

論文 圧縮強度推定に関するリバウンドハンマ法の理論的検証

境 友昭^{*1}・久保 元樹^{*2}・久保 元^{*3}

要旨：コンクリート表面を打撃することによって圧縮強度を推定する方法に、リバウンドハンマ及び機械インピーダンス法がある。本論では、リバウンドハンマによるコンクリートの圧縮強度測定理論を、(a)質点系の衝突理論及び(b)波動理論によって再検討し、今日使用されているリバウンドハンマでは、その基本理論が成立しないこと、また反発度が圧縮強度ではなく、コンクリート表面のバネ係数に相当する量と関係することを示す。さらに、実際のコンクリート供試体を用いた試験によって、機械インピーダンス法によって測定したバネ係数とコンクリートの圧縮強度が良い相関関係にあることを示す。

キーワード：リバウンドハンマ、反発度、圧縮強度、機械インピーダンス、波動理論

1. はじめに

コンクリート表面を打撃して、圧縮強度を推定する方法のひとつとして、リバウンドハンマがある。リバウンドハンマは、開発以来 60 年以上の歴史を持ち、その測定方法は ISO¹⁾、ASTM²⁾、JIS³⁾等に規定されており、非破壊的手段でのコンクリート強度推定方法として、世界的に最も普及している技術とすることができよう。

しかしながら、その推定精度については、様々な議論があり⁴⁾、必ずしも、高精度でコンクリート強度を推定する方法として認識されている訳ではないようにも思われる。本文では、リバウンドハンマの測定方法について理論的側面から、その妥当性、成立性を検証する。

2. リバウンドハンマの理論

2.1 エネルギー釣り合い理論

リバウンドハンマの測定理論については、1960 年にエネルギー釣り合いを基本とした理論が発表されている⁵⁾。リバウンドハンマは、簡潔に示すと、図-1 のような構造であり、基本的には、ハンマ及びプランジャーと呼ばれる弾性棒によって構成される。ハンマは、バネによって駆動され、プランジャーヘッドに衝突する。また、プランジャー先端は、コンクリート面に接している。初期状態でバネの変位量とハンマがプランジャーに衝突して反発した戻りの変位量の比率を反発度(リバウンドナンバー)と定義している。式(1)である。

$$R = \frac{x_R}{x_0} \quad (1)$$

ここで、 x_0 、 x_R は、それぞれハンマの初期ストローク及び反発ストロークである。いずれも変位量であり、打撃前の初期値を基準となる値(例えば 100)として目盛によって表示できる機構であれば、反発度は、その目盛上

の値として読み取ることができる。

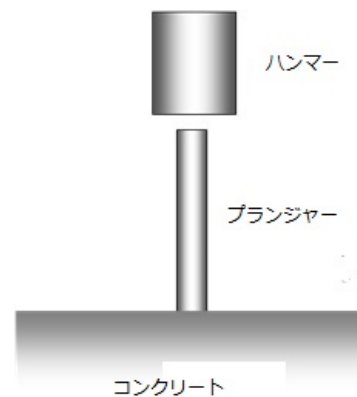


図-1 リバウンドハンマの構造 (模式図)

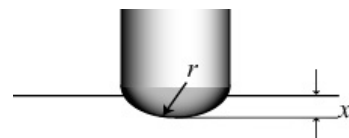


図-2 先端に曲率半径 r の球冠を持つハンマ

リバウンドハンマでは、その構造が図-1 であるにも係わらず、実際的な理論は、図-2 のように先端に曲率半径 r の球冠を持つハンマがコンクリート表面を直接打撃することを前提として展開されている。図-1 の構造の場合、その動的な挙動は波動理論による解析が必要であるが、リバウンドハンマが開発された時代では、まだ波動理論による解析方法は普及しておらず、事象の簡明化のため、図-2 のモデルが用いられたものと思われる。波動理論によるリバウンドハンマの動的挙動解析を行う前に、図-2 モデルによる理論解析を行う。

リバウンドハンマでは、エネルギー釣り合いを前提と

*1 アプライドリサーチ (株) 代表取締役 工博 (正会員)

*2 日東建設 (株) 札幌支店技術開発課長 (正会員)

*3 日東建設 (株) 代表取締役社長 (正会員)

している。すなわち、

$$E_0 = E_p + E_R \quad (2)$$

である。ここで、 E_0, E_p, E_R は、それぞれハンマの初期エネルギー、コンクリート表面の塑性変形によるエネルギー吸収およびハンマの反発に使われる残余の弾性エネルギーとしている。式(2)が成立するとすれば、

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}Kx_0^2 \\ E_R &= \frac{1}{2}mv_R^2 = \frac{1}{2}Kx_R^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。ここで、 m はハンマ質量、 K は、コンクリート表面のバネ係数、 v は速度を示し、添字 0 は初期値、 R は反発側を意味する。式(1)、(3)から塑性変形に費やされるエネルギーは、

$$E_p = E_0(1 - R^2) \quad (4)$$

となり、反発度が測定されると、コンクリート表面の塑性変形エネルギーが算出可能となる。リバウンドハンマのエネルギー釣り合い理論では、塑性変形エネルギーをコンクリートのブリネル硬度と関連させ、圧縮強度を推定する、としている。先端に半径 r の球冠を持つハンマ先端に力 F を作用させ、コンクリート表面に深さ d の塑性変形(圧痕)を与えたとき、ブリネル硬度は、

$$H_B = \frac{F}{2\pi d} \quad (5)$$

である。また、このときの塑性変形エネルギーは、

$$E_p = \frac{1}{2}Fd = \pi d^2 H_B \quad (6)$$

であるから、

$$H_B = \frac{E_0(1 - R^2)}{\pi d^2} \quad (7)$$

として、ブリネル硬度が測定できることになる。しかしながら、式(7)のとおり、反発度と貫入深さ、という二つの量を計測しなければ、ブリネル硬度を決定出来ない、という制限がある。つまり、反発度のみを計測するリバウンドハンマでは、何らかの仮定を設けない限り、コンクリートのブリネル硬度を測定することは出来ないことがわかる。

2.2 球冠を持つハンマの運動とブリネル硬度の測定

リバウンドハンマの理論では、コンクリート表面の塑性変形と弾性変形を独立の事象として取り扱っているように見られる。一般に、多くの材料は、先に弾性変形し、弾性域を超えることによって破壊、すなわち塑性変形が生じるとする弾塑性体として取り扱われることが多い。

(1) ブリネル硬度の測定理論

コンクリート表面が、ハンマの運動に対してバネとして作用するとすれば、その運動方程式は、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + Kx = 0 \quad (8)$$

の単弦振動方程式となる。ここで、 x は、ハンマがコンクリート表面に与える弾性変形量、また K は、バネ係数である。ハンマの初速度を V_0 とすると、最大打撃力は、

$$F_{\max} = \sqrt{mKV_0} \quad (9)$$

と計算される。しかし、この最大打撃力は、コンクリート表面の挙動が弾性領域に限られる場合であって、塑性変形が発生すれば、式(9)で計算される最大打撃力に達する前に塑性変形が生じる。コンクリート表面を完全弾塑性体とみなせば、塑性変形に至る直前の力は、

$$F_{P_{\max}} = \sqrt{mKV_R} \quad (10)$$

として得られる。ここで、 V_R は、ハンマの反発速度である。なお、 $\sqrt{mK}$ は、バネ質量系の機械インピーダンスと呼ばれる量であり、この機械インピーダンスを測定し、コンクリートの圧縮強度を推定する方法が提案されている⁷⁾。式(10)の $F_{P_{\max}}$ は、塑性変形を伴う場合の最大打撃力であるから、この値は式(5)の F と等しい。よって、式(10)を式(5)に代入し、更に式(5)の H_B を式(7)に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{mKV_R}}{2\pi d} &= \frac{mV_0^2(1 - R^2)}{2\pi d^2} \\ \text{式を整理すれば、} \\ d &= \frac{V_0^2(1 - R^2)}{\sqrt{\frac{K}{m}V_R}} \end{aligned} \quad (11)$$

として、塑性変形量が決定できる。また、

$$R = \frac{V_R}{V_0} \quad (12)$$

であることを考慮し、更に、式(11)を式(5)に代入して整理すると、

$$H_B = \frac{K}{2\pi} \frac{R^2}{1 - R^2} \quad (13)$$

が得られる。リバウンドハンマでは、バネ係数を測定することができないので、谷口⁴⁾は、コンクリートのバネ係数がすべてのコンクリートについて一定という仮定を導入し、リバウンドハンマによるブリネル硬度測定手法を定式化している。バネ係数 K は式(10)から、

$$K = \frac{1}{m} \left(\frac{F_{P_{\max}}}{V_R} \right)^2 \quad (14)$$

であり、打撃力の最大値と反発側の速度を測定すれば、その値を確定することができる。よって、ブリネル硬度は、

$$H_B = \frac{1}{2\pi m} \frac{R^2}{1 - R^2} \left(\frac{F_{P_{\max}}}{V_R} \right)^2 \quad (15)$$

として算出することができる。式(15)のブリネル硬度値を測定するためには、最大打撃力、ハンマの初期速度及

び反発速度が決定される必要がある。

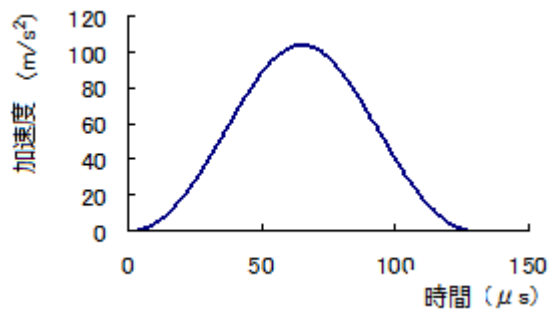


図-3 ハンマの打撃力(加速度)波形

ハンマの加速度波形は、機械インピーダンス法⁵⁾により計測可能であり、また数値計算による解析方法が提案されている⁶⁾。図-3は、弾性体としてのコンクリート表面をハンマで打撃した時の加速度の計算波形を示すものであり、最大値となる時刻に対して線対称となるような波形である。加速度は、ハンマ質量を乗じることによって打撃力と等しく、従って図-3の波形は打撃力波形とみなすことができる。式(8)に示すように、コンクリート表面は、バネ要素としてモデル化されており、打撃力波形は、またコンクリート表面の変位波形とも相似となる。ハンマの加速度が最大となる時刻は、コンクリート表面の変位が最大となる時刻であり、この時刻でハンマの速度は0となる。つまり、初速度 V_0 で、コンクリート表面に衝突したハンマの速度がこの時刻で0となるわけであるから、この時間での加速度の積分値は、ハンマの初速度に等しい。すなわち、加速度が最大となる時刻を T とくと、

$$V_0 = \int_0^T A(t) dt \quad (16)$$

である。ここで、 $A(t)$ は、測定された加速度波形である。同様に、ハンマの反発は、時刻 T から始まり、加速度が0となるまでのパルスによって生じるから、ハンマの反発速度は、

$$V_R = \int_T^\infty A(t) dt \quad (17)$$

として求められる。また、塑性変形時の最大反力と打撃力の最大値は、弾性変形時の最大反力と塑性変形の最大反力が釣り合うことから等しく、ハンマ質量と最大加速度値の積によって得られる。すなわち、

$$F_{P_{\max}} = F_{\max} = m A_{\max} \quad (18)$$

である。

(2) 理論の適用性検証

図-4は、比較的強度の高いコンクリート供試体($\phi 150$

×300、設計強度40～80MPa)を対象とした試験の結果である。実験では、ハンマに取り付けた加速度計によって加速度波形(実際に測定されるのは、ハンマがコンクリート表面に衝突して発生する減速加速度波形)を測定した直後に圧縮試験を行った。加速度波形を解析し、式(12)によって反発係数、また式(15)によってブリネル硬度値を算出した。図では、計算されたブリネル硬度値が1000MPaを越えるデータは使用していない。圧縮強度が大きいコンクリートほどブリネル硬度が高い、という傾向は見られるが、両者に有意な相関関係はない。

図-5に、式(12)による反発係数と圧縮強度の関係を示す。反発度が0.95以下の限定された範囲では、反発度と圧縮強度の間には、相関関係が見られる。しかし、反発度が0.95を越えるデータを含めると、反発度と圧縮強度には相関関係が認められなくなる。

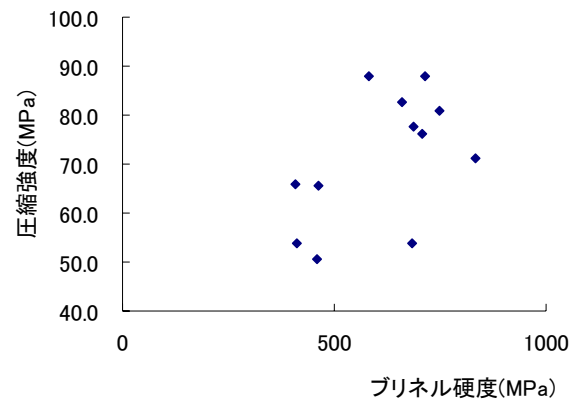


図-4 ブリネル硬度と圧縮強度の関係

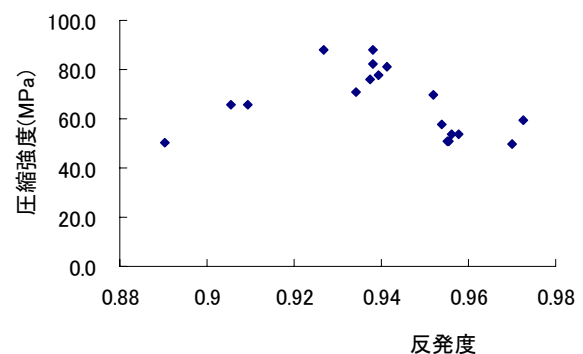


図-5 反発度と圧縮強度の関係

3. 波動理論によるリバウンドハンマの挙動解析

3.1 打撃力

今日一般的に使用されているリバウンドハンマは、図-1の様な構造をしており、実際、JIS規格においてもプランジャーを持つ構造であることが規定されている。この構造の場合、ハンマは直接コンクリート表面を打撃することはなく、打撃力は、ハンマとプランジャーの衝突

によって発生する。前節で展開したリバウンドハンマの理論は、ハンマが直接的にコンクリート表面を打撃することを前提としているものであり、いわゆる、リバウンドハンマの測定理論とされているものは、現実のリバウンドハンマに適用できるものではない。

リバウンドハンマにおいて、ハンマ及びプランジャーを1次元弾性体とみなし、その衝突について考察する。ハンマとプランジャーが接触している間、その境界ではハンマ速度とプランジャーベッドの速度が等しく、また境界では力が釣り合うので、

$$\left. \begin{aligned} V_0 + V_H &= V_P \\ Z_H V_H + Z_P V_P &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

が成立する。ここで、 Z は機械インピーダンス、 V はハンマ及びプランジャーの粒子速度であり、添字の H, P は、それぞれハンマ及びプランジャーを意味する。また、 V_0 は、ハンマの初速度である。ハンマが衝突する直前では、プランジャーは静止していると仮定している。1次元弾性棒の機械インピーダンスは、棒の断面積、弾性係数及び縦弾性波速度をそれぞれ、 A, E, c として、

$$Z = \frac{AE}{c} \quad (20)$$

である。式(19)を解くと、

$$V_P = \frac{1}{1+\eta} V_0, \quad V_H = \frac{-\eta}{1+\eta} V_0 \quad (21)$$

となる。ただし、

$$\eta = \frac{Z_P}{Z_H} \quad (22)$$

である。プランジャーヘッドに発生する打撃力は、

$$F = Z_P V_P = \frac{1}{1+\eta} Z_P V_0 \quad (23)$$

である。ハンマとプランジャーの材質、断面積が等しい場合、すなわち $\eta=1$ の時、ハンマとプランジャーの境界面での波動の反射は生じない。このため、ハンマに発生した打撃力は、すべてプランジャーに伝達される。これに対し、 $\eta < 1$ であれば、ハンマ内に生じただけ打撃力は、ハンマとプランジャーの境界面で反射し、ハンマ内で多重反射を繰り返す、打撃力は、減衰しながら継続する。ここでは、解析を簡明化するため、ハンマとプランジャーの機械インピーダンスが等しい場合を対象に考察を進める。打撃力は、式(23)において、 $\eta=1$ とし、

$$F = \frac{1}{2} Z V_0 \quad (24)$$

その継続時間は、

$$T_0 = \frac{2L_H}{c} = \frac{2m}{Z} \quad (25)$$

である。なお L はハンマの1次元棒としての長さである。

3.2 プランジャー先端の運動と反発度

プランジャー先端は、バネとして挙動するコンクリートと接している。プランジャー先端の運動は、力の釣り合いから、

$$Z(v_{\downarrow}(t) + v_{\uparrow}(t)) + K \int (v_{\downarrow}(t) + v_{\uparrow}(t)) dt = 0 \quad (26)$$

が成立する。ここで、 $\downarrow, \uparrow$ は、波動の進行方向を示し、それぞれ進行波及び後退波である。進行波は、プランジャーヘッドで発生した打撃力がプランジャー先端方向に向かう波動、後退波は、プランジャー先端で反射した波動がプランジャーヘッド方向に向かう波動である。ハンマの反発は、後退波が正(圧縮力)となる場合に発生する。式(26)において、進行波が一定値であることを考慮し、時間で微分して微分方程式を求めると、

$$Z \frac{dv_{\uparrow}}{dt} + K v_{\uparrow} + K v_{\downarrow} = 0 \quad (27)$$

が得られる。式(27)を $v_{\uparrow} = -v_{\downarrow}|_{t=0}$

の初期条件の下で解くと、

$$v_{\uparrow}(t) = v_{\downarrow} \left(1 - 2 \exp \left(-\frac{K}{Z} t \right) \right) \quad (28)$$

となる。打撃力一定の場合の後退波(プランジャー先端での反射波)である。反発度は、式(12)のとおり、ハンマの持つ初速度と反発速度の比であり、これをプランジャー側から見ると、プランジャーヘッドに発生した進行波の力積に対する後退波の力積の比と等価である。すなわち、

$$R = \frac{\int_0^{T_0} v_{\uparrow}(t) dt}{v_{\downarrow} T_0} \quad (29)$$

である。式(28)を積分し、式(29)に代入すると、

$$R = \left\{ 1 - 2 \frac{Z}{K T_0} \left(\exp \left(-\frac{K}{Z} T_0 \right) - 1 \right) \right\} \quad (30)$$

となる。

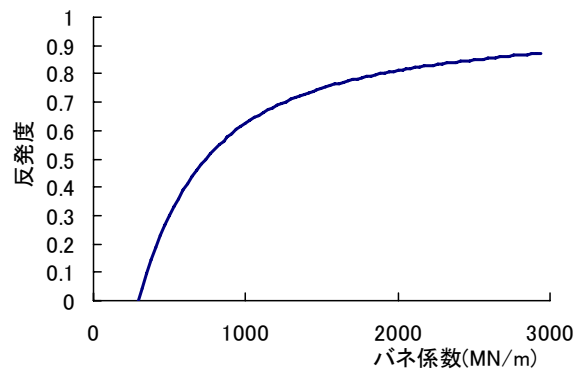


図-6 コンクリートのバネ係数と反発度の関係

図-6 に式(30)の計算結果を示す。計算では、ハンマ質量は、JIS³⁾に規定された値 380g とし、断面積をプランジャーと同じく 3cm²としている。また、材質は鋼である。この場合、ハンマの長さはプランジャーと同じく 161.5mm となり、実際のリバウンドハンマの形状とは一致しない。これは、 $\eta=1$ として打撃力波形を単純化したためである。式(30)から明らかなように、バネ係数が一定値を越えないと反発度(反発係数)は負数になり、現実的な解とはならない。また両者は直線関係にないことがわかる。

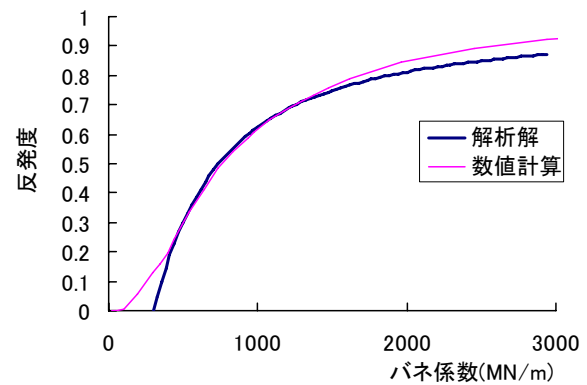


図-8 数値計算結果と理論値の比較

3.3 数値計算による解析

図-1 に示すリバウンドハンマの構成は、プランジャーを杭と見立てた場合の杭打ち機構と同じシステムである。杭打ち機構の解析については、波動理論の数値解析方法⁸⁾が確立されている。

図-7 は、杭打ちに関する波動理論の数値解析方法⁸⁾を利用し、プランジャーに発生した力に関する解析計算結果の 1 例を示すものである。計算に使用した主たるパラメータは、表-1 のとおりである。ハンマの質量、初速度は、JIS に定められているリバウンドハンマの構造規定に準じているが、プランジャーとハンマを同質量、同断面積、同材質(鋼)とするなど、規定にない仮定条件を用いている。プランジャーヘッドに発生した打撃力は、式(24),(25)のとおり、矩形波となっている。計算は、プランジャー先端が接触しているコンクリート表面のバネ係数を変化させながら行った。なお、反発係数は、進行波の力積(0~64 μ s)に対する後退波の力積(64 μ s~128 μ s)の比として算出している。

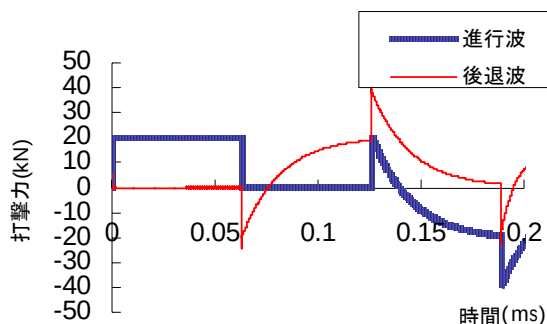


図-7 数値計算によるプランジャー内の波動

表-1 数値計算に使用したパラメータ

要素	断面積 (cm ²)	長さ (cm)	質量 (gr)	初期速度 (m/s)
ハンマ	3	16.15	380.3	3.4
プランジャー	3	16.15	380.3	0
プランジャー先端のバネ係数			490MN/m	

図-8 は、コンクリートのバネ係数と反発度の関係に

ついて、理論値と数値計算結果を比較したものである。両者は、ほぼ一致し、式(30)の理論値の妥当性が検証されたものとする。

3.4 リバウンドハンマ理論の成立性

リバウンドハンマでは、塑性変形に消費されるエネルギーを除き、弾性変形に供されるエネルギーは、基本的にはハンマのリバウンドとして戻される、という仮定がある。しかしながら、波動論からの考察において、プランジャーを持つリバウンドハンマの場合、コンクリート表面の弾性変形エネルギーのすべてがハンマのリバウンドに費やされる訳ではないことが示された。では、リバウンドハンマ理論が成立するような、コンクリートのモデルはどのようなものであるか、考察する。

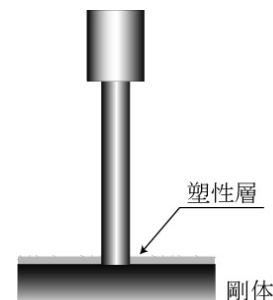


図-9 リバウンドハンマでのコンクリートのモデル

波動論において、後退波が進行波と等しい大きさで反射する境界条件は、先端が固定端となっている場合である。しかし、コンクリートの表面が固定端(剛)であれば、塑性変形は生じない。したがって、式(2)の仮定が成立するためには、コンクリート表面には塑性層がなければならないことになる。つまり、波動論の立場からリバウンドハンマ理論が成立するための条件を考慮すると、図-9 のように、コンクリート表層に脆弱な塑性層があり、その直下からは剛というモデルが提示される。実際、このようなモデルは、コンクリート表面の力学モデルとしては相応しくないことは明かである。また、コンクリート

表層部の脆弱部の強度を測定することに実用的な意味は小さい。これらのことから、リバウンドハンマの理論は、現実のリバウンドハンマの挙動を示す理論として妥当性を欠くものと言えよう。

4 バネ係数によるコンクリート強度推定

リバウンドハンマが、動的ブリネル硬度測定方法とは言えないことは、波動理論による解析結果から明らかである。しかし、リバウンドハンマによる反発度は、図-6, 8 に示すように、コンクリート表面をバネとみなした場合のバネ係数と単調増加関係にあり、バネ係数がコンクリートの圧縮強度に関係する量であれば、反発度によるコンクリート強度推定の可能性が示唆される。しかしながら、バネ係数は、コンクリート表面が弾性変形範囲にある場合の力学モデルの一つであり、圧縮強度のように破壊域を含む測定量とは、本来無関係である。ところが、コンクリートの破壊直前でのひずみ量 ε が、コンクリート材料において、ほぼ同じであるとすれば、

$$\sigma = \varepsilon E \quad (31)$$

から、弾性領域の物性である弾性係数 E とひずみ量 ε の積によって、圧縮強度 σ が決定可能である。弾性係数と発現されたバネ係数は、単調増加関係にあると考えられ、式(31)を前提とすれば、バネ係数と圧縮強度も同様に単調増加関係にあると言える。図-10は、機械インピーダンス法^{5),6)}によって計算したコンクリート表面のバネ係数と圧縮強度の関係に関する実験結果を示すものである。実験方法は、ブリネル硬度と圧縮強度(図-4)、反発度と圧縮強度(図-5)の関係を求めた実験と同じである。測定値を元に式(14)によって算出したバネ係数と圧縮強度には、有意な相関関係があり、弾性領域での測定量から圧縮強度が推定可能であることが示される。

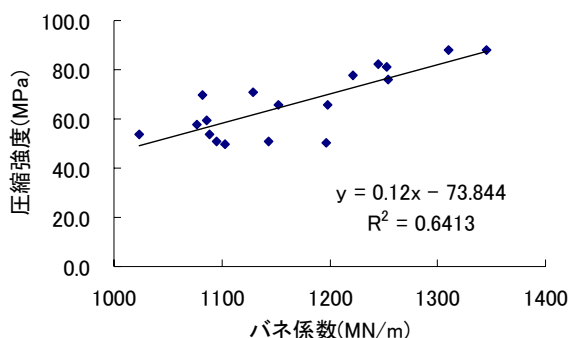


図-10 バネ係数と圧縮強度の関係

5 まとめ

本論では、リバウンドハンマによるコンクリート強度測定理論を質点の衝突理論及び波動理論によって再検証

を行った。質点の衝突理論においても、何らかの仮定条件を設けない限り、反発度のみの測定では、ブリネル硬度を決定することができないことを示した。また、今日用いられているリバウンドハンマの構造から判断して、測定原理として適用可能な理論は、質点系の衝突理論ではなく、波動理論であることを示した。波動理論から考察した場合、リバウンドハンマの基本的なエネルギー釣り合い式がコンクリート強度の測定方法として現実的な意味を持っていないことを示した。

また、波動理論による解析の結果、リバウンドハンマの反発度は、プランジャー先端でのコンクリートのバネ係数と関係する量であることがわかった。しかし、反発度とバネ係数は、線形関係になく、バネ係数が大きくなると、反発度は飽和する傾向を示すことがわかった。つまり、リバウンドハンマは、圧縮強度推定の推定が可能な手法であるが、反発度には上限値があるため、高強度領域のコンクリート強度推定では、その適用に注意が必要であることがわかった。また、コンクリートの弾性的特性を測定して圧縮強度推定を行うとすれば、機械インピーダンス法⁵⁾のように直接、コンクリートのバネ係数に対応する量を測定し、そこから圧縮強度を推定する方法の方がより合理的であることは明かである。

参考文献

- 1) ISO 1920-7 Testing of concrete Part7: Non-destructive tests on hardened concrete,2004
- 2) ASTM C805 Standard test Method for Rebound Number of Hardened Concrete,2008
- 3) JIS A 1155 コンクリートの反発度の測定方法,2012
- 4) 谷口秀明, テストハンマーによる構造体コンクリートの強度推定に関する研究, 三井住友建設技術研究所報告第5号, pp.39-50,2007
- 5) 久保元樹, 他, "機械インピーダンス法によるコンクリート圧縮強度の推定", JSNDI,平成 15 年度秋季大会講演概要集, 2003,11
- 6) Sakai T, Kubo H and Kubo G; "Applicability of mechanical impedance method and rebound hammer method for determining compressive strength of structural concrete", structural Fault & Repair 2012, Proc. CD-ROM Edition,2012
- 7) K.Gaede, E. Schmidt.,Ruckprallprung von Betton mit dichtem Gefuge,1960
- 8) Sakai T. (1988). "The wave equation for the pile driving analysis" Proc. of 3rd international conference on the application of stress wave theory to piles.