

# 論文 鉄筋比や体積表面積比の異なるコンクリートの収縮挙動の数値シミュレーション

小松 怜史\*1・土岐 宥美子\*2・細田 暁\*3

**要旨:** コンクリートの収縮量が大きく異なる 2 つの既往の実験結果を用いて、体積表面積比や鉄筋比の異なるコンクリートの収縮挙動を数値シミュレーションにより検討した。その結果コンクリートの収縮特性が大きい場合、無筋コンクリートでは、ひび割れ発生基準強度を微細ひび割れをも発生させない設定にして解析を行なうことで、経時的に精度よく収縮量を予測できることが分かった。鉄筋コンクリートでは、鉄筋拘束による応力によって内部にまで貫通するようなひび割れが実験でも発生していたため、適切なひび割れ発生判定基準強度を設定することで解析でもひび割れが内部まで進展し、実験値の傾向をとらえることができた。

**キーワード:** 数値解析, 体積表面積比(V/S), 鉄筋比, 収縮特性, ひび割れの発生

## 1. はじめに

近年、コンクリートの過大な収縮が原因の一つと思われる実構造物のひび割れ問題<sup>1)</sup>などを契機に、土木学会、日本建築学会はコンクリートの収縮量の特性値を設計において陽な形で考慮したり、収縮量の規制を行う方向に変化してきている。しかし、使用するコンクリートの収縮特性と実構造物におけるコンクリートの収縮量の関係は、鉄筋拘束や体積比表面積比（以後、V/S）、環境条件の影響なども含めて十分に明確にはなっていない。実際に使用したコンクリートの収縮特性と実構造物の収縮量を計測した事例<sup>2)</sup>はまだまだ少ない。

そこで本研究では、種々の影響要因を分析する上で最適と思われる数値シミュレーションソフトを活用して、V/S や鉄筋比の異なるコンクリート供試体の収縮挙動を細部にわたって検討することで、数値解析を行なう上での留意点に関して言及する。V/S が異なる無筋コンクリートの収縮挙動を調べた実験<sup>3)</sup>と、V/S および鉄筋比をパラメータにした実験<sup>4)</sup>を検討対象とし、感度解析等を使用する骨材の収縮量も推定して数値シミュレーションを行う。本シミュレーションでは以下の式で骨材の収縮が考慮されている<sup>5)</sup>。

$$\epsilon_{ag}^{sh} = \epsilon_{ag,max}^{sh} \cdot (1.0 - S_{ag}/0.95) \quad S_{ag} \leq 0.95 \quad (1)$$

$$\epsilon_{ag}^{sg} = 0.0 \quad S_{ag} > 0.95 \quad (2)$$

ここで  $\epsilon_{ag}^{sh}$ : 骨材に生じる体積ひずみ,  $\epsilon_{ag,max}^{sh}$ : 絶乾による骨材の収縮ひずみの最大値,  $S_{ag}$ : 骨材の飽和度である。

本研究では、数値解析を行なうために必要な配合条件や実験条件を論文中<sup>3), 4)</sup>で確認し、必要であるが明記されていない項目に関しては、妥当な値を仮定した。各実験の無筋コンクリートの経時的な収縮量の変化から、骨材の収縮量（絶乾による骨材の収縮ひずみの最大値）を

推定した。コンクリートの収縮特性を踏まえた上で、V/S や鉄筋比が異なる場合に、数値シミュレーションの結果が実験結果と適合するように検討を行なった。その過程で得られた種々の知見について論じる。

## 2. 数値シミュレーションの概要

### 2.1 数値シミュレーションソフトの特徴

本研究では東京大学で開発され、研究が続けられている微視的な熱力学状態量と巨視的な構造応答を統合解析する数値シミュレーションソフト（有限要素法解析）<sup>6)</sup>を用いた。収縮という現象は、打込み直後から、収縮の終局値に至るまで、様々な要因が複雑に絡み合っている。このソフトでは、水和に伴うセメントペーストの仮想水和殻の形成、またそれに伴う寸法・形態の異なる空隙構造の成長、さらには空隙内に存在する水分の物理的な状態を経時的に算出する。こうした微視的な熱力学状態量に基づいて変形特性が規定され、Solidification 理論に基づいたセメント硬化体モデルと組み合わせることで、水和度に依存して決まる複数の水和殻の負担する応力が表現される。一方骨材に関しては、骨材の収縮、セメントと骨材の付着、遷移帯の状態変化、骨材の自由回転性も考慮されている。このような複合体としてコンクリートの体積・偏差応力とひずみは計算されている。さらにミクロな材料的特性に加えて、マクロなひび割れ等の影響も考慮した 3 次元非線形構造応答を打込み直後から経時的に連成して解くことで、体積変化、持続変形を予測することができる。

本解析では、コンクリートの特に材齢初期の収縮挙動を精度よく表現するために低 W/C 時の自己収縮モデルと低い RH 時の分離圧の考え<sup>7)</sup>が導入された、最新のモ

\*1 横浜国立大学 大学院環境情報学府 環境システム学専攻 修(工) (学生会員)

\*2 横浜国立大学 工学部 建設学科 シビルエンジニアリングコース

\*3 横浜国立大学 大学院都市イノベーション研究院 准教授 博(工) (正会員)

表-1 試験体概要

V/S	試験体形状：(断面)×長さ	シール面	ひずみ計測
25	(100×100)×400	端部	中央
100	(200×200)×400	端部, 上下面	中央
125	(500×500)×1000	端部	中央
200	(800×800)×1000	端部	中央

単位は (mm)

表-2 使用材料

項目	種類	表乾密度(g/cm <sup>3</sup> )
セメント	普通ポルトランドセメント	3.16
細骨材	陸砂	2.60
	砕石	2.70
粗骨材	硬質岩砕石	2.65
高性能AE減水剤	ポリカルボン酸系	1.00

表-3 示方配合

w/c (%)	単位量 (kg/m <sup>3</sup> )				
	水	セメント	陸砂	砕砂	砕石
44.0	165	375	611	273	935

表-4 試験体概要

断面寸法 (cm)	使用鉄筋	鉄筋比 (%)	供試体雰囲気
10×10×40	—	0	20℃, 60% <b>3日脱型</b>
	D13-4	4.94	
15×15×40	—	0	
	D10-4	1.21	
	D16-4	3.4	
	D19-4	4.94	
20×20×40	—	0	
	D25-4	4.89	

※下線部は筆者の仮定

表-5 示方配合

最大骨材寸法(mm)	w/c (%)	単位量 (kg/m <sup>3</sup> )				
		水	セメント	細骨材	粗骨材	混和剤
25	52.0	171	329	788	1051	0.823

デルを用いている。

また既往の研究<sup>8)</sup>では、このツールを活用して、実構造物において設計段階で想定し得なかった過大なクリープ変形を精度よく再現し、その原因究明を行った事例も報告されている。

## 2.2 解析対象とした実験の概要と入力条件

### 2.2.1 V/Sの違いが収縮挙動に及ぼす影響<sup>3)</sup>

百瀬らの行った実験<sup>3)</sup>での試験体の寸法およびシール面、コンクリートの収縮量の計測位置を表-1に示す。試験体は、すべて無筋コンクリートである。ひずみの計測にはT社製のひずみゲージ式変換器(KM-100BT)を用いている。材齢7日まで封緘養生を行い、材齢7日以降は20℃、60%の恒温恒湿下で1700日程度まで気乾養生した。使用材料の物性を表-2、配合に関する情報を表-3に示す。フレッシュ性状の目標値は、スランプ18cm、空気量4.5%となっている。その他、数値解析上、入力値として必要なもので記載のないものに関して、特別な材料を使用している可能性は低いと判断し、各種デ

表-6 使用された骨材の収縮量の推定

V/S	実験値(×10 <sup>-6</sup> )	骨材収縮率(×10 <sup>-6</sup> )	解析値(×10 <sup>-6</sup> )	実験値と解析値の差(×10 <sup>-6</sup> )
25	696	500	725	29
		600	781	85
		700	805	109
		800	927	231
100	621	500	586	-35
		600	624	3
		700	636	15
		800	683	62
125	518	500	420	-98
		600	448	-70
		700	471	-150
		800	497	-21
200	330	500	335	5
		600	355	25
		700	381	51
		800	412	82

フォルト値(ブレン値:セメント 3550cm<sup>2</sup>/g 鉱物組成:C<sub>3</sub>A9.8%, C<sub>3</sub>S49.7%, C<sub>2</sub>S23.9%, C<sub>4</sub>AF9.4%, 石膏 3.5%)を使用している。

### 2.2.2 鉄筋比の違いが収縮挙動に及ぼす影響<sup>4)</sup>

石橋らの行った実験<sup>4)</sup>での試験体の概要を表-4に示す。収縮挙動に影響を及ぼす因子として、論文中に脱型した材齢が明記されていない。また、試験体の奥行き方向の長さも不明である。本研究では、3日脱型で試験体の奥行き方向の長さを40cmと仮定して検討をおこなった。その結果試験体のV/Sは断面の1辺が10cm, 15cm, 20cmのものが、それぞれ22mm, 31mm, 40mmとなった。コンクリートの収縮量は試験体全体の長さ変化から求めた。

試験体の示方配合を表-5に示す。フレッシュ性状の目標値は、スランプ12±2.5cm、空気量4±1%となっている。その他、数値解析上、入力値として必要なもので記載のないものに関しては、特別な材料を使用している可能性は低いと判断し、2.2.1と同様にデフォルト値(密度:セメント3.15g/cm<sup>3</sup>, 細骨材2.52g/cm<sup>3</sup>, 粗骨材2.6g/cm<sup>3</sup> ブレン値:セメント3550cm<sup>2</sup>/g 鉱物組成:C<sub>3</sub>A9.8%, C<sub>3</sub>S49.7%, C<sub>2</sub>S23.9%, C<sub>4</sub>AF9.4%, 石膏3.5%)を使用した。

## 2.3 要素寸法およびひび割れ判定

要素寸法依存性は重要な検討事項の一つである。特に本解析ソフト(LINK3D)の場合、外気と接する境界面付近は温度や水分状態のポテンシャル勾配が大きくなるため、適切に小さく分割する必要がある。一方で構造的な観点から見れば、分散ひび割れモデルが使われているため、過度な細分化は適切とは言えない。

解の収束性や供試体の収縮量の経時変化を確認しながら、コンクリート試験体の表層の要素寸法を0.5cm程度とし、内部では数センチ程度の寸法として解析を行った。さらに内部拘束や鉄筋拘束による収縮ひび割れの発生状況(発生時期, 進展深さ)を検討するために、各要素の Gauss点において経時的に引張応力と引張強度を比較した。加えて、要素寸法が試験体全体の収縮量に与える影響も検討した。

時々刻々変化する熱力学状態を考慮して算出されるコンクリートの引張強度と、その時の引張主応力の

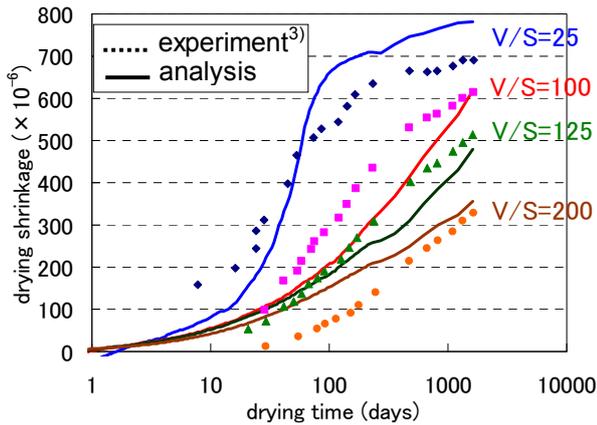


図-1 V/Sが異なる無筋コンクリートの収縮量の経時変化

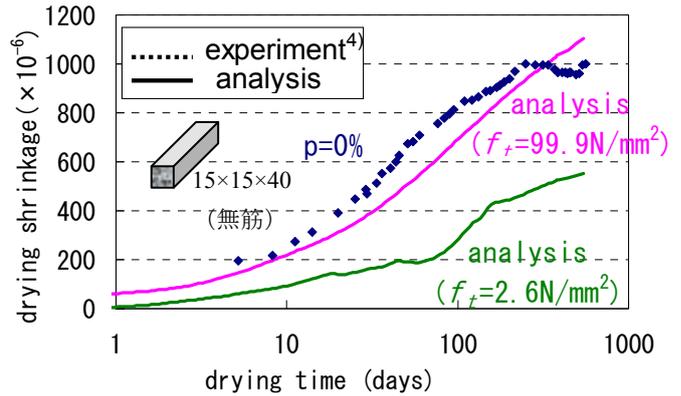


図-3 収縮量の大きい無筋コンクリートの収縮量の経時変化

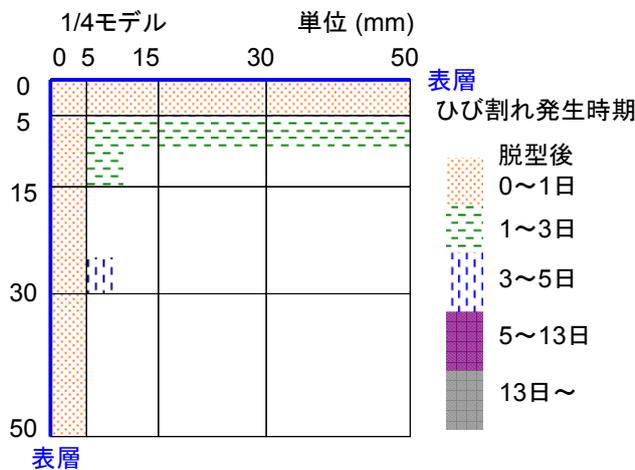


図-2 長手方向の中央断面のひび割れ概要図 (V/S=25, 無筋, 骨材収縮量  $600 \times 10^{-6}$ )

小関係から各要素（ガウス点毎）でひび割れ判定を行った。しかし、ここでいう“ひび割れ”とは、いわゆる収縮ひび割れのような可視化できるマクロなひびわれではなく、引張軟化領域に入る変曲点の判定である。

引張応力と引張強度を比較して、ひび割れ発生の判定を行う場合、特に打込み直後に数値解析上問題が発生する。ごく初期材齢（0.3日程度まで）において、型枠内のコンクリート表面付近には外環境との温度勾配によって引張応力が生じる。このような引張応力により過剰なひび割れが数値解析上発生することを回避するために、コンクリートのひび割れ発生基準強度（引張強度）を別途設定することで、数値解析上の問題を回避している。数値解析から算出される引張強度と、別途設定したひび割れ発生基準強度とを比べて大きい方を、ひび割れ発生判定に用いている。このような手法を用いることで、脱型直後の急激な乾燥によるごく表面の引張応力によるひび割れの発生も、数値解析では抑制されると思われる。本研究では、通常の解析では引張強度として  $2.6 \text{ N/mm}^2$  を用いた。現時点で、この値に明確な根拠はない。数値解

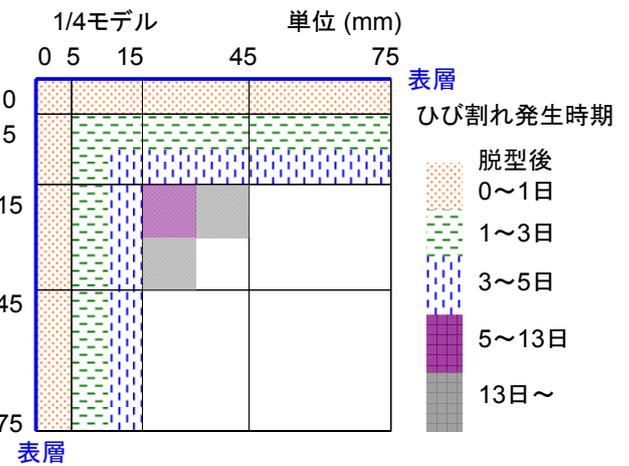


図-4 長手方向の中央断面のひび割れ概要図 (V/S=31.6, 無筋, 骨材収縮量  $1200 \times 10^{-6}$ )

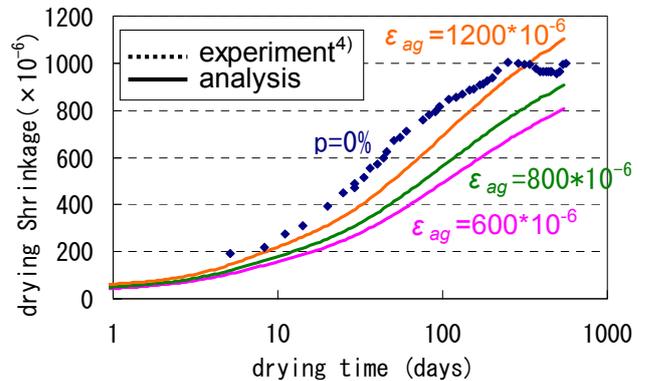


図-5 使用された骨材の収縮量の推定

析上、微細ひび割れを発生させない場合には、 $f_t = 99.9 \text{ N/mm}^2$  として計算を行った。

### 3. 収縮挙動の数値解析の結果

#### 3.1 V/Sの異なる無筋コンクリート試験体での検討

##### 3.1.1 使用された骨材自体の収縮量の推定

コンクリートに使用された骨材の収縮特性が不明であるため、表-1に示した試験体の収縮量の経時変化の結果を用いて、骨材の収縮量を推定した。解析モデル内

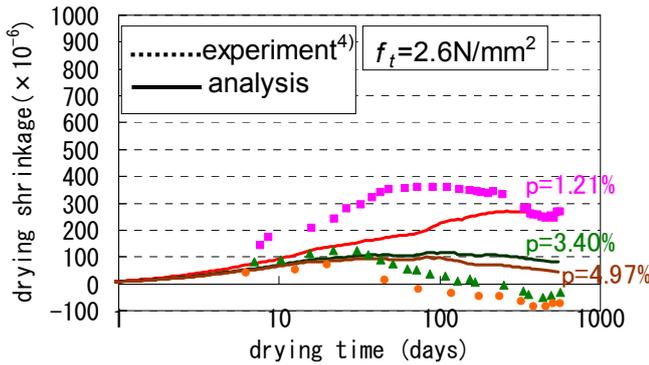


図-6 鉄筋比の異なるコンクリートの収縮量の経時変化（引張強度 2.6N/mm<sup>2</sup>）

の骨材のヤング係数は以下の実験結果に基づいた経験式によって推定されている。

$$E_{ag} = (2.35 \cdot \gamma_{ag} - 5.78) \cdot 10^5 \quad (1)$$

$$r_{ag} > 2.46 \quad (2)$$

ここで  $E_{ag}$  : 細骨材, 粗骨材の平均弾性係数(MPa),  $\gamma_{ag}$  : 細骨材, 粗骨材の平均密度(g/cm<sup>3</sup>)である。本解析内の骨材モデルは, 細骨材と粗骨材の区別をしておらず, 弾性体として扱われている。コンクリートのひび割れ発生基準強度 (引張強度) は 2.6N/mm<sup>2</sup> として計算した。

コンクリートの最終収縮量 (およそ材齢 1700 日) について, 実験結果と解析結果の差を, 解析で設定した骨材の収縮量ごとに示したものを表-6 に示す。4 水準の V/S の試験体について実験値と解析値の差が小さくなるのは, 500~600×10<sup>-6</sup> の場合である。この結果を踏まえて本研究では, 骨材の収縮量として 600×10<sup>-6</sup> を採用した。600×10<sup>-6</sup> という大きさは既往の報告<sup>9)</sup>から骨材の収縮量としては小さな部類に入る。

### 3.1.2 コンクリートの収縮挙動とひび割れの関係

骨材の収縮量を 600×10<sup>-6</sup> と仮定して, V/S 毎の経時的な無筋コンクリート試験体の収縮量の変化を示したのが図-1 である。さきほどと同様に, コンクリートのひび割れ発生基準強度 (引張強度) は 2.6N/mm<sup>2</sup> として計算した。おおむね精度よく推定できているものと考えている。また, 微細ひび割れを発生させない場合においても計算結果に優位な差はなかった。

さらに, ひび割れの発生の有無を確認するために, 収縮量の絶対値が一番大きい V/S=25 の試験体を用いて, 長手方向の中央の断面の要素のガウス点で, 引張応力と引張強度を比較した。その結果ひび割れが発生したと判定された部分を図-2 に示した。脱型直後にひび割れが発生し, コンクリート表層 5mm~15mm 程度までは, 経時的にひび割れが進展していることが分かった。

以上の結果から, 使用するコンクリートの収縮量あまり大きくない場合 (V/S=25mm で材齢 1700 日程度での

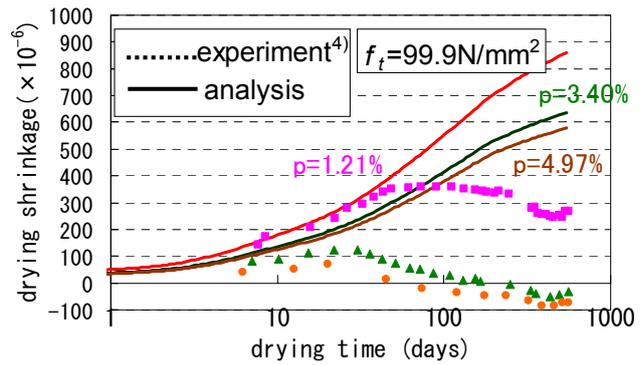


図-7 鉄筋比の異なるコンクリートの収縮量の経時変化（引張強度 99.9N/mm<sup>2</sup>）

収縮量が 700×10<sup>-6</sup> 程度), 実験においても微細ひび割れは内部まで進展していないと考えられ, 数値解析においても 2.6N/mm<sup>2</sup> をひび割れ発生基準強度 (引張強度) として設定することで微細ひび割れの進展はごく表層で留まり, V/S の異なるコンクリートの収縮量の経時変化を, それなりの精度で推定できたと考えている。

## 3.2 鉄筋比の異なる鉄筋コンクリート試験体の解析結果

### 3.2.1 使用された骨材の収縮量の推定

3.1 と同様に, 使用された骨材の収縮量を推定した。実験対象は表-4 に示した無筋コンクリート (15cm×15cm×40cm) の収縮量の経時変化である。

結果を図-3 に示す。ここでは骨材の収縮量を 1200×10<sup>-6</sup> と仮定して計算している。骨材の収縮量を 1000×10<sup>-6</sup> 以下に設定した場合, 解析結果は実験結果と大きく乖離した。コンクリートのひび割れ発生基準強度 (引張強度) を 2.6N/mm<sup>2</sup> として計算した場合, 解析から推定される収縮量は実験値を大きく下回ることが分かった。一方で, コンクリートのひび割れ発生基準強度 (引張強度) を 99.9N/mm<sup>2</sup> に設定した場合は, 解析値が実験値に近くなることが分かった。

ガウス点においてひび割れ発生判定を行い, 断面内のひび割れ進展の様子を概念的に表したのが図-4 である。ここでは引張強度を 2.6N/mm<sup>2</sup> としている。V/S の値は 3.1 の実験とほぼ同等である。コンクリートの収縮量が大きい場合, ひび割れがコンクリート表面から最大 45mm 程度まで進展していることが分かった。

コンクリートの収縮特性が大きい場合, 2.6N/mm<sup>2</sup> をひび割れ発生基準強度とした場合の数値解析では試験体の内部 (45mm 程度) までひび割れが進展する。ひび割れが発生すると引張応力が解放され, コンクリートの収縮変形が緩和される。無筋コンクリートの場合, 石橋らの実験では, 解析の算出結果ほど試験体内部までひび割れが進展していないと思われる。

V/S=25mm 程度の無筋コンクリートの場合, 本研究

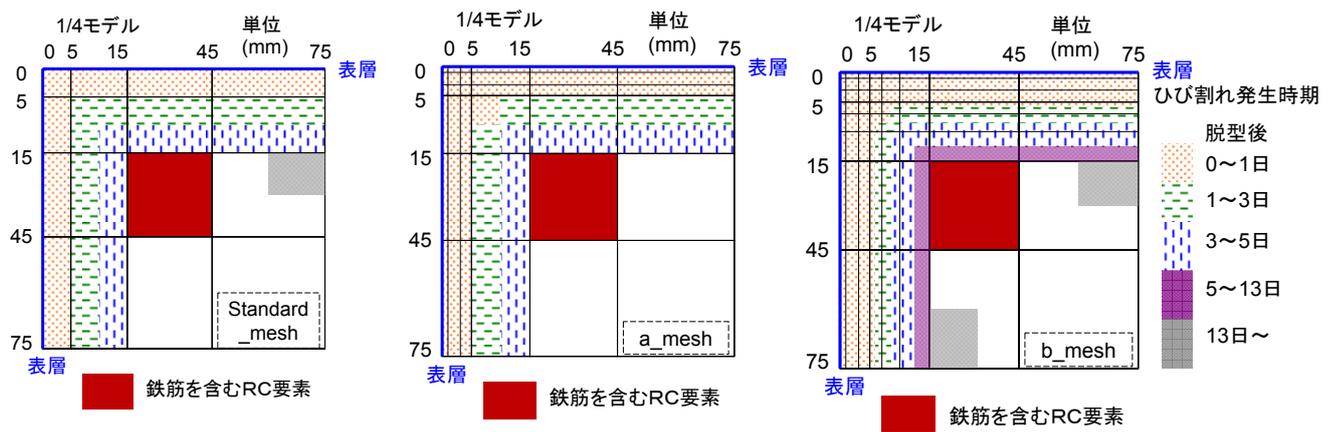


図-8 要素寸法とひび割れ概要図（鉄筋比 1.21%，3日脱型，長手方向の中央断面，骨材の収縮量  $1200 \times 10^{-6}$ ）

で検討した収縮特性の範囲内では、微細ひび割れの発生、進展を考慮しない方が収縮による体積変化を適切に予測できることが分かった。

骨材の収縮量を推定するために、 $f_t = 99.9 \text{ N/mm}^2$  として感度解析を行った。その結果が図-5である。既往の研究<sup>10)</sup>を参照しても、骨材の収縮量が  $1200 \times 10^{-6}$  を越えるような例は稀である。非常に収縮量の大きいコンクリートであった可能性が推察される。本研究では、骨材の収縮量は  $1200 \times 10^{-6}$  と仮定することにした。

### 3.2.2 コンクリートの収縮挙動とひび割れの関係

骨材の収縮量を  $1200 \times 10^{-6}$  と仮定して、鉄筋比の異なるコンクリート試験体の収縮量を実験値と解析値で比較する。図-6はコンクリートのひび割れ発生基準強度（引張強度）を  $2.6 \text{ N/mm}^2$  として計算したケースで、図-7はコンクリートのひび割れ発生基準強度（引張強度）を  $99.9 \text{ N/mm}^2$  に設定したケースである。無筋コンクリートの時とは逆に、引張強度を  $2.6 \text{ N/mm}^2$  にしたほうが、最終的な収縮量の算定精度はよいことが分かる。

同じコンクリートを使用した場合、鉄筋コンクリートのほうが、無筋コンクリートよりも大きな内部拘束を受けるためひび割れは発生しやすくなる。実際に、石橋らの実験において、コンクリート部材全面に軸鉄筋にほぼ直角に  $0.1 \text{ mm}$  以下のひび割れが発生し、内部まで貫通している可能性がある<sup>4)</sup>と述べられている。したがって、無筋コンクリートの場合とは逆に、ひび割れの発生しやすい解析条件の方が、実験結果に近い結果を示したと考えている。

材齢1カ月程度までは、引張強度を  $99.9 \text{ N/m}^2$  としたほうが実験値に近い。これは試験体内部まで、ひび割れが進展していないためであると考えている。徐々にひび割れが進展する過程で、ひび割れが発生して収縮応力が解放された解析値に実験値が漸近してきたものと考えている。

試験体の中央断面内のひび割れ進展の様子を表したのが、図-8である。検討対象は鉄筋比 1.21%のもの

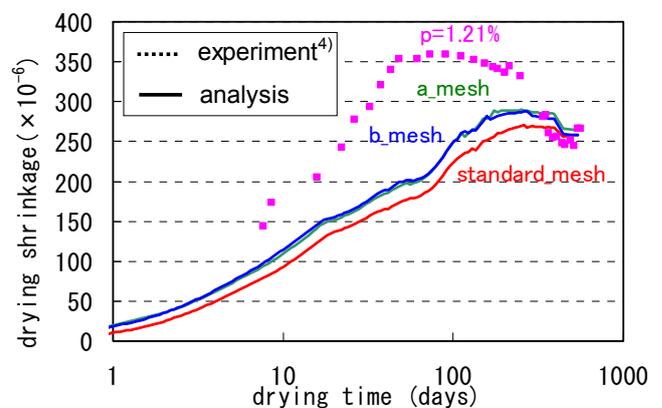


図-9 コンクリートの経時的な収縮量の変化に及ぼす要素寸法の影響

した。コンクリートの経時的な収縮量変化に対する要素寸法依存性の有無を確認するために、ベースとなる“standard\_mesh”に加え、コンクリートの表層  $0.5 \text{ cm}$  の要素を最薄  $0.1 \text{ cm}$  に分割した“a\_mesh”と、1層内側にある要素寸法  $1 \text{ cm}$  の層も細分化した“b\_mesh”を作成した。

シミュレーションの結果、要素寸法が細くなればなるほど、コンクリート内部へのひび割れの進展の様子が詳しく分かる。しかし、ひび割れ進展の度合いに大きな違いは見られない。

要素寸法を変えたときのコンクリートの収縮量の経時変化を図-9に示す。要素寸法を細分化することは、コンクリート全体の収縮挙動には、あまり影響はないことが確認された。

以上の結果から、収縮量の大きいコンクリート ( $V/S=31.6$  で、材齢1年程度での収縮量が  $1000 \times 10^{-6}$  程度) を使用する場合、鉄筋による内部拘束が存在して実現象でも拘束ひび割れが発生する場合には、引張強度をデフォルト値である  $2.6 \text{ N/mm}^2$  を用いる方が、全くひび割れが発生しないとする解析よりも実験値に近い挙動を示すことが分かった。

しかし、比較的コンクリートの収縮量が小さく、内部拘束によるひび割れ進展が鈍感になった場合も含めて、コンクリートの収縮挙動を精度よく数値シミュレーションするための手法の確立には、今後も検討を重ねる必要がある。

#### 4. まとめ

コンクリートの収縮量が大きく異なると推定された2つの既往の実験結果を用いて、V/Sや鉄筋比の異なるコンクリートの収縮挙動を数値解析的に検討した。その結果、以下の知見が得られた。

##### (A) 無筋コンクリートの場合

収縮量の小さいコンクリート（材齢1700日程度での収縮量が $700 \times 10^{-6}$ 程度）においては、ひび割れ判定発生基準（引張強度）の大小にかかわらず、コンクリートの収縮量をおおむね精度よく推定できる。しかし収縮量の大きいコンクリート（材齢365日程度での収縮量が $1000 \times 10^{-6}$ 程度）においては、通常の引張強度程度のひび割れ発生基準であると、実現象と異なって微細ひび割れが内部まで進展した結果、収縮変形の経時変化を過小評価していると推察された。微細ひび割れをも発生させないよう適切にインプット条件を変更することで、解析値は実験値に近くなることがわかった。

##### (B) 鉄筋コンクリートの場合

収縮量の大きいコンクリート（材齢365日程度での収縮量が $1000 \times 10^{-6}$ 程度）において、鉄筋拘束による応力によって、実験で内部にまで貫通するような収縮ひび割れが発生している。そのため若材齢時のひび割れ発生を許容する設定とすることで、解析でもひび割れが内部まで進展し、コンクリートの収縮量において実験値の傾向を捉えることができた。今後の課題として、収縮ひび割れの発生も伴うコンクリートの収縮量の精度のよい推定には、ひび割れの発生と進展を適切に考慮する必要が生じる場合があると考えている。

謝辞：本研究の遂行に際しては、笹川科学研究助成による補助を受けて実施しました。また石田哲也准教授（東

京大学大学院工学系研究科）、Yao LUAN 博士（東京大学大学院工学系研究科）、千々和伸浩博士（東京大学大学院工学系研究科）、米田大樹氏（東京大学大学院工学系研究科）との議論が大変参考になりました。ここに深謝いたします。

#### 参考文献

- 1) 土木学会：垂井高架橋の損傷に関する調査特別委員会最終報告書，平成20年3月31日，2008
- 2) 鈴木雄大，小林薫，鈴木慎一：鉄筋コンクリート高架橋の乾燥収縮ひずみの測定，コンクリート工学年次論文集，Vol.32，No.1，2010
- 3) 百瀬晴基，閑田徹志：体積表面積比が乾燥収縮ひずみに与える影響，日本建築学会学術講演梗概集（中国），A-1，材料施工2008，pp.847-848，2008.9
- 4) 石橋忠良，北後征雄，吉野伸一，斉藤啓一，松田猛：RC ラーメン高架橋の温度・乾燥収縮の影響に関する調査(1)，構造物設計資料，No.77，pp.18-24，1984.3
- 5) 浅本晋吾，石田哲也，前川宏一：骨材特性との連関を考慮した複合構成モデルによるコンクリートの収縮解析，土木学会論文集 E2，Vol.63，No.2，pp.327-340，2007
- 6) Maekawa, K., Ishida, T., Kishi, T.: Multi-scale Modeling of Structural Concrete: Taylor & Francis, 2009
- 7) 石田哲也，Luan Yao：水和収縮と細孔内水分の形態に立脚した収縮駆動モデルの再構築，土木学会論文集 E2，Vol.68，No.4，pp.422-436，2012
- 8) 千々和伸浩，杉田恵，石田哲也，前川宏一：セメント硬化体中の微視的機構モデルに基づく実 PC 橋の長期時間依存変形シミュレーション，コンクリート工学年次論文集，Vol.32，No.1，pp.407-412，2010
- 9) 全国生コンコンクリート工業組合連合会：乾燥収縮に関する実態調査結果報告書，2009.11
- 10) 後藤幸正，藤原忠司：コンクリートの乾燥収縮に及ぼす骨材の影響，土木学会論文報告集，第286号，pp.125-137，1979