

論文 SRC はりの弾塑性曲げ挙動解析法に関する研究

島津 勝^{*1}・修行 稔^{*2}

要旨： 著者らは建築骨組の大変位弾塑性解析に統一的使用できる解析プログラムの開発を進めてきた。その基本となるはり要素を著者らは繊維化塑性関節モデルと称している。本研究では、引張強度を導入して新たにモデル化したコンクリートの応力ひずみ関係を用いて文献 5 で報告した SRC はりの 4 点曲げ単調載荷実験に対応する解析を行い、本モデルの妥当性を検討した。その結果、この応力ひずみモデルを繊維化塑性関節モデルに導入すれば、降伏後の荷重を低めに評価するものの、SRC はりの荷重～たわみ関係、荷重～ひずみ関係をよい精度で追跡できることを示した。

キーワード： 繊維化塑性関節モデル, SRC はり, 弾塑性曲げ挙動

1 序

著者らは複数の素材からなる建築骨組の大変位弾塑性解析に統一的使用できる解析プログラムの開発を進めている。その基本となるはり要素は、著者の一人によって先に提案された鋼骨組の統一的三次元大変位弾塑性解析のための汎用はり要素である¹⁾。本要素は基本的には plastic hinge model であるが、plastic hinge 部の塑性変形増分を繊維に分割した断面に関する数値積分で求めるため、塑性変形が極めて精度よく評価できるという特徴を有する。本要素を著者らは繊維化塑性関節モデルと称している。

本要素は、既に文献 2~4 において鉄筋コンクリート (RC) 部材および鉄骨鉄筋コンクリート (SRC) 部材にも使用できるように拡張されているが、コンクリートの構成則に引張強度が考慮されていないという問題点があった。本研究では、引張強度を導入して新たにモデル化したコンクリートの応力ひずみ関係を用いて文献 5 で報告した SRC はりの 4 点曲げ単調載荷実験に対応する解析を行い、その荷重～たわみ関係と荷重～ひずみ関係について本解法の精度を調べる。

筋のねじれ剛性は、等価な薄肉角形鋼管に置換して評価できる。(7) 塑性変形成分は、軸力と二軸回りの曲げモーメントに対応する 3 成分である。(8) 一般化塑性ひずみ増分の各成分が要素内で線形に分布する。(9) 要素の両端と要素中央部との相対変位の塑性成分は、要素端 i または j 側に集約されて生じる。(10) 鋼材の応力ひずみ関係は、降伏後のひずみ硬化係数 $H_s = E_s/100$ の bilinear 形である。ここに E_s は鉄筋のヤング率である。(11) コンクリートの応力ひずみ関係については、図-1 に示すように圧縮側は劣化のない trilinear 形、引張側は最初の引張降伏がおこるまではコンクリート強度の 1/10 の引張強度を持つものとする。

コンクリート繊維の応力ひずみ関係のモデルについては、鉄筋や鋼材などによる拘束を受けるコンクリートと拘束を受けないかぶりコンクリートの相違を考慮したものなど、様々なものが既往の研究で提案されている。しかし、前述のように本解法は混合骨組を汎用的にかつ安定に解析することを重視していることから、試行錯誤の結果、コンクリート繊維の状況に無関係に図-1 のような

2 解析方法

2.1 仮定

解析法は、plastic hinge model を用いた大変形弾塑性解析法である。定式化に際して以下のように仮定する。(1) 鉄筋と鉄骨およびコンクリートの間にすべりは発生せず一体となって変形する。(2) 部材の断面は二軸対称であり、変形後も平面を保持する。(3) 骨組の節点変位は大きい部材の弾性ひずみは小さい。(4) 断面の形状は降伏後も不変である。(5) せん断変形は無視できる。(6) 部材の材軸回りのねじれ変形は小さく、部材の塑性的挙動に影響しない。また、コンクリートのねじれ剛性は無視でき、鉄

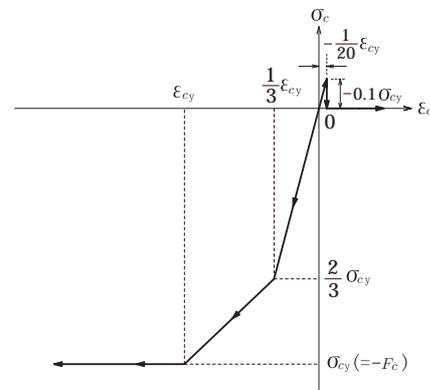


図-1 コンクリートの応力ひずみ関係

*1 長崎大学 工学部 構造工学科 助教 博士(工学) (正会員)

*2 長崎大学 工学部 構造工学科 教授 工博 (正会員)

モデルを採用することにした。なお、本研究においてはコンクリート繊維の降伏応力 σ_{cy} はコンクリート強度 F_c の値をそのまま用い ($\sigma_{cy} = -F_c$)、コンクリートの初期ヤング係数 E_c を文献 6 に従って求めて図-1 のモデルを確定する。

2.2 幾何学的非線形剛性

要素の両端を i, j として i 端の図心に原点 O をとり、材軸方向に x 軸、これと右手系をなすように断面主軸方向に y, z 軸をとる。仮定 (1)~(6) および modified incremental stiffness method を用いると (1) 式を満足する弾性接線剛性行列 K^e が得られる¹⁾。

$$dQ + R = K^e dq^e \quad (1)$$

ここに、 R は不平衡力、 Q と q^e はそれぞれ要素端力と要素端弾性変位である。 Q と q^e の成分は以下のようである。

$$\left. \begin{aligned} Q &= [F_{xi} F_{yi} F_{zi} M_{xi} M_{yi} M_{zi} \\ &\quad F_{xj} F_{yj} F_{zj} M_{xj} M_{yj} M_{zj}]^T \\ q^e &= [u_i^e \ v_i^e \ w_i^e \ \theta_{xi}^e \ \theta_{yi}^e \ \theta_{zi}^e \\ &\quad u_j^e \ v_j^e \ w_j^e \ \theta_{xj}^e \ \theta_{yj}^e \ \theta_{zj}^e]^T \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 F_{kl} は l 端の k 方向の力、 M_{kl} は l 端の k 軸回りのモーメント、 q^e の成分は対応する弾性変位である。各ステップにおける要素の新しい座標系とその座標系での要素端全変位は、大きな回転に対応した回転行列を用いて決定し評価される。従って、 K^e に含まれる要素端変位のうちのいくつかは、もし要素が弾性域にあれば、常に以下ようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_i^e &= v_i^e = w_i^e = v_j^e = w_j^e = 0 \\ \theta_{xi}^e &= -\theta_{xj}^e \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

なお、鉄筋の要素ねじり剛性への寄与は、鉄筋をその全断面積と等しい断面積を持つ薄肉角形鋼管に置換して評価する。

2.3 塑性変形増分の算定

本解法では塑性変形増分の算定に要素両端断面の塑性接線係数行列を用いる。この係数行列は、要素を構成する微小な繊維の、その時点での剛性を断面に関して数値積分することによって求められる。鋼コンクリート混合部材の場合、仮定 (6) および (7) から繊維の応力増分とひずみ増分の関係は次のようになる。

$$d\sigma = E_t d\varepsilon \quad (4)$$

ここに、 σ は軸力と二軸曲げモーメントによって生じる垂直応力、 E_t は繊維の一軸応力ひずみ関係の硬化係数である。仮定 (7) から塑性変形に関する一般化応力 f と一般化ひずみ δ の成分は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} f &= [f_x \ m_y \ m_z]^T \\ \delta &= [\varepsilon_0 \ \phi_y \ \phi_z]^T \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 f_x は軸力、 m_y と m_z は曲げモーメント、 δ の成分はそれぞれに対応する軸方向ひずみ、 y 軸と z 軸まわりの曲率である。plastic hinge 部の断面を微小な繊維に分割し、繊維の応力と一般化応力の関係および繊維のひずみと一般化ひずみの関係を用いて Newton-Raphson 法を適用すれば、一般化応力増分と一般化ひずみ増分の間に次のような関係が得られる¹⁾。

$$df = s d\delta \quad (6)$$

ここに、 s は断面に関する接線係数行列である。 s を変形することによって次式を満足する塑性接線係数行列 \hat{s} が求められる¹⁾。

$$d\delta^p = \hat{s} df \quad (7)$$

ここに、 $d\delta^p$ は一般化ひずみ増分の塑性成分である。

さて、仮定 (7) により要素両端の plastic hinge に生じる塑性変形増分を次のように定義できる。

$$\left. \begin{aligned} dq_i^p &= [du_i^p \ 0 \ 0 \ 0 \ d\theta_{yi}^p \ d\theta_{zi}^p]^T \\ dq_j^p &= [du_j^p \ 0 \ 0 \ 0 \ d\theta_{yj}^p \ d\theta_{zj}^p]^T \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

これらの塑性変形増分は、要素の一般化塑性ひずみ増分によって生じるものである。要素両端の塑性接線係数行列 \hat{s} を利用し、仮定 (8)~(9) を導入して台形則を適用すれば、要素両端の塑性変形増分 dq^p と要素端力増分 dQ とを関係づける新たな 12 次の正方行列 s^p を得ることができる¹⁾。

$$dq^p = \begin{Bmatrix} dq_i^p \\ dq_j^p \end{Bmatrix} = \frac{l}{8} \begin{bmatrix} 3s_i^p & -s_j^p \\ -s_i^p & 3s_j^p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dQ_i \\ dQ_j \end{Bmatrix} = s^p dQ \quad (9)$$

ここに、 s_i^p と s_j^p はそれぞれ i 端断面の \hat{s} と j 端断面の \hat{s} から得られる 6 次の正方行列である。

2.4 弾塑性接線剛性行列

部材端変位増分 dq が、弾性変位増分 dq^e と塑性変形増分 dq^p の合計として生じると仮定すると、(10) 式に示す接線剛性 K^p が得られる。

$$dQ + R = [I + K^e s^p]^{-1} K^e dq \equiv K^p dq \quad (10)$$

ここに、 I は単位行列、 R は不平衡力である。数値解析は 1 ステップで 1 回だけ不平衡力を修正し、反復修正を行わない変位増分法で進める。各ステップで回転行列を用いて要素の座標変換行列を更新し、剛体変位成分を除去して両端の全変位を再評価する。不平衡力 R は、この全変位から現時点までの塑性変形増分を差し引いて得られる弾性変位を用いて、陽な形で計算できる。

3 SRC はりの曲げ実験

3.1 実験装置

図-2 に実験装置の正面図と側面図、および載荷方法と測定方法を示す。図から明らかなように、両端単純支持

で対称 2 点载荷の 4 点曲げ実験である。等曲げ区間長を 400mm, せん断スパンを 800mm とし, 最大荷重 2000kN の万能試験機を用いて 2 点载荷を行う。ロードセルによって荷重を測定し, 試験体の中央に設置された 2 台の変位計で中央点の変位を求める。はりの両端部にもそれぞれ 2 台ずつ変位計を設けて沈下量を測定し, その結果も考慮して中央点の変位とし, 荷重と中央点変位との関係を得る。実験では試験体が崩壊するまで荷重を加えた。

3.2 試験体

試験体は断面がせい幅ともに 240mm の正方形で, 部材長 2000mm の SRC 部材である。試験体の寸法および配筋を図-3 と図-4 に示す。図中には試験体名も記されているが, 試験体名に用いている数字は主筋の本数を示す。コンクリートのかぶり厚は 30mm とし, 図-4 に示す位置に主筋をそれぞれ 4 本, 8 本, 12 本と配置し, 鉄筋を入れないものも含めて計 4 種類の試験体を作製した。鉄骨には SS400, H-100 × 100 × 6 × 8 の H 形鋼, 主筋には SD295A, D13 の異形鉄筋, あばら筋には SD295A, D10 の異形鉄筋を用いた。あばら筋は 135°フックとした。コンクリートには呼び強度 27N/mm² のレディミクスト普通コンクリートを使用した。最大骨材寸法は 20mm, スランプ値は 15cm である。鉄骨, 鉄筋の引張試験およびコンクリートの圧縮試験から得たそれぞれの材料定数を表-1 に示す。図-5 はコンクリートの圧縮試験結果である。H 形鋼の降伏応力は, 文献 5 での引張試験の結果が低く, ミルシートとの差があまりにも大きかったため, 今回未使用の試験体のコンクリートを研って H 形鋼を取り出し,

再度引張試験を行った。H 形鋼材の応力 ~ ひずみ関係を図-6 に示す。表-1 の降伏応力は 4 本の試験片の降伏棚応力の平均値である。鉄筋の材料定数は文献 5 の研究で実施した引張試験の結果である。

試験体には図-7 に示すように, はり中央部の圧縮側コ

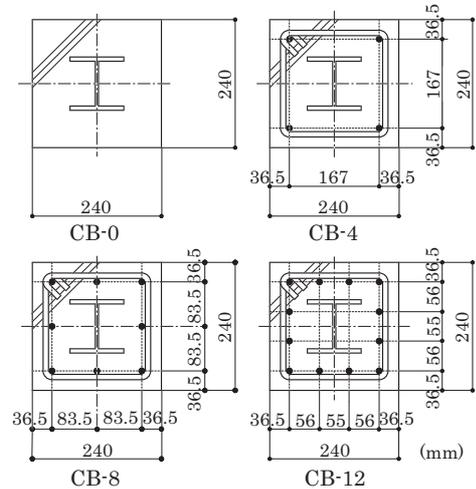


図-4 試験体断面図

表-1 材料定数

	弾性係数 (kN/mm ²)	降伏応力 (N/mm ²)
H形鋼	205.7	326.1
異形鉄筋D13	190.0	332.0
コンクリート	26.2	-37.0

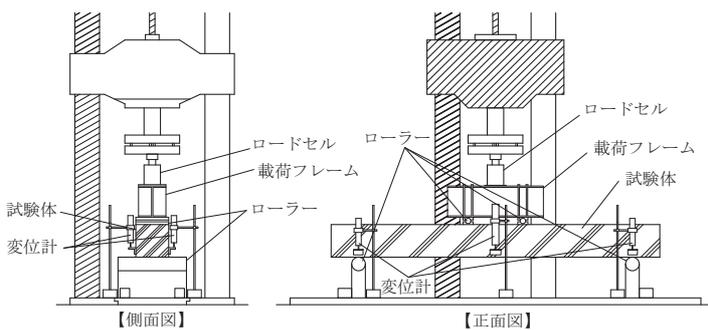


図-2 実験装置

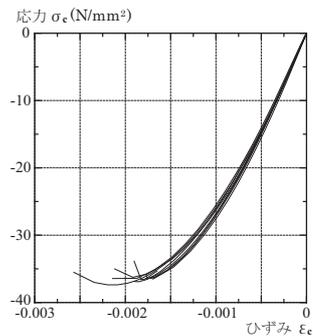


図-5 コンクリート圧縮試験結果

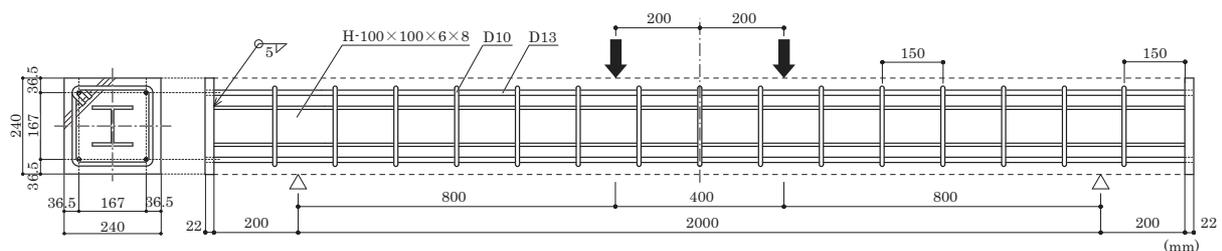


図-3 試験体概要

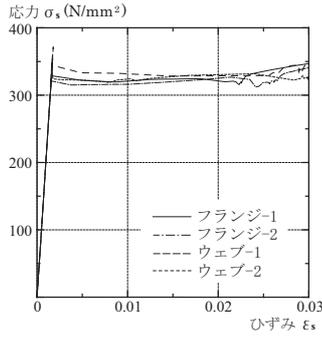


図-6 H形鋼材引張試験結果

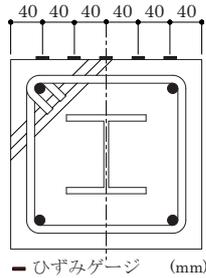


図-7 ひずみゲージ貼付位置

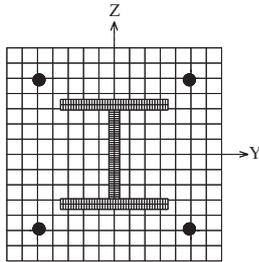


図-8 断面分割図

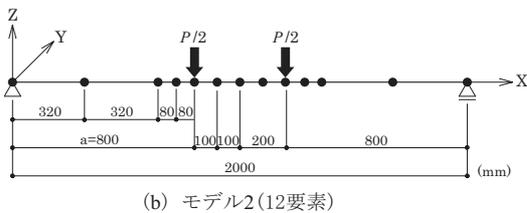
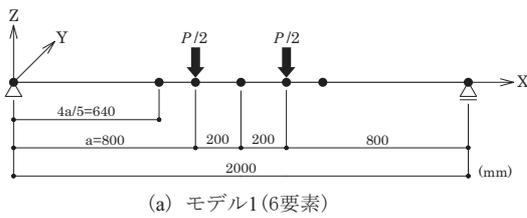


図-9 解析モデル

コンクリート表面に40mm間隔でひずみゲージ5枚を貼付け、荷重とひずみの関係を得る。ひずみゲージはゲージ長

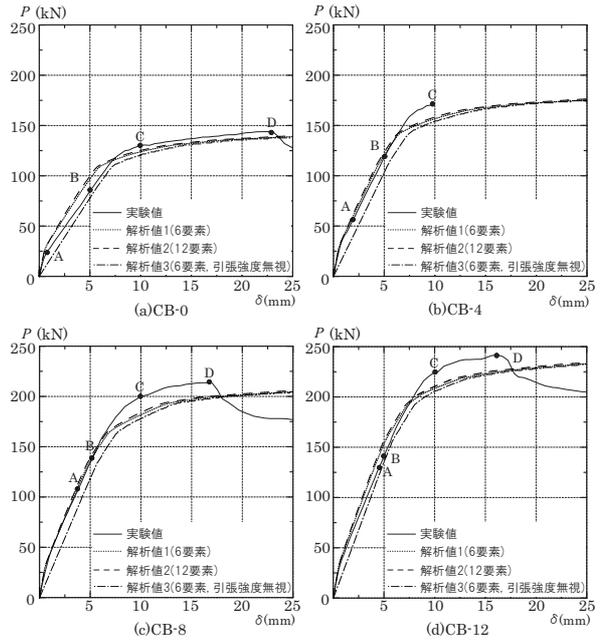


図-10 荷重～はり中央点たわみ関係の比較

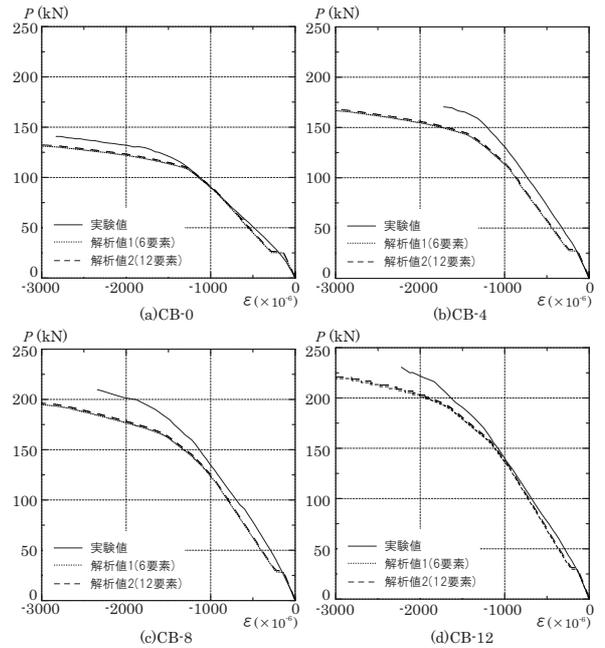


図-11 荷重～はり中央点上端のひずみ関係の比較

60mmのコンクリート用単軸ポリエスチルゲージである。

4 解析結果と実験結果の比較

解析に際して、要素の両端断面を図-8のように繊維分割した。H形鋼のウェブ、フランジそれぞれを41×2分割して計246分割、コンクリートを14×14の196分割とし、主筋は断面の大きさを無視して断面重心に集中させ、1本を1繊維とした。H形鋼と鉄筋によるコンクリートの断面欠損は無視した。

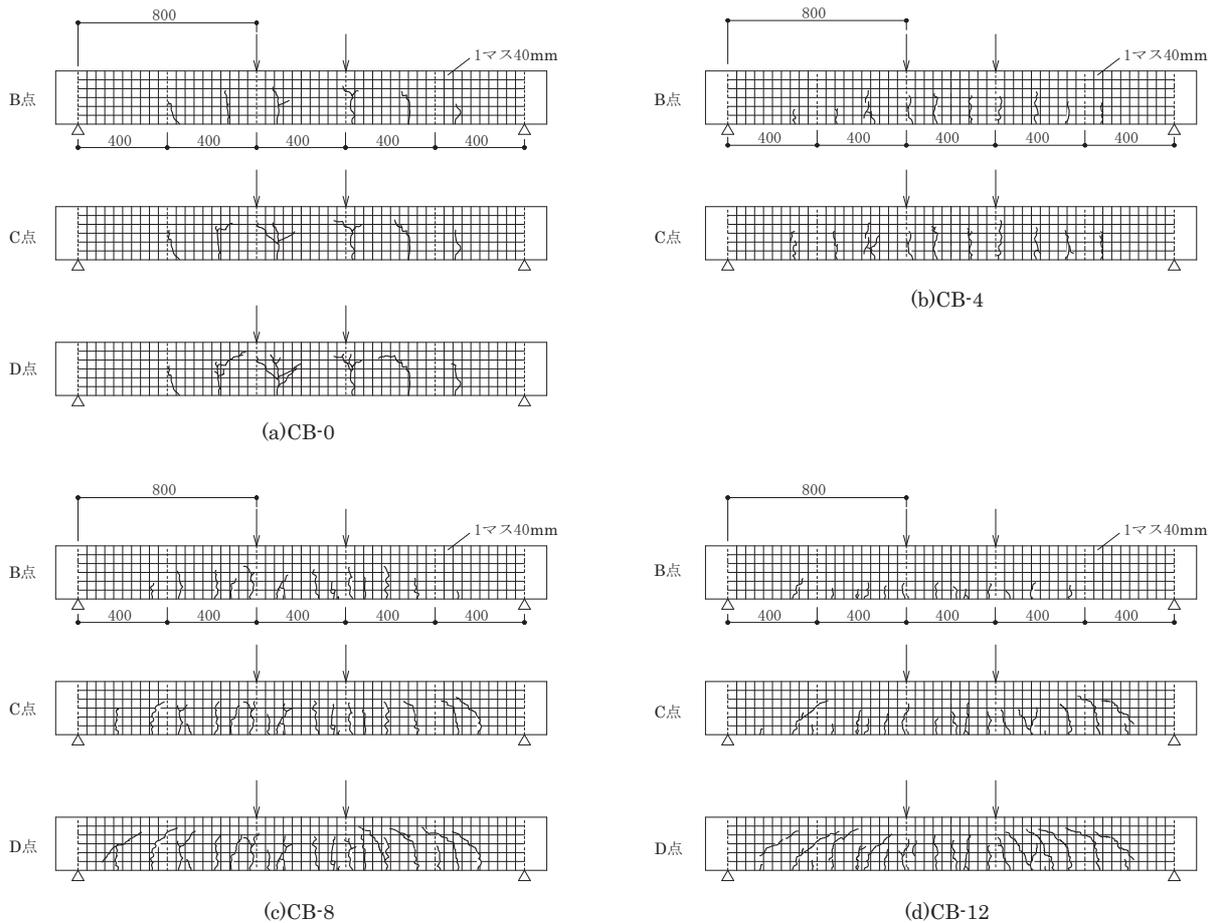


図-12 クラックの発生状況

解析モデルを図-9 に示す。要素分割数の影響を調べるために 2 種類のモデルで解析した。モデル 1 は支点から荷重点までを 2 分割し、はり中央の変位の計測点に節点を設け、計 6 要素に分割している。モデル 2 はモデル 1 の各要素の中央に節点を設け、計 12 要素に分割している。また、解析における材料強度等は材料試験で得られた値(表-1)を用いた。本要素は断面平面保持を基本仮定としているため、クラックの発生やそれに伴う鉄筋やコンクリートのひずみの不均一化は考慮できないが、ある区間での曲率は平均的な値として得られると考えている。

図-10 に各試験体の荷重～はり中央点たわみ関係を示す。図中の実線は実験値、点線はモデル 1 の解析結果(解析値 1)、破線はモデル 2 の解析結果(解析値 2)、一点鎖線はモデル 1 でコンクリートの引張強度を無視したときの解析結果(解析値 3)である。CB-4 に関しては、試験体中央点の変位計測板が接着不十分で剥離したため、途中で計測を中断した。解析値 1 と解析値 2 の結果はほぼ一致しており、要素分割数は 6 で十分であることがわかる。

実験値上の A 点は目視によるひび割れの発生点、B、C 点はそれぞれ試験体中央点のたわみが 5mm と 10mm の点、D 点は試験体中央部の圧縮側コンクリートが圧壊し

た点である。まず、コンクリートの引張強度を考慮したときの結果である解析値 1 と無視したときの結果である解析値 3 を比較すると、両者の差は荷重直後の初期剛性で特に大きく、その影響ははりが降伏し始めるまで及ぶが、降伏が始まると両者の差は次第に小さくなり、荷重もほぼ同じ値に収束する。次に、降伏が始まるまでの両解析結果と実験結果とを詳細に比較すると、CB-4 と CB-8 については解析値 1 が実験値とよく一致している。CB-0 と CB-12 については解析値 1 は荷重が実験値より高め、解析値 3 は低めになり実験値との差はほぼ同程度である。しかし、実験値が示す荷重直後の初期剛性を解析値 1 は精度よく表現できている。この点は CB-4 と CB-8 にも共通している。

降伏後の挙動について実験値と解析値 1 を比較すると、実験値と解析値の間で荷重の大きさに差が生じているが、鉄筋の入っていない CB-0 だけは比較的よく一致している。以上を総合すれば、今回新たに導入したコンクリートの応力ひずみモデルを用いればより実験値に近い解析結果が得られると言える。CB-4、CB-8、CB-12 における降伏後の実験結果と解析結果の差は、主筋やあばら筋によるコンクリートの拘束効果によるコンクリート強度

の上昇に起因する可能性がある。

図-11 に各試験体のはり中央点圧縮側コンクリート表面における荷重～ひずみ関係を示す。実線は実験値、点線はモデル1の解析結果(解析値1)、破線はモデル2の解析結果(解析値2)である。実験値のひずみは、試験体に貼り付けた5枚のひずみゲージによって測定したデータの平均値を用いた。実験値と解析値1を比較すると、実験結果、解析結果ともに図-10の荷重～たわみ関係とほぼ同様の傾向であることがわかる。すべての試験体の解析結果において、ひずみが -140×10^{-6} に達したあたりで荷重～ひずみ関係が不連続になっているのは、引張力を受けるコンクリートが降伏して断面内の応力の再配分が起こったためである。この応力の再配分現象は実験結果には明確に出ていないが、実験では試験体の材料や表面状態の不均一性によって引張りクラックがランダムに入るためではないかと思われる。

図-12 に実験における試験体のクラックの様子を示す。B, C, D 点は図-10の点と対応している。主筋の本数が増えるほど、発生点の荷重は高くなっていることがわかる。ひび割れの本数は主筋の本数が増えるほど多く、ひび割れ間隔が狭くなっている。また、主筋の本数が少ないと、ほとんどが曲げクラックであるが、主筋の本数が増えるにつれて荷重値が大きくなるため、支持端に近い部分では、せん断クラックが多くなっている。

5 結論

本論文ではまず、コンクリートの圧縮強度 F_c と文献6のヤング率 E_c の推定値を使って引張強度を考慮したコンクリートの応力ひずみモデルを設定する方法を示し、文献5で報告したSRCはりの4点曲げ実験の結果との比較によってその妥当性を検討した。その結果、この応力ひずみモデルを繊維化塑性関節モデルに導入すれば、降伏後の荷重を低めに評価するものの、SRCはりの荷重～たわみ関係、荷重～ひずみ関係を載荷直後の初期剛性を含めてよい精度で追跡できることを示した。ただ、鉄筋がある場合には実験値と解析値の降伏後の荷重の大きさに差が見られた。この差は主筋の本数にかかわらずほぼ同じであることから、あばら筋の存在が主な要因であるとも考えられるが、試験体の数が少ないこともあって断

定はできない。なお、コンクリートのひび割れの進展を比較した結果、主筋の本数が増加するほどひび割れ間隔が狭くなることが確認された。

序でも述べたように、本モデルは複数の部材からなる建築骨組の大変形弾塑性挙動が統一的に解析できることを最も重視しており、断面平面保持の仮定が適用できない部材については解析の対象外としている。従って、鋼材とコンクリートの付着状態等に起因して上記仮定が正当性を失う可能性がある場合には、本モデルで解析して部材の情報を得てその情報をもとに別途検討を加える必要がある。

謝辞

本研究の実験に際し、長崎大学工学部構造工学科の原田哲夫教授、山下務シニアスタッフおよび永藤政敏技術職員にお世話になった。また、本論文中のデータは(株)PAL構造の馬込康介氏の博士前期課程における研究によって得られたものである。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) M.Shugyo : Elastoplastic Large Deflection Analysis of Three-Dimensional Steel Frames, J. Struct. Engrg., ASCE, Vol.129, No.9, pp.1259-1267, 2003.9
- 2) 修行 稔, 島津 勝, 林田 幸浩, 岩永 洋尚: 曲げで壊れる鋼コンクリート合成部材および骨組の弾塑性解析, 日本建築学会構造系論文集, Vol.73, No.631, pp.1535-1542, 2008.9
- 3) 島津 勝, 修行 稔: 繊維化塑性関節モデルによる鉄筋コンクリート骨組の弾塑性解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.31, pp.43-48, 2009.6
- 4) 島津 勝, 岩永 洋尚, 修行 稔: 繊維化塑性関節法のSRC部材への拡張, 鋼構造年次論文報告集, Vol.13, pp.515-522, 2005.11
- 5) 馬込 康介, 池田 亘, 島津 勝, 修行 稔: SRC部材の弾塑性曲げ挙動に関する研究, 日本建築学会九州支部研究報告, Vol.48, pp.281-284, 2009.3
- 6) 日本建築学会: 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説 -許容応力度設計と保有水平耐力-, 2001年