

論文 鉄筋コンクリート部材内にあるダウエル鉄筋の荷重変形関係

阿野田 瑛二^{*1}・片平 直也^{*2}・高橋 之^{*3}・市之瀬 敏勝^{*4}

要旨：鉄筋コンクリート部材において、打ち継ぎによる接合面などですべり変形が生じる際、鉛直方向の鉄筋にダウエル作用が生じる。本研究では鉄筋のダウエル効果を解析的に求めることを目的とし、鉄筋とコンクリートの材料特性を単純化したモデルで仮定し、ダウエル抵抗をする鉄筋を要素分割した離散化モデルを使用して荷重増分解析を行った。本研究で得られた解と既往の実験結果とを比較し、ダウエル抵抗による荷重変形関係を適切に評価できることを確認した。また得られた解析結果から、ダウエル抵抗による荷重変形関係の折れ線モデルを提案し、離散化モデルによる荷重増分解析よりも簡便に評価できることを確認した。

キーワード：ダウエル効果, 離散化モデル, 荷重増分解析, すべり変形, 荷重変形関係

1. はじめに

コンクリートの中に埋め込まれたダウエル鉄筋の最大耐力に関する検討は多くなされている¹⁾が、剛性に関する研究は少なく、ダウエル作用に関して荷重変形関係を簡便に評価する方法は確立されていない。

大淵ら²⁾は荷重変形関係の算出法を提案しているが、この方法はダウエル鉄筋が全塑性に達するときの変形を算出することに主眼が置かれており、初期剛性が高く評価される傾向にある。また、大変形時の耐力を過大評価する傾向もみられている。大久保ら³⁾も荷重変形関係を算出する方法を提案しているが、大変形時の評価に主眼が置かれており、ダウエル鉄筋が全塑性に達するまでは剛性が変化しないと仮定している。

著者らは、ダウエル鉄筋の荷重変形関係を解析的に検討してきた⁴⁾が、鉄筋の一部が降伏応力度に達すると、剛性低下を考慮しないと実験結果を評価できなかった。同様の結果が文献⁵⁾でも報告されている。

そこで本研究ではダウエル鉄筋を離散化したモデルを使用し、非線形解析を行うことによって荷重変形関係の検討を行う。また、得られた結果をもとに、荷重変形関係を簡略化して計算する方法を提案する。

2. 解析方法

2.1. 解析モデル

打ち継ぎによる接合面などでは、水平方向にすべり変形を生じる可能性がある。そこで、この変形を単純化した解析モデルを設定し、図-1に示す。モデルに水平力が生じる際、接合面における摩擦による抵抗はなく、すべて鉄筋のダウエル効果によって抵抗するものとする。また、そのとき鉄筋は、境界面に関して逆対称に変形すると考えられる。したがって、接合面より下半分の変形を

2倍することにより、全体変形を求める。

解析するにあたって、ダウエル抵抗する鉄筋を n 個の要素に分割して考える。要素1つの高さを h 、接合面から i 番目の要素を要素 i とし、図-2に示す。このとき、要素 i の上端のモーメントと曲率を M_i , ϕ_i と定義し、要素 i の上端で外力 P_i とコンクリート反力 R_i を負担すると仮定すると、要素内のせん断力 Q_i は一定である。また、1つの要素を剛体とすると、要素内の回転角 θ_i も一定であると見なすことができる。

2.2. 材料特性

コンクリートの抵抗範囲を図-3に示す。鉄筋による圧縮応力が一様に分布していると仮定する。このとき、文献¹⁾より、コンクリートの抵抗範囲は鉄筋径の2倍であると仮定する。これにより、コンクリートの変形 δ はひずみ ϵ 、鉄筋径 d_b を用いて以下の関係が得られる。

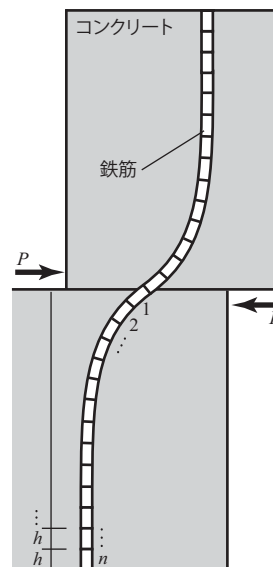


図-1 解析モデル

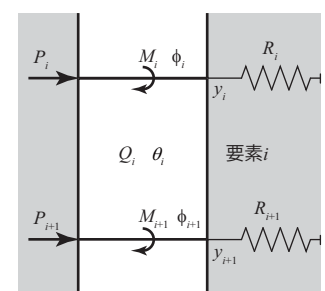


図-2 要素の詳細

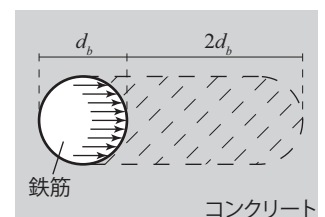


図-3 抵抗範囲

*1 名古屋工業大学 工学部建築・デザイン工学科

*2 名古屋工業大学院 社会工学専攻 (正会員)

*3 名古屋工業大学 工学部建築・デザイン工学科 助教・博士(工学) (正会員)

*4 名古屋工業大学 工学部建築・デザイン工学科 教授・工学博士 (正会員)

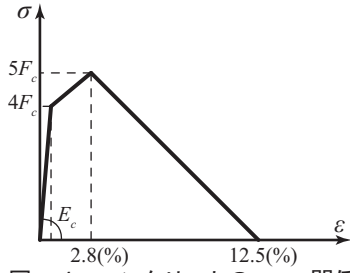


図-4 コンクリートの $\sigma - \varepsilon$ 関係

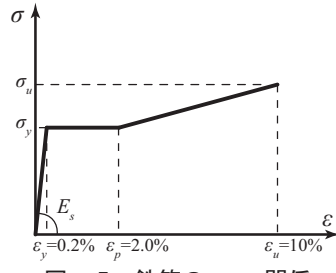


図-5 鉄筋の $\sigma - \varepsilon$ 関係

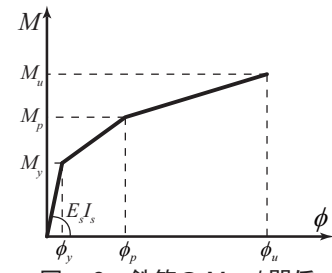


図-6 鉄筋の $M - \phi$ 関係

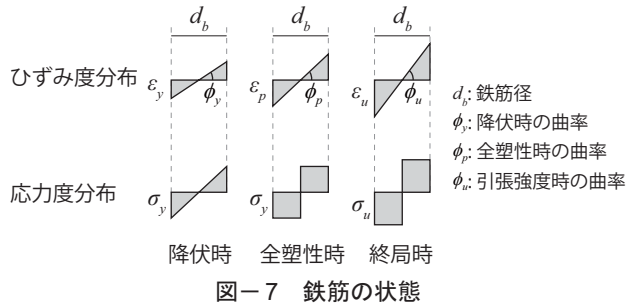


図-7 鉄筋の状態

$$\delta = \varepsilon \cdot 2d_b \quad (1)$$

図-4にコンクリートの $\sigma - \varepsilon$ 関係を示す。既往のダウエル抵抗における応力伝達の研究³⁾より、剛性は最大応力に達する前に低下することから、初期剛性を E_c (E_c : コンクリートのヤング係数)とし、最大応力の80%の位置で剛性が低下するトリニア型とした。また、鉄筋がコンクリートを圧縮する応力は、実際には3次元であるため、状況を把握し難い。そこで、圧縮応力が一様に分布していると仮定し、既往の研究¹⁾より、コンクリートの最大圧縮応力度を一軸圧縮強度 F_c の5倍とした。また、このときの最大応力時のひずみ、応力がゼロとなるひずみも文献⁶⁾より決定した。

図-5、図-6に鉄筋の $\sigma - \varepsilon$ 関係および $M - \phi$ 関係を示す。応力ひずみ関係は初期剛性を E_s (E_s : 鉄筋のヤング係数)とし、降伏ひずみ ε_y を0.2%、ひずみ硬化開始時のひずみ ε_p を2%、引張強度時のひずみ ε_u を10%とした。また、モーメント曲率関係については、降伏モーメント M_y 、全塑性モーメント M_p 、終局モーメント M_u をそれぞれ直線で結んだトリニア型とし、鉄筋の最外縁の応力とひずみを図-7のように定義することで曲率を算出した。さらに、モーメントについては以下の式より算出した。

$$M_y = Z \cdot \sigma_y = \frac{\pi \sigma_y d_b^3}{32} \quad (2)$$

$$M_p = Z_p \cdot \sigma_y = \frac{\sigma_y d_b^3}{6} \quad (3)$$

$$M_u = Z_p \cdot \sigma_u = \frac{\sigma_u d_b^3}{6} \quad (4)$$

ただし、 Z は断面係数、 Z_p は塑性断面係数、 σ_y は鉄筋の降伏強度、 σ_u は鉄筋の引張強度である。

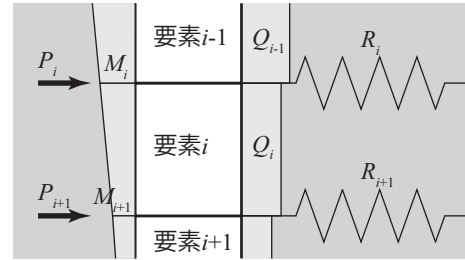


図-8 外力、反力、せん断力、モーメントの関係

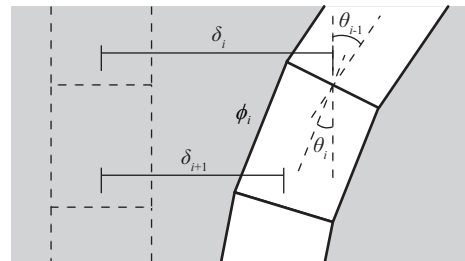


図-9 曲率、回転角、変形の関係

2.3. 計算方法

本研究では、外力を境界面のみに作用させて増分解析を行った。

図-8に要素 i に作用する外力、コンクリート反力、せん断力および曲げモーメントを示す。要素 i の上端における力の釣合条件は式(5)のように表される。全ての要素について力の釣合条件をまとめると式(6)のようになる。

$$P_i = Q_i - Q_{i-1} + R_i \quad (5)$$

$$\{P\} = [A]\{Q\} + \{R\} \quad (6)$$

ただし、

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & & \\ 0 & -1 & 1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

なお、式(7)の導出にあたっては境界条件として式(8)の関係を使用している。

$$P_i = Q_i + R_i \quad (8)$$

コンクリート反力は、図-4に示すコンクリートの $\sigma - \varepsilon$ 関係からコンクリートに作用する応力を求め、応力を受ける面積を図-3に示す抵抗範囲に要素高さ h を掛けた値とすることで、変形より算出され、式(9)で表される。

$$\{R\} = [K_\delta] \{\delta\} \quad (9)$$

ただし、

$$[K_\delta] = \begin{bmatrix} k_{\delta 1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_{\delta 2} & 0 & & \\ 0 & 0 & k_{\delta 3} & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & & & & k_{\delta n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

本研究では増分解析を行っているため、 $k_{\delta 1} \sim k_{\delta n}$ は各要素の変位に応じて図-4の接線剛性を使用している。

また、要素 i のせん断力とその上下のモーメントは式(11)に示す関係が成立しており、これを全要素に関してまとめると式(12)のようになる。

$$Q_i = \frac{M_{i+1} - M_i}{h} \quad (11)$$

$$\{Q\} = \frac{1}{h} [B] \{M\} \quad (12)$$

ただし、

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & & \\ 0 & 0 & -1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & & & & -1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

なお、式(13)の導出にあたっては、境界条件として $M_1=0$ および $M_{n+1}=0$ を使用している。これは後述のように、十分な長さを解析することを前提として、最深部では曲げモーメントをゼロに近似できると考えたからである。

図-9に要素 i に作用する変形、回転角、曲率を示す。要素内の回転角の分布を線形補間したとき、要素 i の上端における曲率は式(14)のように表される。これを、全ての要素についてまとめると式(15)のようになる。

$$\phi_i = \frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{h} \quad (14)$$

$$\{\phi\} = -\frac{1}{h} [B]^T \{\theta\} \quad (15)$$

なお、式(15)の導出にあたっては、境界条件として $\phi_1=0$ を使用している。

また、回転角と変形の関係についても、要素内における変形量の分布を線形補間することで曲率と回転角と関係と同様に考えることができ、その関係式を式(16)に示す。これを全要素についてまとめると式(17)のようになる。

$$\theta_i = \frac{\delta_{i+1} - \delta_i}{h} \quad (16)$$

$$\{\theta\} = -\frac{1}{h} [A]^T \{\delta\} \quad (17)$$

ただし、式(17)の導出にあたっては、境界条件として $\delta_{n+1}=0$ を使用している。これは、曲げモーメントの境界条件と同様に、十分な長さを解析することを前提としている。

要素内のモーメントと曲率の関係式は、図-5の鉄筋の $M-\phi$ 関係によって決定し、式(18)、(19)で表される。

$$M_i = k_{\phi i} \cdot \phi_i \quad (18)$$

$$\{M\} = [K_\phi] \{\phi\} \quad (19)$$

ただし、

$$[K_\phi] = \begin{bmatrix} k_{\phi 1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_{\phi 2} & 0 & & \\ 0 & 0 & k_{\phi 3} & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & & & & k_{\phi n} \end{bmatrix} \quad (20)$$

本研究では増分解析を行っているため、 $k_{\phi 1} \sim k_{\phi n}$ は各要素のモーメントに応じて図-6の接線剛性を使用している。

全要素についてまとめた各式(6)、(9)、(12)、(15)、(17)、(19)をそれぞれ代入することで外力と変形の関係の式(21)が得られる。

$$\{P\} = \frac{1}{h^3} \left([A] [B] [K_\phi] [B]^T [A]^T + [K_\delta] \right) \{\delta\} \quad (21)$$

$$\{P\} = [K] \{\delta\} \quad (22)$$

式(22)より、任意の外力を入力することで、コンクリート中のダウエル効果による鉄筋の変形を算出することができる。

3. 解析結果

今回の解析の妥当性を検証するため、吉田らによる型枠コンクリートブロック造耐震壁の実験⁷⁾について要素数200個、要素高さ1mmとして増分解析を行い、実験値と比較した。図-10に試験体のモデル、表-1に実験に用いられた鉄筋とコンクリートの材料特性を示す。試験体は型枠状ブロックの空洞にコンクリートを充填したもので、接合面における摩擦抵抗の影響を排除するため、接合面を平坦に仕上げ、テフロンシートを設置している。また、大淵らによるプレキャストRC部材接合部のすべり変形を考慮したばね耐力の算定式²⁾についても吉田らの実験の解析を行い、本研究による解析結果と比較した。

図-11に各鉄筋径における本研究と文献2)の解析結果、および実験値の平均せん断応力度-変形量関係を示す。図中の赤の実線は現場打ち同等型プレキャスト鉄筋コンクリート構造設計指針(案)・同解説⁸⁾の強度式に

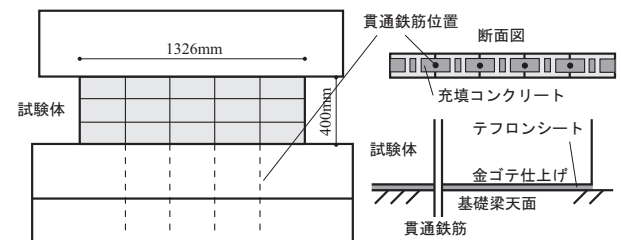
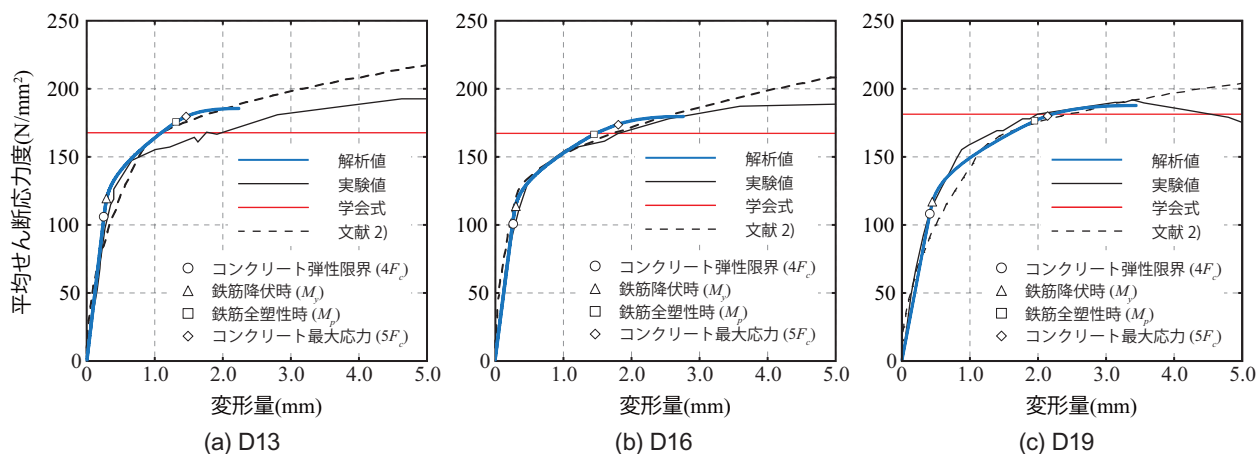


図-10 試験体モデル

表-1 材料特性

試験体	鉄筋			コンクリート	
	鉄筋径 d_b (mm)	ヤング係数 E_s (N/mm ²)	降伏点強度 σ_y (N/mm ²)	ヤング係数 E_c (N/mm ²)	圧縮強度 F_c (N/mm ²)
DC-4D13I-0	13	171000	360	23800	28.7
DC-4D16I-0-2	16	179000	346	29300	29.7
DC-4D19I-0	19	177000	386	23200	31.3



図一11 荷重変形関係

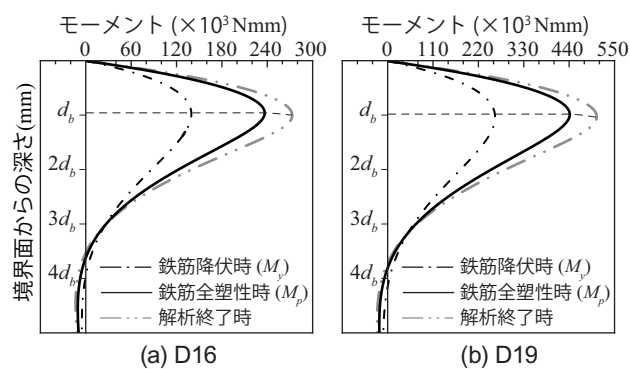
より算出したものである。なお、本研究は、解析時に荷重の増分が1 N 以下になったとき、解析を終了した。解析結果をみると、どの鉄筋径においても鉄筋降伏後、緩やかにせん断応力度が上昇し、鉄筋の局部全塑性点(□印)に達した直後にコンクリートの最大応力点(◇印)に達し、その後応力は一定となった。

鉄筋降伏後の剛性をみると、D13の実験値はせん断応力度が150 N/mm²以降に剛性の低下が大きく、解析結果と合わなかったものの、D16とD19では実験値と解析結果がよく一致していることがわかる。解析結果の最大応力はD13で185 N/mm²、D16で180 N/mm²、D19で188 N/mm²であった。一方、実験結果の最大応力はD13で205 N/mm²、D16で190 N/mm²、D19で190 N/mm²であったことから、最大応力についても適切に評価できたとと言える。

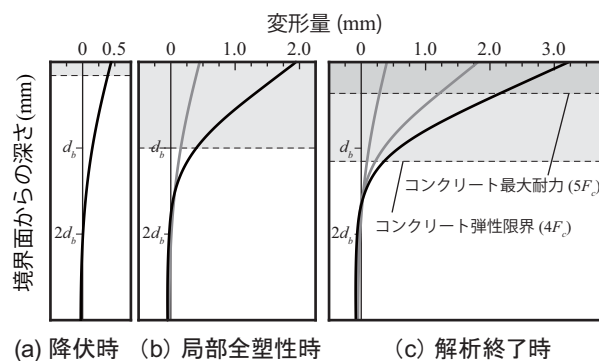
図一12にD16、D19を用いた試験体における深さ方向のモーメント分布を示す。なお、縦軸の深さについては鉄筋径の倍数表示としている。図一12中の水平方向に引かれた破線は、モーメントの最大点の推移を示したものである。図一13にD19を用いた試験体における深さ方向の変形量の変化を示す。図一13中の灰色の実線は以前の変形量を示している。

図一12より、鉄筋が局部全塑性に達するまでは、モーメントが増加していく際、モーメントが最大となる点は変わらず、鉄筋径とほぼ等しい深さであることが読み取れる。一方、鉄筋の局部全塑性後は、モーメントの最大点がわずかに下がることが確認できた。また、プレキャスト鉄筋コンクリートの接合部における鉄筋の必要定着長さは $8d_b$ ⁸⁾であるが、深さ $3d_b$ 以下ではモーメントの増加が見られず、 $4d_b$ 以下ではモーメントがほぼゼロであった。本研究の解析では完全付着を仮定しているため、実際の挙動を完全に模擬しているとは言いがたいが、鉄筋の変形は浅い部分に集中していると考えられる。

図一13より、境界面の変形に関わらず、変形は深さ d_b よりも浅い地点に集中していることが確認できる。鉄筋



図一12 モーメント分布



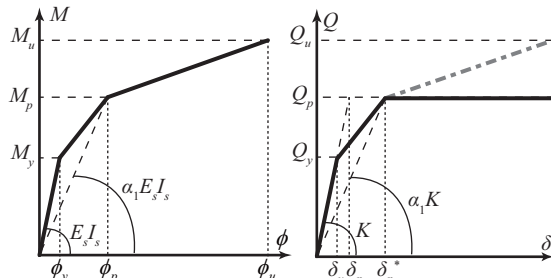
図一13 深さ方向の変形量の変化 (D19)

の局部全塑性時以降では、モーメントが最大となる点とコンクリートが塑性化している点が深さ d_b 付近であり、深さ d_b 付近にヒンジが発生して変形が大きくなったと考えられる。また、深さ $1.5d_b$ 以下では変形がほとんど見られないことが確認された。

4. 荷重変形関係の略算法

得られた解析結果をもとに、コンクリート中における鉄筋のダウエル効果の荷重変形関係を簡便に表すことのできる折れ線モデルを提案する。

折れ線モデルを提案するにあたり、コンクリートは常に弾性であると仮定した。また、図一11からすべての試験体においてコンクリートが塑性化する荷重と鉄筋のモーメントが M_y に達する荷重は非常に近く、鉄筋が M_y に達するまでは弾性として考えた。鉄筋が M_y に達した



(a) 鉄筋の M - ϕ 関係 (b) 荷重変形関係
図-14 荷重変形関係と鉄筋の M - ϕ 関係の関係

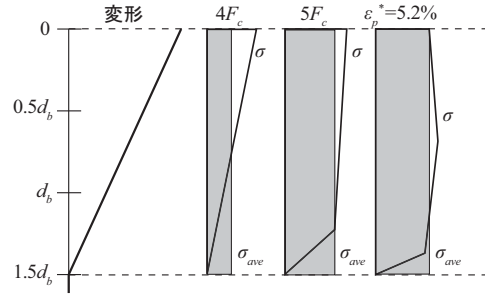


図-15 コンクリート反力の分布の概略図

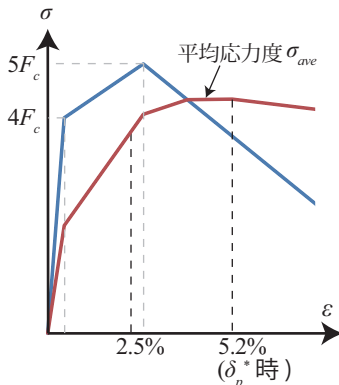
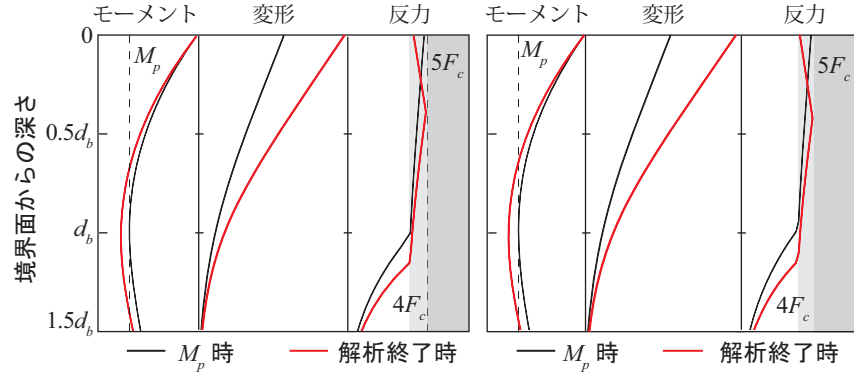


図-16 平均応力度 (D13)



(a) D13 (b) D19
図-17 深さ方向のモーメントと変形の関係と簡略化したモデル

ときの荷重 Q_y と変形 δ_y , 荷重変形関係の剛性 K は, 文献 4) に示すように常微分方程式を解くことで求めることができる。 Q_y , K および δ_y を式 (23) ~ (25) に示す。

$$Q_y = \sqrt{2}\beta e^{\frac{\pi}{4}} M_y \quad \left(\beta = \sqrt[4]{E_c / (8E_s I_s)} \right) \quad (23)$$

$$K = E_s I_s \beta^3 \quad (24)$$

$$\delta_y = \frac{Q_y}{K} \quad (25)$$

荷重が Q_y を超えると, 実際には鉄筋は塑性化しているが, 便宜上, 鉄筋が M_p まで弾性であると仮定してモーメントが M_p に達するときの荷重 Q_p を算出することにする。荷重 Q_p およびその荷重時における変形 δ_p についても同様に常微分方程式を解くことにより求めることができ, 以下になる。

$$Q_p = \sqrt{2}\beta e^{\frac{\pi}{4}} M_p \quad (26)$$

$$\delta_p = \frac{Q_p}{K} \quad (27)$$

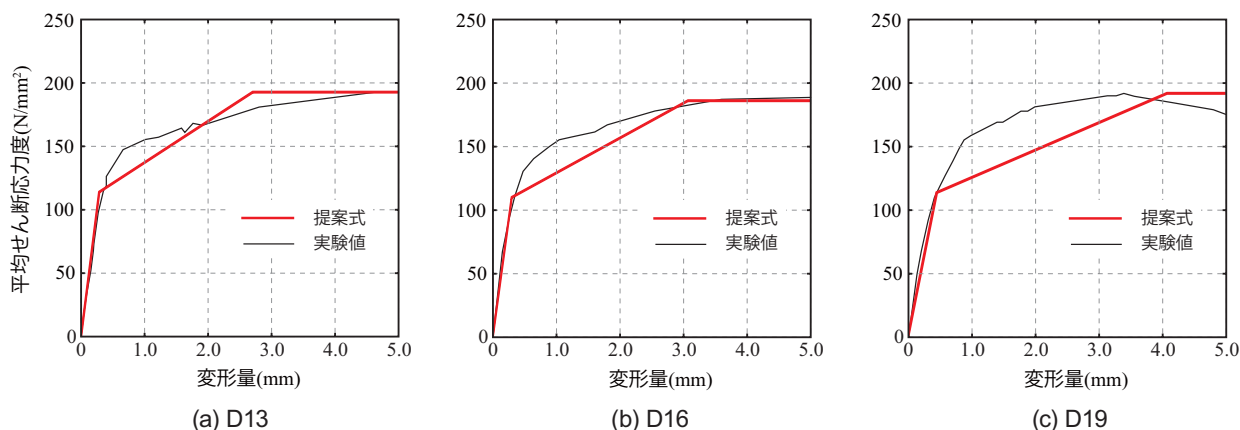
しかし実際には鉄筋は M_y で降伏していることから, 式 (27) の変形 δ_p は離散化モデルの解析結果とは当然一致しない。そこで図-14に示すように, 荷重変形関係と鉄筋の M - ϕ 関係の剛性低下率 α_1 が等しいと仮定することで M_p に達したときの変形 δ_p^* を算出する。

$$\delta_p^* = \frac{Q_p}{\alpha_1 K} \quad (28)$$

この方法を吉田らの D13 の試験体に適用すると δ_p^* は 2.7 mm となり, 離散モデルで解析した 1.3 mm の 2 倍程

度になるため計算精度の低さが懸念される。そこで図-13より, 境界面からの深さ $1.5d_b$ 以下では鉄筋はほとんど変形せず, 深さ $1.5d_b$ 以上では概ね直線で変形していることから, 図-15のような簡略化を用いて精度を考察する。図-15は直線で変形すると仮定したときの, 深さ方向のコンクリート応力分布を示したものである。コンクリートの平均応力度 σ_{ave} は吉田らの試験体 (D13) では図-16の赤い実線のようにになる。図-16より, 離散モデルで Q_p に達する時 (頂部のひずみが 2.5%) のコンクリートの平均応力度は, その 2 倍程度の変形時 (略算法での Q_p 時の変形) のコンクリートの平均応力度と概ね等しいことが分かる。これは頂部でのせん断力が概ね等しいことを表しており, 変形は大きく評価してしまうが, これを許容することにした。また, 略算法における δ_p^* 以降はコンクリートの平均応力度が増加しないため, 荷重が Q_p に達した以降は荷重をこれ以上負担することができないといえる。よって, ひずみ硬化による鉄筋の負担モーメントの上昇 (図-14b の一点鎖線) は実現されないため, 荷重は一定とする。

図-17に, 離散モデルを用いた荷重増分解析結果 (D13, D19) における深さ方向のモーメントと変形とコンクリートによる反力の関係を示す。なお, 黒の実線は全塑性モーメント時の分布を示し, 赤の実線は解析終了時の分布を示している。鉄筋が全塑性モーメントに達した後, 変形は大きくなっているが, モーメント及びコンクリート反力の分布は大きく変化していないことが分か



図一18 荷重変形関係の比較

る。上述のように深さが $1.5d_b$ より深くなると変形がほとんど生じないことを考慮すると、図一17に示した領域でのコンクリート反力の積分値が作用しているせん断力と考える事ができる。よって、図一17は鉄筋が全塑性化した後にはせん断力がほとんど変化しないことを示しており、上記の仮定の妥当性が確認された。

鉄筋径別に、荷重変形関係の折れ線モデルと実験結果の比較を図一18に示す。鉄筋降伏を示す第一折れ点までの初期剛性をみると、折れ線モデルは実験結果とよく一致していることが確認できる。また鉄筋全塑性点を示す第二折れ点では、D13は折れ線モデルが約 15N/mm^2 ほど実験結果よりも応力度を高く評価しているものの、D16とD19では実験結果とよく一致していることが確認できる。第二折れ点での変形量は前述のように、離散化モデルの解析結果である図一11における鉄筋全塑性点(□印)のひずみの2倍程度の値となっている。しかし、荷重変形関係の概略は評価できているため、簡便に示す方法としては許容できると判断した。また、どの鉄筋径も最大応力度は実験結果と一致していることが確認できる。以上のことから、折れ線モデルはコンクリート中の鉄筋のダウエル効果の荷重変形関係を簡便に表現することができるといえる。ただし、高強度鉄筋を使用する場合などは、ここで提案した略算法が提要できない可能性があるが、これは今後の課題とする。

5. まとめ

本研究では、ダウエル鉄筋を離散モデル化し荷重増分解析を行った。また、解析結果に基づいてダウエル鉄筋の荷重変形関係を略算する方法を提案した。得られた成果を以下に要約する。

- (1) 離散化モデルを使用した荷重増分解析結果は、既往の実験結果と良好に対応していた。
- (2) 変形は鉄筋径 d_b の1.5倍より浅い領域に集中しており、それより深いところではほとんど変形していなかった。

(3) 鉄筋が全塑性化した後、コンクリートが最大応力度に達し、それ以降は荷重の増加が極端に小さくなった。

(4) 以上の解析結果に基づき提案した略算法による荷重変形関係は実験結果と良好に対応していた。

参考文献

- 1) Vintzeleou E. N. and Tassios T. P. : Mathematical Models for Dowel Action under Monotonic and Cyclic Conditions, *Magazine of Concrete Research*, Vol.38, No.134, pp. 13-22, March. 1986
- 2) 大淵英夫, 鈴木基晴, 南尚吾, 中野克彦 他: ずれ変形を考慮したプレキャスト部材接合面におけるせん断伝達に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第424号, pp. 97-104, 1997. 1
- 3) 大久保香織, 塩原等, 楠原文雄, 陳周燿: 両側をコンクリートに埋め込んだダウエル鉄筋の復元力骨格曲線(その2. 復元力骨格曲線の提案), 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-2, pp. 689-690, 2008
- 4) 片平直也, 高橋之, 市之瀬敏勝: 鉄筋コンクリート部材におけるダボ効果の非線形解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.34, No. 2, pp. 73-78, 2012
- 5) Yoshiki Tanaka and Jun Murakoshi : Reexamination of Dowel Behavior of Steel Bars Embedded in Concrete, *ACI Structural journal*, Vol. 108, No. 6, pp.659-668, 2012
- 6) 児島孝之, 高木宣章, 日比野憲太, 服部由貴子: 有限要素法による鉄筋のダウエル作用のモデル化, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集, V-37-1~V-37-2, 2000
- 7) 吉田正人, 菊池健児, 吉田和彦, 黒木正幸: 型枠コンクリートブロック造耐震壁のすべり破壊性状に関する研究(その7, 8), 日本建築学会学術講演集, C-2, pp. 879-882, 2010. 9
- 8) 日本建築学会: 現場打ち同等型プレキャスト鉄筋コンクリート構造設計指針(案)・同解説, 2002. 10