

論文 メソスケールでの引張強度のばらつきがコンクリートの圧縮破壊に及ぼす影響の解析的評価

今野 克幸^{*1}・小野 達仁^{*2}・佐藤 靖彦^{*3}

要旨：モルタルの引張試験からモルタルの引張強度の確率分布モデルにはワイブル分布が適合することを示した。そして、剛体バネモデルの要素間の引張強度分布に対してワイブル分布モデルを適用し、モルタル供試体とコンクリート供試体、そして再生コンクリート供試体の解析を行った。解析結果の考察をとおして、メソスケールでの引張強度のばらつきがコンクリートの圧縮破壊性状に影響を及ぼすことを示した。

キーワード：剛体バネモデル、要素間の引張強度分布、ワイブル分布

1. はじめに

剛体バネモデルは、コンクリートの破壊現象を解析的に検討する際の有力な数値計算モデルであり、中村ら¹⁾、そして長井ら²⁾によってその有効性が示されてきた。剛体バネモデルは任意の位置にひび割れを生じうる離散ひび割れモデルであり、コンクリートに生じるひび割れを直接的に表現できる利点がある。剛体バネモデルは隣接する2つの剛体要素間において、それら境界面に垂直なバネ（以降、垂直バネと呼ぶ）とせん断方向のバネがあり、垂直バネの応力が与えられた強度に達するとバネが破断し垂直方向だけでなくせん断方向の力の伝達が失われる。これにより隣接する2つの剛体要素間にひび割れが発生したと見なすことができる。垂直バネの強度は解析対象となるコンクリートの強度を支配する要因となるため、垂直バネの強度を如何に与えるかが重要となる。長井らは、剛体バネモデルの構成則を開発し、コンクリートの破壊現象を定性的に再現することに成功した²⁾。それら構成則の一つとして、隣接する2つのモルタル要素間、或いはモルタル要素と粗骨材要素間の垂直バネの強度、つまり要素間の引張強度に正規分布を仮定した。そして、大岩ら³⁾は、コンクリートの破壊挙動を定量的に再現するために長井らの構成則の再評価を行った。その中で要素間の引張強度分布の有無が圧縮力を受けるコンクリートの応力ひずみ関係に影響を与えることを示した。ただし、引張強度の確率分布の形状についての検討は無かった。一方、解析供試体の強度が実供試体の強度に一致するように要素間の引張強度を同定することが可能である。言い換えると、要素間の引張強度を一定値としてコンクリートの破壊を定量的に評価することができる。このような背景から、メソスケールでの引張強度のばらつきがモルタル及びコンクリートの破壊、特に圧縮破壊に与える影響についての議論は必ずしも十分ではな

いと思われる。また、数値解析に用いる構成則は可能な範囲で実験的な裏付けがあるものを用い、その結果としてコンクリートの破壊挙動が定性的あるいは定量的に再現されることが望ましいと考える。特に、ひび割れを直接的に表現できる剛体バネモデルの特徴を活かすには、コンクリートの破壊挙動の定性的な評価が大事である。よって、本研究では、まず、要素間の引張強度分布として実験に基づいたモデルを作成し、これを長井らの剛体バネモデルプログラムに導入する。そして、2.2節において、要素間の引張強度分布の違いがモルタルの圧縮破壊性状に与える影響について検討する。なお、本論で用いる剛体バネモデルは二次元なので、円柱試験体の実験値との単純な比較は必ずしも適当ではない。そのため、コンクリートの破壊挙動を定性的に再現できることが既に表示されている長井らの正規分布モデルとの比較によって引張強度分布モデルの検証をする。さらに、3章では普通コンクリートと再生コンクリートの圧縮破壊の解析を行う。以上より、剛体バネモデルにおける要素間の引

表-1 モルタルの配合

W / C (%)	空気量 (%)	S / C
40	7.6	1.61
	7.7	1.61
45	7.8	1.94
50	7.9	2.24
	7.8	2.24
55	7.8	2.55
60	7.7	2.83
65	7.6	3.16

W：水， C：セメント， S：細骨材

表-2 検定結果

W/C (%)	D_{max}	
	正規分布	ワイブル
40	0.0754	0.0616
	0.0962	0.0776
45	0.0764	0.0681
50	0.1160	0.1050
	0.0745	0.0686
55	0.0920	0.0882
60	0.0857	0.0716
65	0.1100	0.1050

*1 北海道科学大学 工学部都市環境学科教授 博士(工) (正会員)

*2 株式会社シー・イー・サービス 構造部 修士(工)

*3 北海道大学大学院 工学研究院北方圏環境政策工学部門准教授 博士(工) (正会員)

張強度分布，つまりメソスケールでの引張強度のばらつきがモルタル及びコンクリートの圧縮破壊に及ぼす影響について考察する。

2. モルタル引張強度の確率分布

2.1 モルタルの引張試験

(1) 引張試験の概要

モルタルの引張強度の確率分布を調べるために，最小断面 $2.54 \times 2.54 \text{ cm}$ のひょうたん型モルタルブリケットを用いた引張試験を行った。モルタルの配合は表-1 に示すとおりで，実験変数は水セメント比とした。供試体を作製する際に用いた細骨材は表乾密度 2.68 g/cm^3 ，吸水率 1.55% の沙流川産川砂，セメントは密度 3.16 g/cm^3 の普通ポルトランドセメントであり，混和剤として AE 剤を用いた。打設後，室内で 24 時間湿布養生した後，供試体を脱型し，材齢 28 日まで 20°C で水中養生した。なお，各実験変数に対して供試体を 50～57 個用意した。コンクリート強度のばらつきには技術的なばらつきと材料の本質的なばらつきがあるとされており⁴⁾，本研究では，技術的なばらつき，すなわち測定誤差，締固めや養生等の製作誤差，荷重の偏心等が無いよう留意した。

(2) 引張試験の結果

引張強度のヒストグラムの形状は，図-1 に一例を示すように正規分布よりワイブル分布に近いと思われた。ワイブル分布は，一般に脆性個体の破壊強度の確率分布として認められており⁵⁾，モルタルに関しては，例えば文献 6 にその曲げ強度がワイブル分布に従うことが示されている。したがって，ワイブル分布と正規分布の二つの確率分布に絞り，それらの適合度を比較検討するためにコルモゴロフスミルノフ検定を行った。検討に用いたワイブル分布の確率密度関数を式(1)に示す⁵⁾。

$$f(x) = \beta m x^{(m-1)} \exp(-\beta x^m) \quad (1)$$

ここに， β (>0) は尺度のパラメータ， m (>0) は形のパラメータ， $x \geq 0$

正規分布を仮定する場合は引張強度の平均値と標準偏差により理論分布関数が与えられ，ワイブル分布を仮定する場合は図-2 に示すようなワイブル確率紙上の回帰直線の傾きと切片の値がそれぞれパラメータ m と $\log \beta$ を表すので⁷⁾，これにより理論分布関数が与えられる。表-2 は検定結果より得られた $D_{\max}$ の値について正規分布とワイブル分布の比較を示したものである。 $D_{\max}$ とは理論分布関数 $F(x)$ と標本累積度数 $S_n(x)$ を比較し，それらの差の絶対値 D_n の最大値であり，仮定する確率分布が 2 つある場合， $D_{\max}$ の値が小さい方の確率分布に対して適合度が高いことになる。表-2 より全ての試験シ

表-3 水セメント比とワイブル分布のパラメータ

水セメント比 (%)	m	β
40	9.47	$e^{-13.5}$
	11.6	$e^{-16.5}$
45	11.1	$e^{-14.9}$
50	7.79	$e^{-9.40}$
	8.54	$e^{-10.1}$
55	10.5	$e^{-11.8}$
60	7.26	$e^{-7.46}$
65	8.09	$e^{-7.25}$

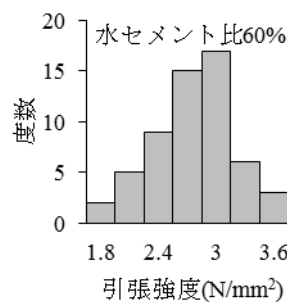


図-1 モルタル引張強度のヒストグラム

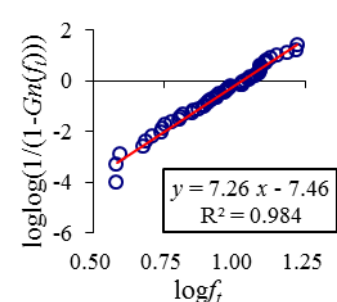


図-2 ワイブル確率紙上のモルタル引張強度

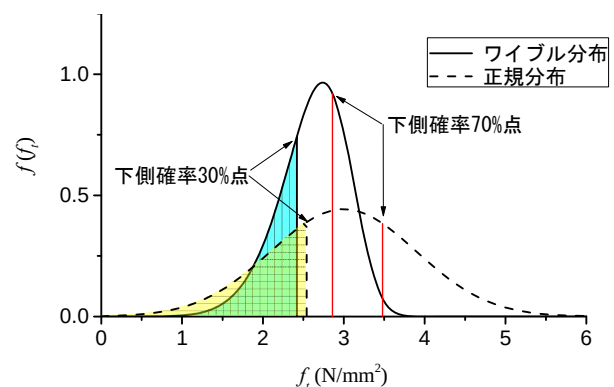


図-3 モルタルの解析における強度分布の確率密度関数

リーズにおいてワイブル分布と仮定した場合の方が $D_{\max}$ の値が小さく，本実験の範囲ではモルタルの引張強度の確率分布はワイブル分布で表わされると言える。パラメータ m と β をまとめたものを表-3 に示す。

2.2 モルタルの引張強度の確率分布にワイブル分布を適用した場合の解析

長井らのモデルにおいて，要素間の引張強度分布にワイブル分布を適用しモルタルの圧縮試験解析を行った。なお，ワイブル分布の確率密度関数のパラメータ m と β には，水セメント比が 60% の場合の値を用いた(表-3)。解析供試体の寸法は $100 \times 200 \text{ mm}$ で総要素数約 2500 個の Voronoi 分割とし，上面に鉛直下方方向の強制変位を与え，下面の鉛直方向は固定した。境界条件として，上下

両端面とも横方向を拘束したもの（端面拘束有り）と横方向を拘束しないもの（端面拘束無し）の2通りを用意した。要素間の引張強度分布の確率密度関数は、図-3に示すとおりで、要素間引張強度の平均値は、ワイブル分布において 2.62N/mm^2 、正規分布において 3.00N/mm^2 であった。なお、強度分布無しの場合は要素間引張強度として正規分布の場合の平均値を用いた。

端面拘束有りの場合についてモルタル供試体の変形を図-4に示す。なお、要素間の引張強度分布をワイブル分布とした場合と正規分布（長井らのモデル）の場合は圧縮ひずみが 3000μ のときの変形図、強度分布無しの場合は圧縮ひずみが 3500μ のときのものである。ワイブル分布、正規分布の場合は圧縮試験の典型的な対角線状のひび割れが現れたが、強度分布無しの場合は同様のひび割れの進展は見られなかった。図-5に示すように、端面拘束有りの場合、圧縮強度の差は僅かで応力ひずみ曲線に大きな差は見られない。一方、端面拘束無しの場合、圧縮強度の差は僅かであるが、軟化域に違いが現れた。また、強度分布無しの場合の圧縮強度はワイブル分布の場合の約1.8倍と大きな差があった。ワイブル分布と正規分布の確率密度関数に大きな違いがあるにも関わらず、圧縮強度に大きな差が見られなかったのは、次の理由によるものと考えられる。モルタル供試体の圧縮強度を決定するのは、メソスケールにおける引張強度が小さな要素群である。それらが例えば下側確率30%にあるものとすれば（図-3の塗りつぶし部分）、ワイブル分布と正規分布の下側確率が30%になるパーセント点の差は小さいので圧縮強度の差が小さくなる。一方、メソスケールにおける引張強度が比較的大きな要素群に着目する、例えば下側確率が70%となるパーセント点を見ると、ワイブル分布と正規分布では大きな差がある。そして、応力ひずみ曲線に現れた2つの確率分布の違いは軟化域である（端面拘束無しの場合）。したがって、メソスケールにおける引張強度が比較的大きな要素群は、圧縮力下での応力ひずみ曲線の軟化域に影響を与える可能性がある。また、ワイブル分布を用いた解析結果は正規分布の場合と比較して大きな差異は無かった。前述のとおり、この正規分布モデルを含む長井らの剛体パネモデルはコンクリートの破壊挙動を定性的に再現できることが既に示されているので、要素間の引張強度にワイブル分布を用いることの妥当性が間接的に示されたと考える。

3. モルタル引張強度及び粗骨材界面強度の確率分布モデルの定式化

3.1 確率分布の定式化

本節では、パラメータ m と β を水セメント比の関数として表し、要素間引張強度の確率分布を定式化する。

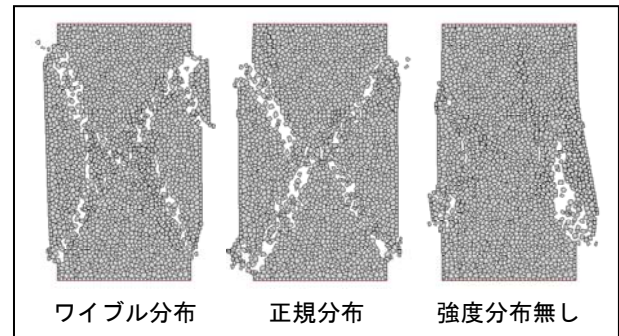


図-4 モルタル圧縮試験の変形図（端面拘束有り）

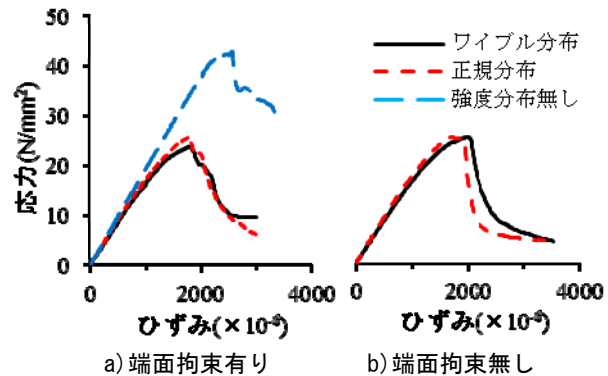


図-5 モルタル圧縮試験の解析における応力ひずみ

(1) モルタル引張強度の確率分布の定式化

前章ではモルタルの引張強度の確率分布はワイブル分布に適合することが示された。ワイブル分布は最弱リンク説から導き出されるものであり、モルタルにおける弱いリンクとは主に空隙と言え。本論では、ワイブル分布のパラメータをモルタル中の空隙量を間接的に表しうる水セメント比の関数として表した。本研究で行ったモルタルブリケットの引張試験では空気量がほぼ一定であったため、モルタル中の空隙量を直接的に表しうるセメント空隙比を用いなかったのである。ワイブル分布のパラメータ m と水セメント比の関係、そしてパラメータ β の対数と水セメント比の関係はそれぞれ図-6 と図-7 に示すとおりで、何れも線形近似し比較的良好な相関を示した。その結果、パラメータ m と β の対数は水セメント比によってそれぞれ式(2)と式(3)として表される。

$$m = -11.6(W/C) + 15.2 \quad (2)$$

$$\log \beta = 33.0(W/C) - 28.1 \quad (3)$$

ここに、 W/C は水セメント比

(2) 粗骨材界面の確率分布の定式化

粗骨材界面の強度の確率分布を調べるための実験は、モルタルの引張試験に比べ容易ではないので、モルタル同様ワイブル分布を仮定し、パラメータ m 、 β をそれぞれ式(2)、(3)をベースとして水セメント比の関数として

表した。すなわち、水セメント比が等しいとき、粗骨材界面の強度の平均値がモルタルの引張強度の平均値の60%と仮定したのである。なお、ワイブル分布の平均値 μ は式(4)で表される。

$$\mu = \left(\frac{1}{\beta} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(\frac{1}{m} + 1 \right) \quad (4)$$

ここに、 Γ なる記号はガンマ関数を表す

その結果、粗骨材界面の強度のワイブル分布のパラメータ m と β の対数は水セメント比によってそれぞれ式(5)と式(6)として表される。

$$m = -12.8(W/C) + 12.7 \quad (5)$$

$$\log \beta = 21.5(W/C) - 15.5 \quad (6)$$

水セメント比40%、60%のときの粗骨材界面の強度の確率密度関数の形状をモルタルのものと併せて図-8に示す。図-8に示されるようにモルタル引張強度と粗骨材界面強度の確率密度関数の重複が小さいので、モルタルにひび割れが発生する前に粗骨材界面のひび割れが発生する頻度がとても高くなる。

3.2 モルタル及び粗骨材界面の強度にワイブル分布モデルを導入した場合の解析例

長井らの強度分布モデルを前節で定式化したワイブル分布モデルに置き換えて、コンクリートと再生コンクリートの解析を行った。

(1) コンクリートの圧縮試験の解析

前節で定式化したワイブル分布モデル（式(2),(3),(5),(6)）において水セメント比を60%としてコンクリートの圧縮試験解析を行った。比較のために長井らの正規分布のモデルと強度分布無しの場合についても同じ要素分割を用いて解析を行った。解析供試体の寸法は100×200mm、総要素数約3200個とし、境界条件として上下両面とも横方向を拘束した上で、上面に鉛直下方向の強制変位を与え、下面の鉛直方向は固定した。コンクリート供試体の変形を図-9に示す。なお、ワイブル分布モデルを用いて解析した場合と正規分布の場合は圧縮ひずみが2500 μ 、強度分布無しの場合は圧縮ひずみが2800 μ のときのものである。ワイブル分布、正規分布の場合は圧縮試験時の典型的な対角線状のひび割れが現れ、強度分布無しの場合についてもそれに近いひび割れ性状となった。また、強度については、ワイブル分布モデルを用いて解析した場合と正規分布の場合の差は小さく、強度分布無しの場合の圧縮強度はワイブル分布モデルを用いた場合の1.4倍であった（図-10）。強度分布が有る

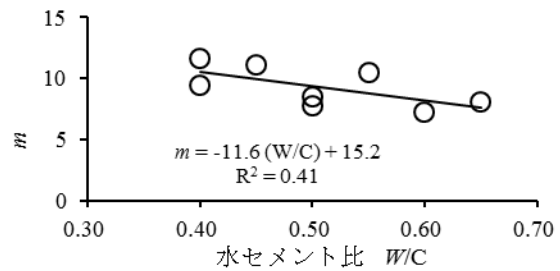


図-6 ワイブル分布のパラメータ m

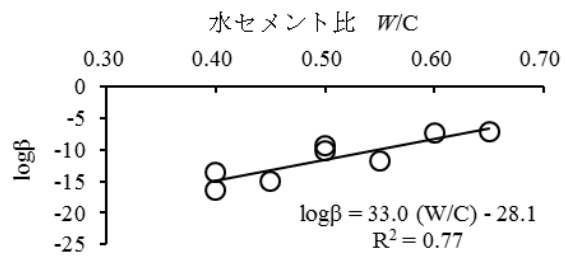


図-7 ワイブル分布のパラメータ $\log \beta$

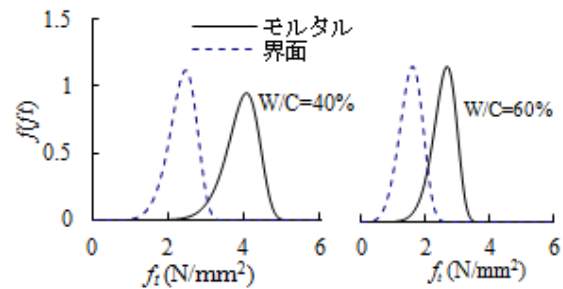


図-8 モルタルと骨材界面の確率密度関数

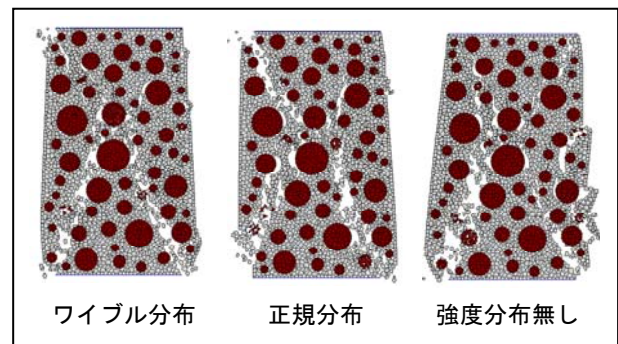


図-9 コンクリート圧縮試験の変形図

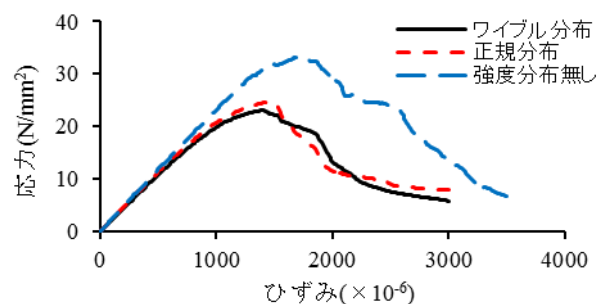


図-10 コンクリート圧縮試験解析における応力ひずみ

場合と強度分布無しの場合の圧縮強度の差は、モルタルの解析例（2.2 節）に比べると小さかった。これは粗骨

材の有無に起因すると考えられる。すなわち、コンクリート供試体では、粗骨材界面の引張強度はモルタル要素間の引張強度より小さいので粗骨材界面に沿ったひび割れが連結して破壊に至る。そのため、モルタル供試体を解析するときよりもモルタルの要素間の引張強度分布の有無の影響が小さくなると思われる。

(2) 再生コンクリートの圧縮試験の解析

本研究で用いたメソレベルの剛体パネモデルによる解析では、再生コンクリートは2種類の骨材界面を有するコンクリートと捉えることができる。すなわち、再生骨材における付着モルタルと原骨材の界面、そして再生骨材とモルタル（以降、付着モルタルと区別するため新モルタルと呼ぶ）の界面である。このような場合について、要素間の引張強度分布の有無が圧縮強度に与える影響を調べることを目的に表-4に示す再生コンクリート8ケースと普通コンクリートの解析を行った。そのため、ワイブル分布と正規分布の比較は行わなかった。本解析は二次元であるので付着モルタル量は、付着モルタルの再生粗骨材に対する面積割合で示した。境界条件は普通コンクリートの場合（3.2(1)）と同じで、総要素数は約3700個である。解析供試体の要素分割を図-11に示す。なお、普通コンクリートの解析には、要素間の引張強度分布にワイブル分布を用いた場合のみを行った。

再生コンクリートの強度について既往の研究⁹⁾では、セメント水比を大きくしても圧縮強度の増加の割合が小さく、再生粗骨材の吸水率が大きくなると圧縮強度は小さくなる傾向にある、という実験結果が示されている。また、この実験結果からはセメント水比が小さくなるにしたがって、再生粗骨材の吸水率が異なっても圧縮強度の差が小さくなり、普通コンクリートとの強度差も小さくなることが読み取れる。一般に再生粗骨材の吸水率が大きくなると付着モルタル量が多くなる。したがって、要素間の引張強度に分布が有る場合、再生コンクリートの圧縮強度と新モルタルの水セメント比の関係は、既往の研究⁹⁾で示されている実験結果と同様であると言える（図-12）。要素間の引張強度分布が無い場合の水セメント比が40%のときの圧縮強度は、要素間の引張強度に分布を与えて解析を行った場合と同程度で、水セメント比が60%では普通コンクリートより強度が高くなった。また、図-13は再生粗骨材界面と原骨材界面において、要素間の引張強度に達した垂直パネ、つまり破断した垂直パネの個数を供試体の軸ひずみを横軸として表したものであり、再生粗骨材界面と原骨材界面におけるひび割れ発生の推移が把握できる。水セメント比が40%の場合は、軸ひずみが1500 μ 付近までは再生粗骨材界面と原骨材界面の垂直パネの破断した個数は同程度である。一方、水セメント比60%の場合、再生粗骨材界面の垂直パネの

表-4 再生コンクリートの解析供試体

供試体名	強度分布	水セメント比		付着モルタル面積率
		新モルタル	付着モルタル	
w-m40r50-10	ワイブル分布	0.40	0.50	10 %
w-m50r50-10		0.50		
w-m60r50-10		0.60		
w-m40r50-30		0.40		30 %
w-m50r50-30		0.50		
w-m60r50-30		0.60		
c-m40r50-10	無し	0.40	0.60	10 %
c-m60r50-10		0.60		

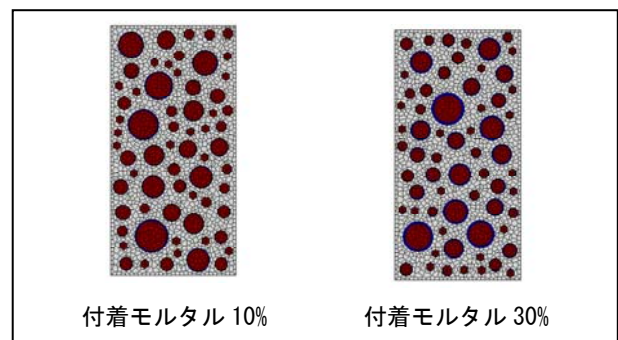


図-11 再生コンクリート解析供試体の要素分割図

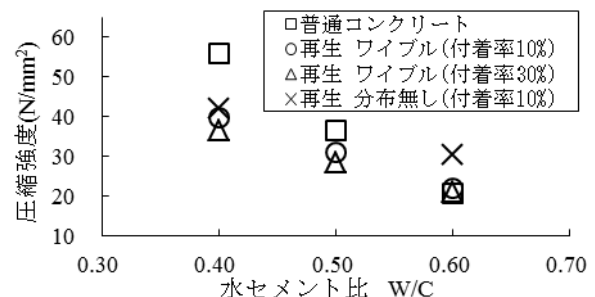


図-12 再生コンクリートの水セメント比と圧縮強度

破断の進行が原骨材より速くなっている。このような傾向は、要素間の引張強度分布が無い場合にも見られる。

通常、コンクリートの圧縮強度は粗骨材界面の付着強度の影響が大きく、さらに付着強度の支配的な因子は水セメント比である。そのため、水セメント比60%においては再生粗骨材の界面、すなわち新モルタルの水セメント比の影響が及ぶ境界面でのひび割れが卓越しており、破壊機構が普通コンクリートに近い。したがって、強度分布無しモデルで再生コンクリートを解析した場合は3.2(1)の結果と同様に圧縮強度が高くなり、要素間の引張強度に分布を与えた場合の再生コンクリートの圧縮強度は普通コンクリートと同程度になったと考えられる。そして、水セメント比が40%においては、再生粗骨材界面のひび割れ発生より低い荷重レベルで原骨材界面のひ

び割れ発生が多くなる。したがって、強度分布無しモデルで再生コンクリートを解析した場合においても普通コンクリートよりも強度が小さくなったと考えられる。よって、要素間の引張強度に適切な確率分布を与えなければ、普通コンクリートと再生コンクリートの強度の違いについて定性的評価を与えることすら難しいと考えられる。

4. まとめ

本研究では、初めにモルタルの引張試験を行い、その強度の確率分布はワイブル分布に適合することを示した。そして、長井らの剛体バネモデルの要素間の引張強度分布としてワイブル分布モデルを導入して、モルタル、コンクリート、そして再生コンクリートの解析を行った。その過程で得られた知見を以下に纏める。

- 1) モルタル供試体の圧縮試験の解析を行った結果、要素間の引張強度がワイブル分布、正規分布の場合は圧縮試験の典型的な対角線状のひび割れが現れたが、強度分布無しの場合は同様のひび割れの進展は見られなかった。そして、ワイブル分布の場合と正規分布の場合の圧縮強度の差は僅かであったが、強度分布無しの場合の圧縮強度はワイブル分布の場合の約 1.8 倍の値となった。モルタル供試体の圧縮強度を決定するのは、メソスケールにおける引張強度が小さな要素群と考えられ、メソスケールにおける引張強度が比較的大きな要素群は、圧縮力下での応力ひずみ曲線の軟化域に影響を与える可能性がある。
- 2) ワイブル分布のパラメータ m と水セメント比の関係、そしてパラメータ β の対数と水セメント比の関係を線形近似し比較的良好な相関を示した。また、それらパラメータを水セメント比の関数として定式化した。
- 3) コンクリートの圧縮試験の解析を行った結果、要素間の引張強度にワイブル分布を用いた場合と正規分布を用いた場合とでは、ひび割れ性状、圧縮強度ともに大きな差は見られなかった。強度分布有りの場合と強度分布無しの場合の圧縮強度の差は、モルタルの解析例に比べると小さかった。コンクリート供試体では、粗骨材界面の引張強度はモルタル要素間の引張強度より小さいので粗骨材界面に沿ったひび割れが連結して破壊に至る。そのため、モルタル供試体を解析するときよりもモルタルの要素間の引張強度分布の有無の影響が小さくなると思われる。
- 4) 再生コンクリートの圧縮試験の解析を行った結果、要素間の引張強度に分布が有る場合は、普通コン

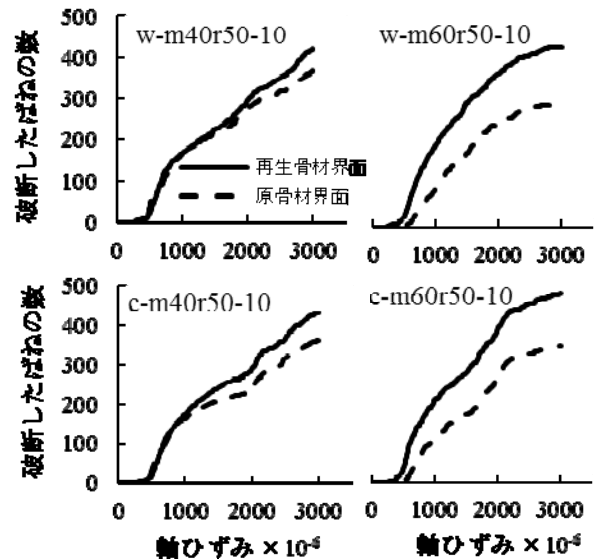


図-13 破断した垂直バネの数

クリートと再生コンクリートの強度の違いについて既往の研究による実験的事実と同様の結果を示したが、要素間の引張強度分布が無い場合は、普通コンクリートと再生コンクリートの強度の違いを評価することは難しいと考えられる。

参考文献

- 1) Shigehiko Saito, Hiroshi Hikosaka: Numerical Analyses of Reinforced Concrete Structures Using Spring Network Models, J.Materials, Conc.Struct., Pavements., JSCE, No.627/V-44, pp.289-303, 1999 August
- 2) Kohei Nagai, Yasuhiko Sato and Tamon Ueda : Mesoscopic Simulation of Failure of Mortar and Concrete by 2D RBMS, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol.2, No.3, pp.359-374, 2004
- 3) 大岩祐司, 佐藤靖彦: モルタルのメゾレベル RBMS 解析における構成則の再評価, コンクリート工学年次論文集, Vol.31, No.2, 2009.6
- 4) 永松静也: モルタル・コンクリート強度の統計的性質—均一性係数 β と変動係数について—, 日本建築学会論文集, vol.240, pp.9-19, 1976.2
- 5) 横堀武夫: 材料強度学第 2 版, 岩波全書, 1974.10
- 6) 大岸佐吉, 小野博宣, 高津学, 高津祥志: セメントモルタルの曲げ強度の確率論的考察, コンクリート工学年次講演会論文集, Vol.7, No.1, pp.269-272, 1985
- 7) 真壁肇: ワイブル確率紙の使い方 信頼性のための統計解析, 日本規格協会, 1966
- 8) 南波篤志, 阿部道彦, 棚野博之, 前田弘美: 再生コンクリートの品質改善に関する実験, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.2, pp.65-70, 1995.6