $\rho_c c_c$ はコンクリートの体積比熱、 t は時間である。

コンクリート表面と外気における熱伝達境界、およびパイプ壁面とコンクリート間での熱伝達境界はそれぞれ次式となる。

$$(k \operatorname{grad} T_c) \cdot \vec{n} + q_s + \alpha_c (T_c - T_a) = 0 \quad (2)$$

$$(k \operatorname{grad} T_c) \cdot \vec{n} + \alpha_w (T_c - T_w) = 0 \quad (3)$$

ここで、 T_w はパイプ内水温、 \vec{n} は境界面における方向余弦、 α_c 、 α_w は、それぞれコンクリートの表面熱伝導率、パイプ壁面での熱伝達率である。 q_s はコンクリート表面での熱流束、 T_a は外気温である。

*1 名城大学 理工学部社会基盤デザイン工学科教授 工博 (正会員)

*2 名城大学大学院 理工学研究科建設システム工学専攻 (非会員)

続いて、パイプの微小区間 $d\ell$ における熱収支を考える。田辺ら²⁾は、熱収支はパイプ表面からの流入による熱変化量、パイプ区間内の熱変化量、時間変化に伴う熱変化量を考慮した熱収支の釣り合いから、最終的に次式を誘導している。

$$\rho_w c_w u \frac{\partial T_w}{\partial \ell} + \frac{2\alpha_w}{r} (T_w - T_c) + \rho_w c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

ここで、 $\rho_w c_w$ はパイプ内水の体積比熱、 u はパイプ内水の流速、 r はパイプ管径である。

溝渕ら²⁾は、式(1)~(3)および式(4)に Galerkin 法を用いて有限要素による離散化を行うことで、最終的に次式を誘導している。

$$[K_c] \{\bar{T}_c\} - [K_{cw}] \{\bar{T}_w\} + [C] \frac{d\{\bar{T}_c\}}{dt} = \{F_c\} \quad (5)$$

$$[K_w] \{\bar{T}_w\} - [K_{wc}] \{\bar{T}_c\} + [W] \frac{d\{\bar{T}_w\}}{dt} = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\{\bar{T}_c\}$ 、 $\{\bar{T}_w\}$ は、それぞれコンクリートの節点温度およびパイプ内節点水温である。式(5)(6)中のマトリックスの詳細については文献2)を参照されたい。式(5)(6)を連成させた式が、パイプクーリングを考慮した FEM 温度解析コードの最終的な支配方程式となる。

2.2 従来の FEM 温度解析コードの問題点とその改善

(1) 任意のコンクリート要素位置へのパイプレイアウトの実現

式(6)中にはパイプ要素に沿った数値積分が存在するが、その場合、パイプ要素のガウス点位置をコンクリート要素の局所座標を用いて数値的に与える必要がある。コンクリート要素の稜線上にパイプ要素が存在する場合、ガウス点位置に対応するコンクリートの局所座標は容易に求まるが、パイプ要素が稜線上に無い場合、対応する局所座標は容易には求めることができない。そのため、従来のパイプクーリングを考慮した温度解析コードでは、パイプ要素は必ずコンクリート要素を構成する稜線上に配置し、かつパイプ要素節点とコンクリート要素節点は完全に一致させる必要があった。著者らは、パイプ要素のガウス点の全体座標をコンクリート要素の局所座標について Taylor 展開し Newton 法を適用することにより、コンクリート要素内の任意の位置に配置されたパイプ要素のガウス点位置に対応するコンクリート要素の局所座標位置を数値的に求める手法を構築している³⁾。このことにより任意の位置へのパイプ要素配置が可能となった。詳細については、文献3)を参考にされたい。

(2) 分岐したパイプレイアウトの実現

パイプクーリングを考慮した温度解析を行う際、式(4)からわかるように、パイプ内水の流速を入力値として与える必要がある。パイプレイアウトが一本続きの場合、流速は容易に求めることができる。一方で、パイプが管

網を構成している場合、各パイプ要素内水の流速を求める必要があるが、パイプクーリングに関する分野においては、各パイプ内水の流速を求める術はこれまで無かった。そのためパイプレイアウトは一本続きである制約があった。土工系の分野では、さまざまな管網解析手法がすでに確立されているが、著者らは、管網解析手法の代表的な手法である節点水頭法を FEM 温度解析コードに導入することを試みている⁴⁾。

節点水頭法の基礎方程式は、各管路の流量を節点エネルギー位で表わす流量式と各節点に接続する管路の流量が満たすべき節点方程式によって構成されており、それぞれ次式で表わされる。

$$Q_{ij} = R_{ij} |E_i - E_j|^{a-1} (E_i - E_j) \quad (7)$$

$$\sum_j Q_{ij} + p_i = 0 \quad (8)$$

ここで、 i, j はパイプ要素を構成する節点番号、 Q_{ij} はパイプ要素 ij 間の流量、 E_i は節点 i におけるエネルギー位、 p_i は節点 i における流出量であり、 R_{ij} および a は、パイプ要素 ij におけるエネルギー損失に関するパラメータであり、一般的にはパイプ長さやパイプ径の関数として表される。まず、各節点のエネルギー位に初期値を与え、式(7)(8)に代入し繰り返し計算を行うことで、エネルギー位 E_i 、 E_j を求めることができる。得られた E_i 、 E_j を式(7)に代入することで、パイプ内流量を求めることができる。パイプ内流量を流速に変換し、それを式(4)に反映させることにより、分岐を考慮したパイプレイアウトに対するパイプクーリング解析が可能となった。詳細については文献4)を参考にされたい。

3. パイプクーリングに関する既往の実験結果に基づく拡張された FEM 温度解析コードの検証

任意のコンクリート要素位置へのパイプレイアウトを施した場合、拡張された FEM 温度解析コードにおける解析解にどの程度影響を及ぼすかどうかについて検討を行った。検討の際、西岡ら⁵⁾により実施された PC 梁を模擬した試験体に対するパイプクーリング実験結果をベンチマークとした。図-1 に試験体断面を示す。試験体形状は $1\text{m} \times 1\text{m} \times 8\text{m}$ の直方体であり、4か所にクーリングパイプ(炭素鋼管、内径 25.4mm 、厚さ 1.2mm) が長手方向に对称に埋設されている。試験体中央部において、断面中心および4隅付近に5つの熱電対が埋め込まれている。打設面を含めた試験体周りは硬質ウレタン(厚さ 50mm) に覆われている。使用したセメントは普通ポルトランドセメントであり、単位セメント量は $423\text{kg}/\text{m}^3$ である。試験体打設直後から $15\text{l}/\text{min}$ で4日間通水が行われた。通水として水道水が使用され、その平均温度は 24.6°C であった。

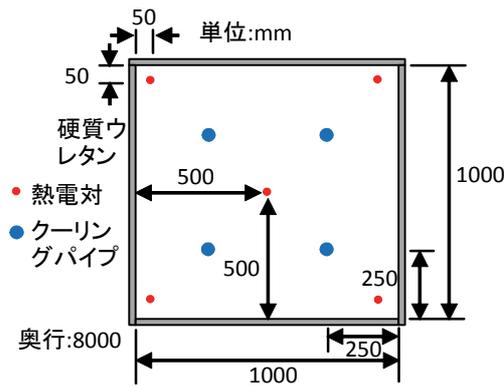


図-1 PC 梁を模擬した試験体断面

表-1 解析に使用した熱特性値

熱伝導率(W/m/K)	2.7
体積比熱(kJ/m³/K)	2662
断熱温度上昇量 $Q(t)$ (K) t (日)	$Q(t) = 58.5(1 - \exp(-2.07t))$
パイプ壁面の熱伝達率(W/m²/K)	320
硬質ウレタンの熱伝達率(W/m²/K)	0.5

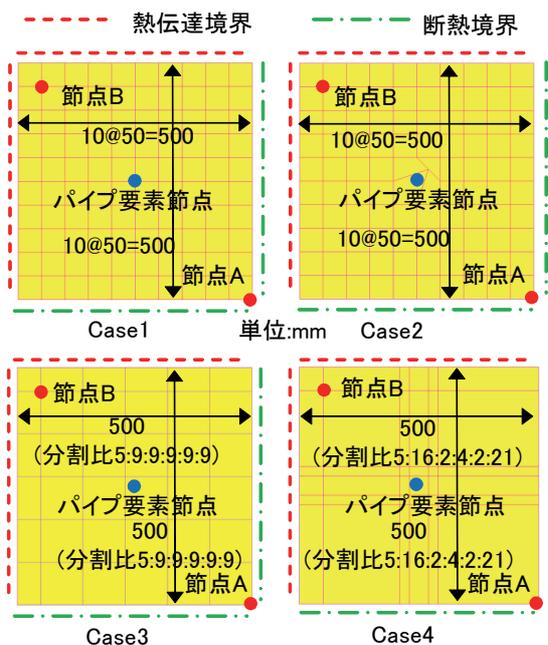
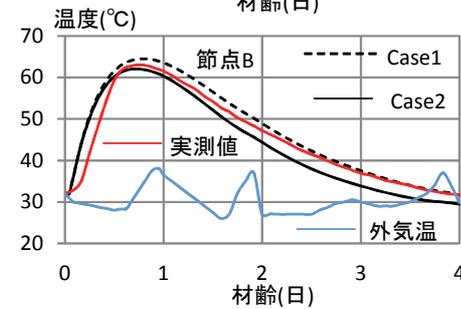
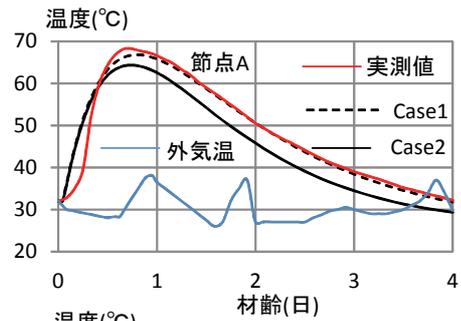
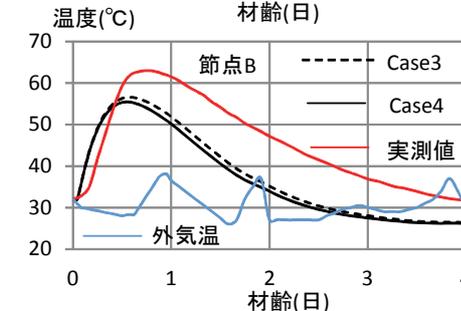
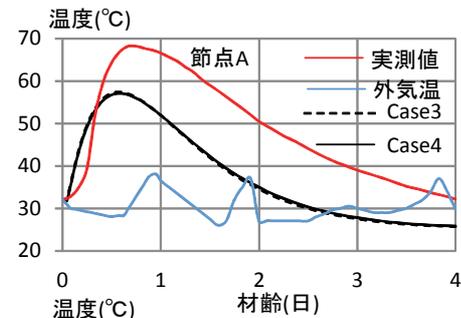


図-2 解析モデル(PC 梁を模擬した試験体)

上記実験に対する解析モデルを図-2に示す。解析モデルを解析ケースに応じて4つ設定し、全て1/4対称モデルとした。解析ケースにおいて、Case1,2ではコンクリート断面がともに10×10分割されている。一方、Case3,4では断面はともに6×6分割でありCase1,2よりも要素分割数は少ない。長手方向の要素分割数は、全てのケースにおいて同一であり、16等分割としている。Case1はコンクリート要素稜線上にパイプ要素を配置したケース、Case2はパイプ要素近傍のコンクリート要素形状を変えることにより、コンクリート要素内部にパイプ要素を配置した



a) Case1 と Case2



b) Case3 と Case4

図-3 温度履歴の実測値と解析値の比較

ケースを想定している。Case3は、パイプ要素が含まれているコンクリート要素寸法が大きいケース、Case4は含まれているコンクリート要素寸法が小さいケースを想定している。解析に使用した熱特性値を表-1に示す。なお、これらの熱特性値については、硬質ウレタンの熱伝達率以外は基本的に文献5)を基に決定している。また、外気温の実測値履歴をそのまま解析に入力した。

節点A,Bにおける温度履歴の比較を図-3に示す。全ての図中には、外気温の実測値も重ねて示されている。図-3aは、Case1,2に、図-3bは、Case3,4に対応している。図-3aより、Case1,2で得られた温度履歴は節点A,Bとも

表-2 流量の実測値と節点水頭法による解析値との比較

T型			H型				
流量(l/min)	水平設置		流量(l/min)	水平設置		鉛直設置	
	実測値	解析値		実測値	解析値	実測値	解析値
通水口	33.4	33.4	通水口	30.2	30.2	28.3	28.3
排水口 a	17.1	17.3	排水口 a	11.3	11.5	16.6	6.1
排水口 b	16.3	16.1	排水口 b	9.4	9.5	0.0	24.1
			排水口 c	9.4	9.3	11.7	-2.0

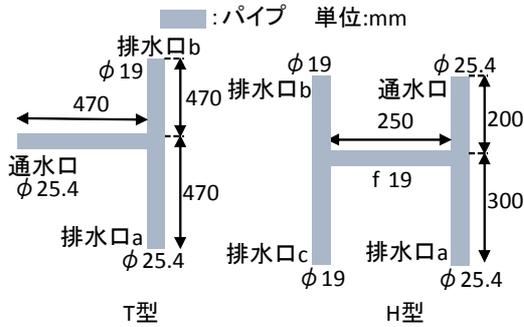


図-4 流量測定実験に用いた分岐したパイプ

に実測値をよくとらえていることがわかる。一方、図-3bを見ると、Case3,4で得られた温度履歴は、ともに実測値よりも小さくなる傾向にあるが、これはパイプ要素近傍以外の要素分割が粗いためである。Case3,4の温度履歴はほぼ同じ値となっている。よって、パイプ要素からある程度離れたコンクリート節点温度は、パイプ要素が存在するコンクリート要素寸法の影響をあまり受けないと思われる。

以上のことから、要素コンクリート要素分割がある程度なされている場合には、パイプ要素をコンクリート要素稜線上に配置してもしなくても、拡張されたFEM温度解析コードは、ほぼ同等の解析精度で温度解を与えることが確認された。

4. 分岐したパイプレイアウトに対する拡張された FEM 温度解析コードの検証

4.1 分岐したパイプ内水の流量測定実験に基づく節点水頭法の検証

分岐したパイプのみに通水させて排水口からの流量を測定し、節点水頭法による流量解との比較を試みた。実験に用いた分岐したパイプを図-4に示す。分岐したパイプは2種類であり、それぞれT型、H型の形状である。パイプとして電縫鋼管(厚さ1.6mm)を使用した。通水口から通水し、一定時間(10sec)内に排水口から流出した水の体積を15回測定し、その平均値を用いて排水口からの流出量を求めた。T型のものについては水平面に平行に設置(水平設置)し、排水口からの流出量を測定した。H型のものについては、重力が流出量にどの程度影響するのかを調べるために、水平設置に加え、通水口を下にして水平

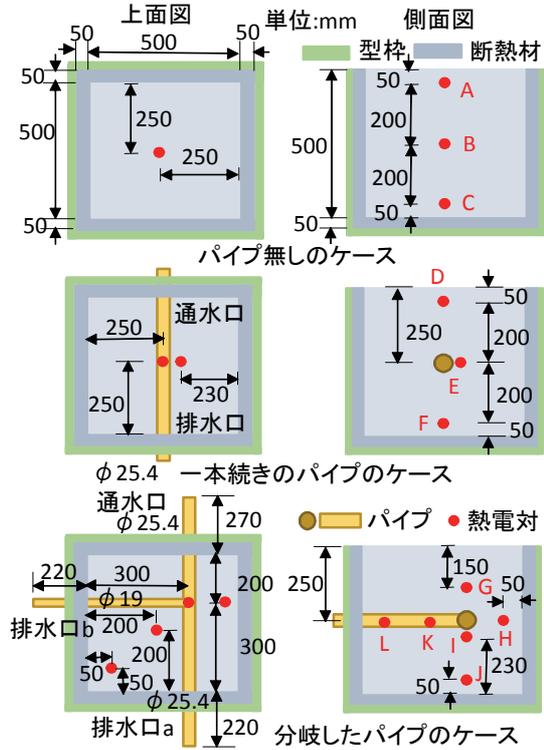


図-5 試験体概要

面に垂直に配置したもの(鉛直設置)の2ケースを設定し、排水口からの流出量を測定した。

表-2に流量の実測値と節点水頭法による解析値との比較を示す。なお式(7)中のパイプ要素のエネルギー損失に関するパラメータ R_{ij} についてはHazen-Williams式に基づき次式で与えている⁶⁾。

$$R_{ij} = 0.27853C_H D^{2.63} L^{-0.54}, a = 0.54 \quad (9)$$

ここで、 D はパイプ要素の管径(m)、 L はパイプ要素の管路長(m)である。 C_H は流速係数であり、パイプの材質に応じて決定される。本論文では C_H を120と与えた。

水平設置の場合、T型、H型ともに解析値は実測値を精度良く捉える一方で、鉛直設置の場合では、計算値は実測値と大きく異なる結果となった。本論文では排水口ではエネルギー一位として単に圧力と位置水頭の和を与えているが、現時点では鉛直設置においては位置水頭の考慮が適切でない判断される。この点については今後検討を行っていく予定である。

表-3 試験体の配合

最大寸法 (mm)	スランブ (cm)	空気量(%)	水セメント 比(%)	細骨材率(%)	単位量(kg/m ³)			
					水	セメント	細骨材	粗骨材
25	8	4	45	42	163	365	738	1070

表-4 推定された熱特性値

熱伝導率(W/m/K)	2.7
体積比熱(kJ/m ³ /K)	2530
断熱温度上昇量 Q(t) (K)	Q(t)=60.44(1-exp(-1.763(t-0.05)))
上表面の熱伝達率(W/m ² /K)	12
断熱材の熱伝達率(W/m ² /K)	1

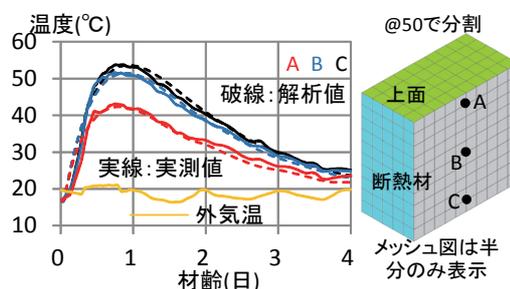


図-6 温度履歴のカーブフィッティング結果

4.2 分岐したパイプを使用したパイプクーリング実験に基づく拡張された温度解析コードの検証

分岐したパイプレイアウトを施した小型コンクリート試験体を作製し、水和熱測定実験を実施し、得られた温度履歴を基に、拡張されたFEM温度解析コードの検証を試みた。図-5に試験体概要を示す。全ての試験体は0.5m×0.5m×0.5mの立方体であり、全ての側面および底面は発泡スチロール製の断熱材(厚さ50mm)にて覆われている。断熱材の外側には型枠が設置されている。試験ケースとして、パイプ無し、一本続きのパイプおよび分岐したパイプの3ケース設定した。分岐したパイプのケースについては、前節で述べたことに基づき、T型のパイプを水平に配置することにした。図中の赤丸は熱電対を埋め込んだ位置である。パイプとして電縫鋼管(厚さ1.6mm)を使用した。試験体の配合を表-3に示す。使用したセメントは早強ポルトランドセメントである。混和剤として標準形(1種)のポリカルボン酸エーテル系高性能AE減水剤を単位セメント量の0.5%添加している。全てのケースにおいて配合は同一である。17°C±3°Cの条件下でコンクリートを練り混ぜ型枠に打設した。打設完了直後から試験体部のコンクリート温度、および外気温の計測を開始した。パイプ無し以外のケースにおいては、打設後1日から、通水口から270/minで3日間通水を開始した。いずれのケースも、通水口での水温は20±1°Cであった。まず、パイプ無しのケースに対して、ひび割れ制御指

針2008⁷⁾に基づきFEM温度解析を実施し、実測値と解析値がほぼ一致するように断熱温度上昇量や熱伝達率を微調整することにより、熱特性値を推定した。推定した熱特性値を表-4に、温度履歴の実測値と解析値のカーブフィッティングの結果を図-6に示す。解析においては外気温の実測値履歴を入力値として使用している。また、図中の記号は図-5における熱電対位置を表す記号と対応している。これらの点については以降も同様である。

次に、推定された熱特性値を一本続きのケースにそのまま適用することで、一本続きのケースに対するFEM温度解析を実施した。パイプ壁面の熱伝達率 α_w については、溝渕らが提案した次式を用いて決定した²⁾。

$$\alpha_w = -0.06u^2 + 14.5u - 198 \text{ (kcal/m}^2\text{/hr/K)} \quad (10)$$

なお、流速 u の単位はcm/secであり、 u の適用範囲は20cm/secから70cm/secの間である。一本続きのケースにおける温度履歴の実測値と解析との比較を図-7に示す。クーリング直前までは温度履歴の解析値は実測値と若干異なっているが、クーリング開始時点の温度の解析値は実測値とほぼ同様となっていることから、これらの違いがクーリング以降の検討に大きな影響を及ぼさないと考えた。クーリング直後において、解析値は実測値よりも

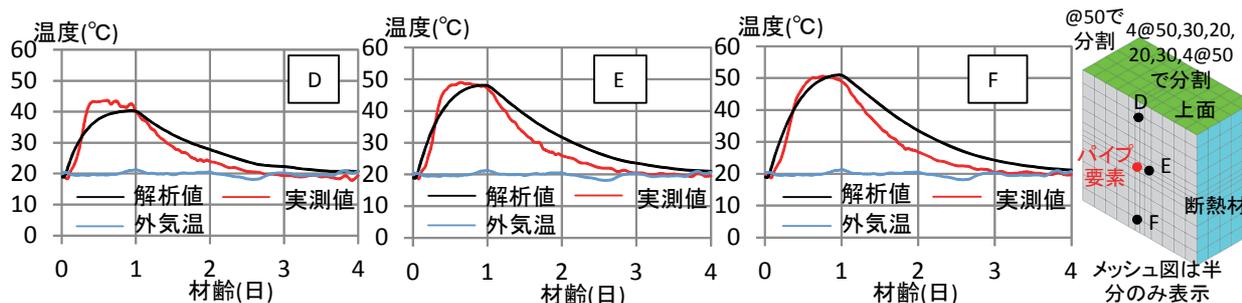


図-7 一本続きのケースにおける温度履歴の比較

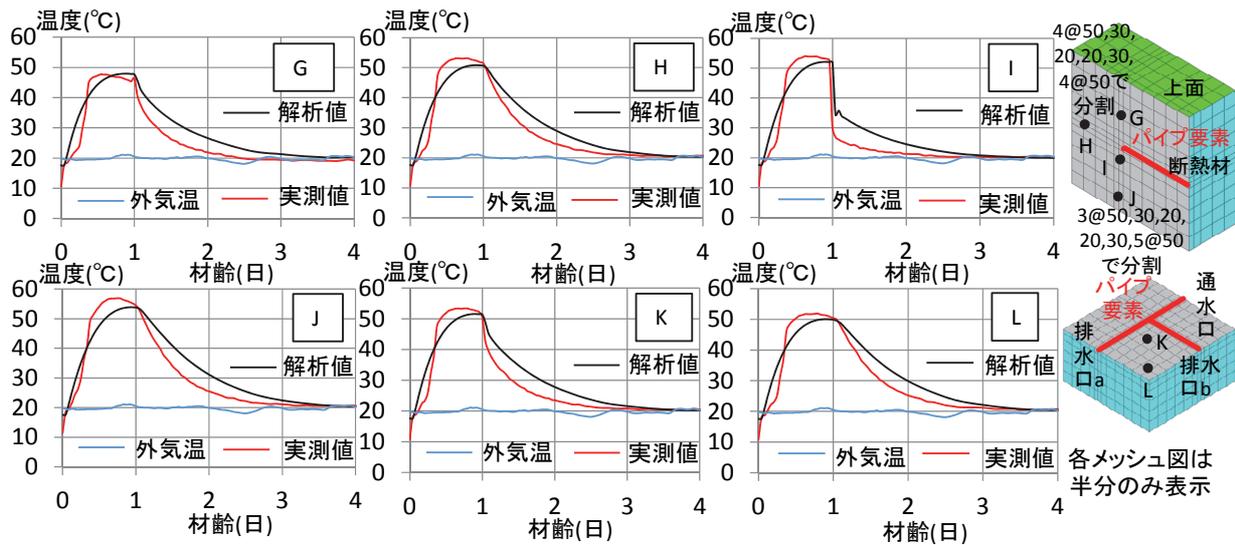


図-8 分岐したパイプのケースにおける温度履歴の比較

若干大きくなっているが、概ね実測値を捉えている。

最後に、推定した熱特性値およびパイプに関する熱特性値を用いて、分岐したパイプのケースに対するFEM温度解析を実施した。温度履歴の実測値と解析値との比較を図-8に示す。パイプ内流量の実測値は排水口aで14.5(14.3)ℓ/min、排水口bで12.5(12.7)ℓ/minであった。なお、カック内数値は節点水頭法による解析値である。温度履歴の実測値と解析値は概ね一致していることがわかる。なお、一本続きのパイプ、分岐したパイプの両ケースにおいて、全ての排水口の水温については、実測、解析とも、20~21℃の範囲であった。これは、試験体寸法自体が小さく、移流の効果が極めて小さいことが原因である。その点については、今後さらに検討する必要があるが、室内試験レベル、かつ分岐したパイプを水平に配置した範囲においては、拡張したFEM温度解析コードの妥当性が確認された。

5. おわりに

本論文では、パイプクーリングに関する実験結果を基に、既に著者らによって拡張されたFEM温度解析コードの検証を行った。本論文の範囲で得られた結論は以下の通りである。

- 既往のパイプクーリング試験結果を基に検証した結果、拡張されたFEM温度解析コードは、コンクリート要素内部にパイプレイアウトを施した場合でも、従来のFEM温度解析コードと同等な精度の解を与えることが確認された。
- 室内試験レベルかつパイプを水平に配置する範囲においては、拡張されたFEM温度解析コードは、分岐したパイプクーリング問題に概ね適用可能であることが確認された。

謝辞

本研究の一部は、名城大学自然災害リスク軽減研究センター(代表者：小高猛司)と、JSPS科研費25420467の助成を受けて実施したものである。また、本研究を遂行するにあたり、LECOM研究会の委員の方々から貴重なご意見を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 田辺忠顕, 山川秀次, 渡辺朗: パイプクーリングにおける管壁面の熱伝導率決定ならびに冷却効果の解析, 土木学会論文集, 第343号, pp.171-179, 1984.3
- 2) 溝渕利明, 成田総一郎, 都築慶剛, 平戸裕之, 田辺忠顕: マスコンクリートにおけるパイプクーリングによる熱除去効果に関する研究, 土木学会論文集, No.665, V-49, pp147-163, 2000.8
- 3) Ishikawa, Y., Mizobuchi, T. and Tanabe, T.: Development of FEM Thermal Analysis for Concrete Structures with Pipe Cooling System, Proc. of Concreep9, pp.491-498, 2013.9
- 4) 池村譲, 石川靖晃: 管網配管レイアウトを考慮できるパイプクーリング解析手法の構築, 第23回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集, pp59-64, 2014.10
- 5) 西岡真帆, 井上敏弘, 不破崇博, 山本康広: マスコンクリートPC梁のパイプクーリングによる温度ひび割れ制御, コンクリート工学年次論文集, Vol.25, No.1, pp.1067-1072, 2003.7
- 6) 高桑哲男: 配水管網の解析と設計, 森本出版, 1979.8
- 7) 社団法人日本コンクリート工学協会: マスコンクリートのひび割れ制御指針2008, 2008.11