

論文 確率論的解析手法による割裂引張強度の寸法効果に関する検討

田中 泰司*1・Joop. A. den Uijl*2

要旨:本研究では、コンクリートの割裂引張試験で見られる寸法効果を定量的に評価することを目的として、空間的な材料非均質性を確率論的に取り扱うことができる非線形有限要素解析を実施した。その結果、割裂引張試験で生じる寸法効果は、破壊力学的な機構による寸法効果と材料非均質性による寸法効果が混在していることが明らかとなった。解析的な検討を通して、通常の試験条件下では割裂引張試験結果が引張強度を過大評価する傾向にあることが示された。また、支圧板の幅や破壊エネルギーなど、それぞれの因子が試験結果に与える影響度が明らかとなった。

キーワード: 割裂引張試験, 品質のばらつき, モンテカルロ法, 寸法効果

1. はじめに

コンクリートの引張強度は、鉄筋コンクリート部材の構造性能を支配する重要な因子のひとつである。一様な引張応力を付与することは実際には困難であるため、一軸引張試験法に代わり、割裂引張試験¹⁾が広く用いられている。割裂試験を含む要素試験では、実構造物よりも小さな試験体を用いて試験が行われるため、寸法の影響を含めて試験結果を解釈する必要がある。

一軸引張試験に関する既往の研究²⁾によれば、引張強度の寸法効果は断面寸法の -1/6~ -1/8乗程度であり、腹鉄筋のないはり部材などで観察される寸法効果³⁾に比して十分に小さいことが確認されている。

一方、割裂引張試験では比較的大きな寸法効果が生じることが報告されている⁴⁾。そのため、試験体寸法の妥当性や試験結果の解釈が不可欠となる。これまでに、割裂試験の寸法効果に関して解析的な研究が行われ、破壊力学的な寸法効果の影響が割合大きな役割を果たすことが指摘されている^{5),6),7)}ものの、試験結果の定量評価には至っていないのが現状である。寸法効果の発生機構としては破壊力学的な機構のほか、空間的な品質のばらつきが挙げられる。しかし空間的な品質変動の影響は通常使用される決定論的な解析手法では取り扱いが困難であるため、その検討数は非常に少ない⁸⁾。

そこで本研究では、材料特性の空間的なばらつきを確率論的に考慮した有限要素解析を実施することで、割裂引張試験の寸法効果を定量的に評価することとした。

2. 解析概要

2.1 PFEM 解析

本研究では通常行われる決定論的な有限要素解析 (DFEM, Deterministic Finite Element Method) とともに、空間的な品質のばらつきを考慮した有限要素解析 (PFEM,

Probabilistic Finite Element Analysis⁹⁾) を実施した。PFEM はモンテカルロ法の一種であり、まず材料強度分布の異なる有限要素メッシュが複数作成される。次に有限要素プログラムを用いて構造解析が実施される。最後に解析結果の平均と分散を求め、評価が行われる。材料強度分布の生成と有限要素解析にはそれぞれ市販の解析プログラム (FREEET¹⁰⁾, ATENA¹¹⁾) を使用した。

2.2 材料強度の空間的非均質性のモデル化

有限要素のガウス点に入力される材料強度にばらつきを与えることで材料強度の非均質性を表現することとした。材料強度のばらつきは Weibull 分布に従うと仮定した。また、近接する要素の材料特性は相対距離に応じた相関係数を有すると仮定した。本研究では相関係数のモデルとして釣鐘型の Exponential 関数^{12),13)}を使用した。

$$\rho(i, j) = \exp \left\{ - \left[\left(\frac{\Delta x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{l_y} \right)^2 \right] \right\} \quad (1)$$

ここに、 ρ は相関係数 [0~1]、 l_x, l_y は x, y 方向の基準距離を表す係数、 $\Delta x, \Delta y$ は i 要素と j 要素の x および y 方向の相対距離をそれぞれ表す。図-1 に示したように互いの影響範囲は基準距離 l_x, l_y の約 2 倍となる。次に、相関係数を用いて共分散マトリクスを構成する⁸⁾。

$$Cov(i, j) = s^2 \cdot \rho(i, j) \quad (2)$$

ここで s は標準偏差を表す。共分散マトリクスを対角化して得られる直交変換マトリクス Φ を用いれば、各ガウス点に入力される材料特性ベクトル X は次式により求められる。

$$[Cov(i, j)] = \Phi \Lambda \Phi^T \quad (3)$$

$$X = \Phi \cdot Y \quad (4)$$

ここに、 Λ は対角成分が共分散マトリクス $[Cov(i, j)]$ の固有値である対角マトリクス、 $Y (= y_1, \dots, y_n)$ は Weibull 分布にもとづき構成された乱数ベクトルで、次式により

*1 長岡技術科学大学 環境・建設系助教 博(工) (正会員)

*2 Associate prof., Faculty of civil engineering and geosciences, Delft University of Technology, Ir. MSc.

求めた。

$$y_i = a \{-\ln(1 - rand)\}^{\frac{1}{b}} \quad (5)$$

$rand$ は(0,1)の区間をもつ一様乱数、 a, b は確率密度分布の形状をあらわす係数である。乱数列の特徴を示す指標としては a, b よりも平均値 μ と変動係数 COV_{md} のほうが直感的に分かりやすい。そこで本研究ではまず、乱数ベクトルの平均値 μ と変動係数 COV_{md} を定義し、次式の関係¹⁴⁾から係数 a, b をニュートン法により数値的に導いた。

$$\mu = a \cdot \Gamma(1 + (1/b)) \quad (6)$$

$$s = a \cdot \{\Gamma(1 + (2/b)) - \Gamma^2(1 + (1/b))\}^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

ここに、 $\Gamma(x)$ はガンマ関数、 s は標準偏差(= $\mu \cdot COV_{md}$)である。

上記の方法により生成された材料強度分布の例を図-2に示す。要素分割が十分に細かければ、強度分布の粗さは基準距離 l_x, l_y で制御される。基準距離は骨材寸法にもとづき決定するのが明快ではあるものの、基準距離が小さい場合には要素分割も相応して細かくする必要がある。一方、本研究の解析対象に対する感度解析を行ったところ、基準距離が10mm以上の範囲では基準距離の影響はほとんど見られなかった。そこで本研究では、大型試験の解析実行性も勘案して基準距離を一律に30mmとした。

2.3 FEM 解析手法の概要

破壊エネルギーや引張強度など、有限要素解析に必要な材料特性値はCEB-FIP model code 1990¹⁵⁾に準拠して圧縮強度から算出した。

本研究で検討する割裂引張試験の解析では、引張軟化則と二軸応力下での引張強度モデルが解析結果に大きな影響を与える。引張軟化曲線には図-3で示される二直線モデル¹⁶⁾を使用した。また、二軸圧縮-引張応力下におけるひび割れ強度はKupferら¹⁷⁾の試験結果にもとづき、図-4に示すような2直線近似モデルとした。圧縮破壊基準にはMenetrey and Willamの三軸破壊基準¹⁸⁾を用いた。

3. FEM 解析による割裂試験方法の検討

3.1 弾性論による割裂引張強度

寸法効果に関する検討に先立ち、割裂引張試験の弾性論による解と非線形解析結果の相違について確認を行うこととした。

割裂引張試験では、引張強度は弾性論による解法¹⁹⁾により以下の式によって求められる。

$$f_{ct,sp} = \frac{2P_u}{\pi d l} \quad (8)$$

ここに、 $f_{ct,sp}$ は割裂引張強度、 P_u は最大荷重、 d は試験体

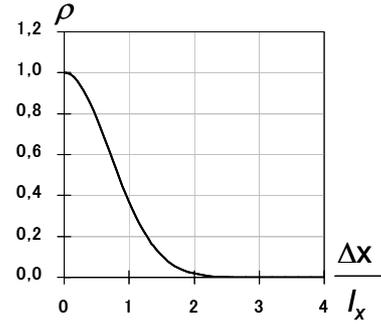


図-1 相対距離と相関係数の関係

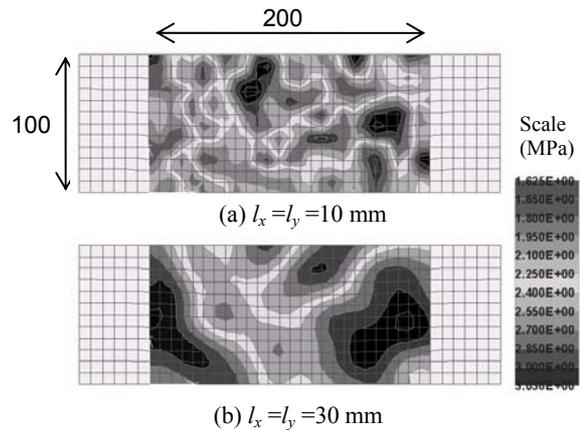


図-2 基準距離が材料強度分布に与える影響

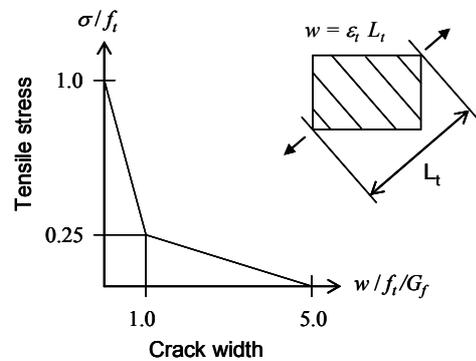


図-3 引張軟化モデル

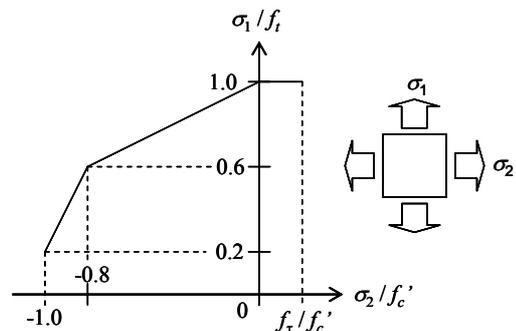


図-4 二軸応力下でのひび割れ発生強度モデル

直径, l は奥行きをそれぞれ表す。式(8)は集中荷重を仮定し, 導かれたものであるが, 実際には有限の幅 a を有する支圧板により支圧力が付与される。この場合の弾性解は次式のようになる²⁰⁾。

$$f_{ct,sp} = \frac{2P_u}{\pi d} \left(1 - \left(\frac{a}{d} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

一般的な場合として $a/d = 0.10$ を代入すると, 式(8)と式(9)の違いは約 1.5%であり割合小さい。

3.2 支圧板の幅の影響

式(8), (9)の比較に示されるように, 弾性範囲内では支圧板の幅は割裂引張応力にあまり影響を与えない。ここではコンクリート材料の非線形性が試験結果に与える影響を検討するために, 支圧板の幅を因子とした二次元有限要素解析を行った。

支圧板の幅が小さい場合, 平面応力条件下で解析を行うと支圧板直下で支圧破壊が生じる結果となる。しかし実際には支圧板による三次元的な拘束効果により, この部位で破壊が生じることはほとんどない。現実を即した破壊形式を再現するために, ここでは平面ひずみ条件で解析を行うこととした。

図-5に支圧板の幅と割裂引張強度の関係を示す。円柱試験体の直径は100mm, 圧縮強度は25.5MPa, 引張強度は2.32MPaとした。破壊エネルギーは48, 58, 112Nm/m²とした。これらの値は骨材最大径が8, 16, 32mmのときの破壊エネルギーであり, 圧縮強度から求めた¹⁵⁾。また, 割裂引張強度は式(8)により算定した。解析値は, 支圧板の幅が試験結果に比較的大きな影響を与えることを示している。計算された割裂引張強度と解析で使用した引張強度の大小関係は支圧板の幅によって異なるものの, 現実的な範囲ではおおむね割裂引張強度は一軸引張強度を過大評価する傾向にあるといえる。

3.3 破壊エネルギーの影響

図-6に破壊エネルギーと割裂引張強度の関係を示す。これより, 破壊エネルギーが大きいほど割裂引張強度は大きく見積もられることが分かる。その傾向は支圧板の幅が大きいほど顕著である。ただし, 現実的な範囲では破壊エネルギーよりも支圧板の幅のほうが試験結果に与える影響が大きい。

一方, 破壊エネルギーが非常に小さい場合, 引張強度は過小評価される傾向にある。割裂ひび割れが発生する領域では圧縮—引張の二軸応力状態が生じているが, その場合, 図-4に示した二軸破壊基準によって引張強度が低減される。支圧板の幅が小さいほど圧縮応力は大きくなるので, ひび割れ強度の低下率は大きくなる。図-7に, 引張強度の低減を考慮しない場合の解析結果を示す。この場合には, 割裂引張強度は入力値に向かって収束し

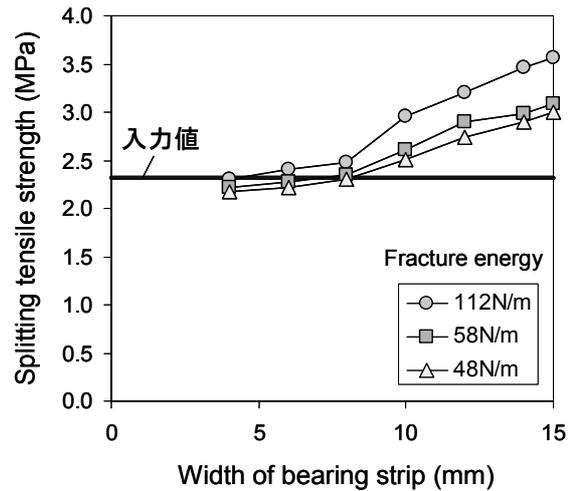


図-5 支圧板の幅と割裂引張強度の関係
($d = 100$ mm, $f_t = 2.32$ MPa)

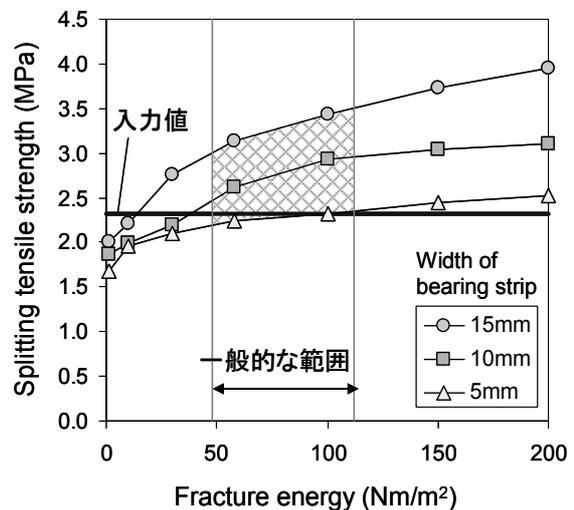


図-6 破壊エネルギーと割裂引張強度の関係
($d = 100$ mm, $f_t = 2.32$ MPa)

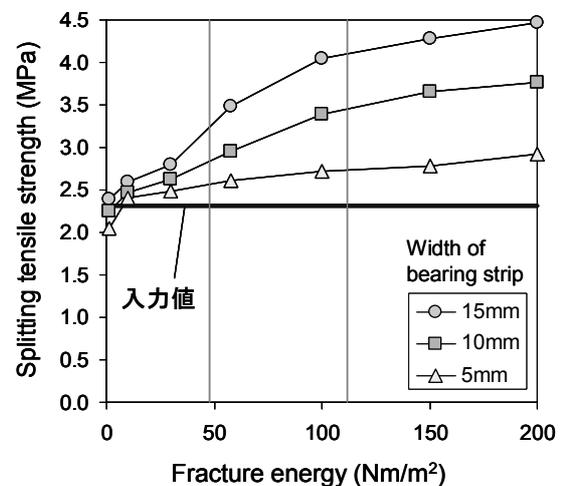


図-7 破壊エネルギーと割裂引張強度の関係
(引張強度の低減未考慮, $d = 100$ mm, $f_t = 2.32$ MPa)

ていくことがわかる。ただし、支圧板の幅と破壊エネルギーがともに小さいと、支圧破壊が先行するため割裂引張強度は過小評価される。

以上の検討より、割裂引張試験では軸圧縮によるひび割れ発生強度の低下と、破壊エネルギーによる強度増加が同時に生じるが、通常の試験範囲内では、結果として引張強度がやや過大評価される、と考えられる。

4. 割裂引張試験の寸法効果に関する検討

4.1 実験結果と PFEM 解析結果の比較

図-8 にシリンダー直径が100~3000 mmの範囲における割裂引張試験の実験値⁴⁾と解析値の比較を示す。ここで解析条件は表-1 に示すとおりとした。

材料非均質性を考慮しない場合(COV_{md}=0%)には、直径200mm以下ではおおむね実験値と一致するものの、試験体直径が500mm以上の範囲では実験値を過大評価する結果となった。一方、非均質性の変動係数COV_{md}を20~40%とした二次元PFEM解析の平均値は、いずれの試験体寸法においても実験結果とほぼ一致した。

以上の結果から、割裂引張試験で観察される寸法効果には少なくとも2つの発生機構が存在すると考えられる。ひとつは材料非均質性による寸法効果であり、これは主に試験体寸法が500mm以上の範囲で顕著となる。もうひとつは、破壊エネルギー的な要因によって生じる寸法効果で、主に試験体寸法が200mm以下で生じるものである。

4.2 材料強度の非均質性と寸法効果

図-9 に割裂引張応力—軸平均ひずみ関係におけるPFEM解析結果の例を示す。FEメッシュの材料強度分布に応じて解析結果にもばらつきが生じるため、正確な値を得るためには試行回数を十分大きく取る必要がある。特に大きな変動係数COV_{md}を設定した場合や解析対象物の寸法が小さい場合には解析結果の誤差が大きくなる。

COV_{md}=20, 40%とした場合の解析結果と実験結果のばらつきの比較を図-10に示す。ここで、解析結果のばらつきの指標として $\mu \pm s$ (s は標準偏差)の範囲をプロットした。試行回数が少ないため、解析結果には割合大きな誤差が含まれていると考えられるものの、解析結果と実験結果のばらつきは大きく相違しないと判断される。なお、PFEMによって考慮している材料品質の空間的なばらつきは、本来、三次元的なばらつきをもっているもので、ここで用いた変動係数COV_{md}の値は、奥行き方向に平均化を行った場合の値といえる。今回検証に使用した試験は奥行きが一定のため、二次元解析によっても相对比较が可能であるが、奥行きも変化する場合には、三次元的なばらつきを考慮する必要がある。

図-11 に試験体寸法とPFEM解析結果の変動係数の

表-1 PFEM解析の解析条件

圧縮強度 f_c'	25.5 MPa
引張強度 f_t	2.32 MPa
破壊エネルギー G_f	57.9 Nm/m ²
支圧板の幅と試験体直径の比 a/d	0.10
基準距離 l_x, l_y	30 mm
解析試行回数	20~60回

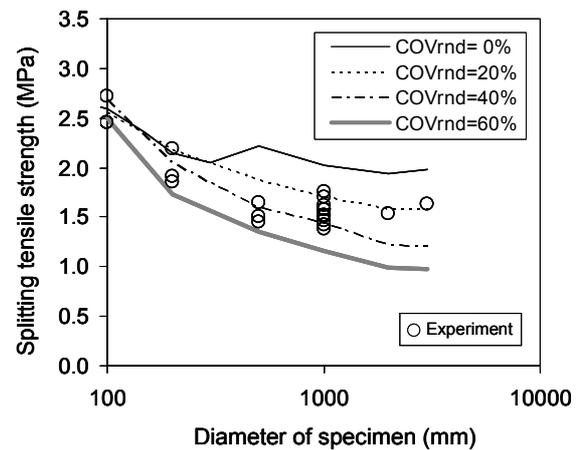


図-8 割裂引張試験の寸法効果に関する実験値⁴⁾と解析結果の比較

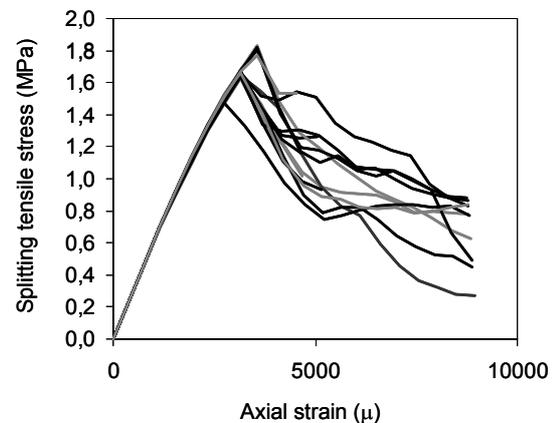


図-9 PFEM解析による割裂引張応力—軸ひずみ関係の例 (d=1000mm, COV_{md}=20%, l_x=30mm)

関係を示す。解析では、試験体寸法が大きくなるほど変動係数が小さくなる結果となった。変動係数が要素実験から得られている場合には、その実験値と一致するような基準距離 l_x, l_y と変動係数 COV_{md} の組み合わせを逆解析的に導くことで、実験と解析を対応づけることができる。今回の解析では100mm径の試験体に対して10~23%の変動係数が生じるような空間的非均質性を与えたときに実験結果と同様の寸法効果が得られた、といえる。

本研究では、基準距離を30mmに固定して解析を行ったが、同様の解析結果を与える基準距離と変動係数の組み合わせは多数存在する。基準距離が寸法効果に及ぼす

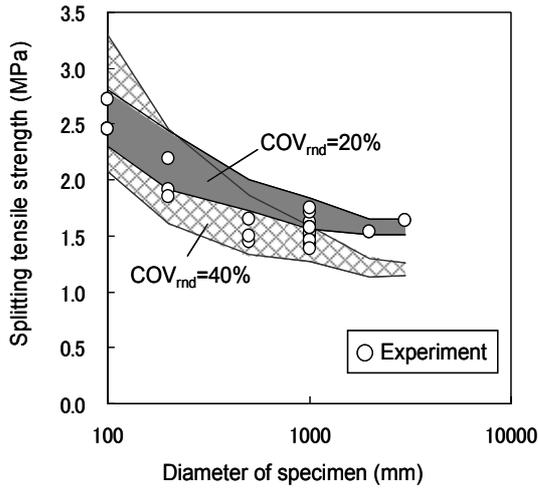


図-10 試験値と解析値のばらつき比較
(平均値±標準偏差をプロット)

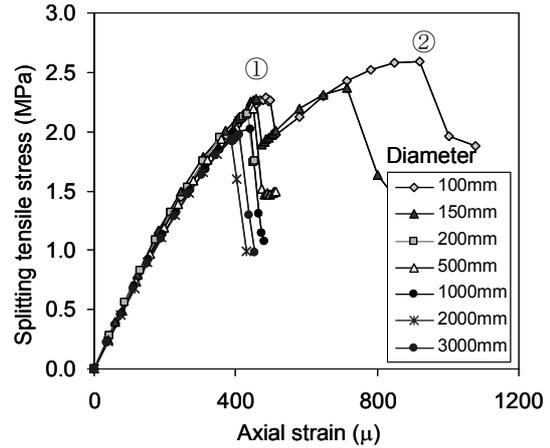


図-12 割裂引張応力—軸ひずみ関係における試験体寸法の影響 (材料非均質性未考慮)

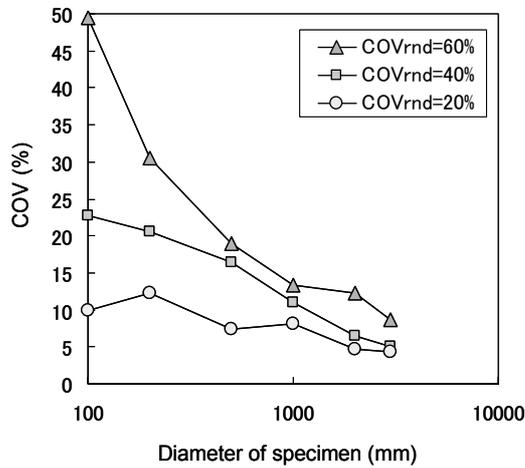
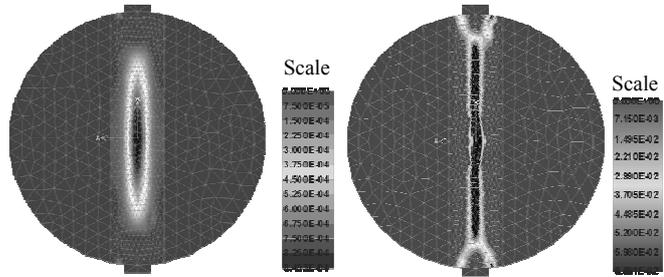


図-11 試験体寸法と変動係数の関係



(a) 第1ピーク後 (b) 第2ピーク後

図-13 主破壊ひずみ分布 (d=100, a=10)

影響の確認は今後の課題としたい。

4.3 破壊エネルギーに起因する寸法効果

図-12に割裂引張応力—軸平均ひずみ関係における試験体寸法の影響を示す。ここでは寸法の影響のみを比較するため、材料非均質性は考慮せずに解析を行った。試験体直径が100, 150mmの場合にはピークが2箇所存在し、最大値は2番目のピークとなる。一方、試験体直径が200mmよりも大きい場合には最初のピークで破壊が生じる。図-13に弾塑性破壊モデル²¹⁾にもとづく破壊ひずみの主ひずみ分布を示す。この図より、第1のピークは割裂ひび割れの発生によるものであることが分かる。また、第2のピークでは支圧板近傍で圧縮破壊が生じることが見て取れる。このようなひずみ分布はPFEM解析においても同様に確認された。このことから、破壊エネルギーが大きく、試験体寸法が小さい場合に測定される試験荷重の最大値は、割裂ひび割れの発生荷重とは異なる可能性がある。これが実際の試験でも生じる場合には試験方法になんらかの変更が必要となる。この点に関

する実験的な確認と検討を今後、行う必要がある。

割裂ひび割れの発生を表す第1のピークも緩やかな寸法効果を有する。試験体寸法が大きくなるにつれ、部材挙動は相対的に脆性的となることを考えると、試験体寸法を大きくした場合の引張強度の極値は破壊エネルギーを十分に小さくした場合と等しくなると考えられる。図-6を参考にすれば、 $a/d=0.10$ の場合の引張強度の極値は1.86MPaと推定される。一方、図-12のDFEM解析では、試験体直径が1000mmの場合には2.02MPa、2000mmでは1.94MPaと極値にかなり近い。このことから、割裂引張試験では、破壊エネルギーに起因する寸法効果は試験体寸法が比較的小さい範囲で生じ、試験体寸法が比較的大きい場合には、その寄与率が小さくなるといえる。

4.4 割裂引張試験方法に関する今後の課題

解析的検討によって明らかとなったように、割裂引張試験による引張強度の推定ではいくつかの要因によって試験結果に誤差が生じる可能性がある。そのため、試

験方法や強度推定式に何らかの修正が必要であると考えられる。たとえば、破壊エネルギーに起因する過大評価を防ぐためには、最大荷重に代えて、割裂ひび割れ発生荷重が検出できるような工夫が必要であろう。また、どのような試験方法であっても Weibull 型の寸法効果の発生は免れないので、試験体寸法に対する補正を推定式に追加する必要があると思われる。信頼性と精度向上のための具体的な修正法の提案と検証は今後の課題である。

5. 結論

本研究では割裂引張試験の決定論的有限要素解析 (DFEM) と確率論的有限要素解析 (PFEM) をそれぞれ実施し、その結果、以下の結論を得た。

- ・ 支圧板の幅は試験結果に割合大きな影響を与える。支圧板の幅が通常の範囲にあり、試験体直径が 100mm 程度の場合、割裂試験は引張強度を過大評価する傾向にあると考えられる。
- ・ コンクリートの破壊エネルギーが十分に小さい場合には、割裂試験は引張強度を過小評価し、破壊エネルギーが大きい場合には引張強度を過大評価すると考えられる。
- ・ 割裂試験体の断面では、圧縮—引張の二軸応力状態が生じるため、ひび割れ強度が低下する。
- ・ 割裂引張試験でみられる寸法効果は、破壊力学的な影響と材料特性の非均質性の両者を同時に考慮できる確率論的有限要素解析 (PFEM) によって定量的に評価可能となる。
- ・ 割裂引張試験の寸法効果の発生機構は 2 種類存在し、小径試験体では破壊力学的な機構による寸法効果が支配的であるが、大型試験体では材料非均質性による寸法効果の寄与率が大きくなる。
- ・ 要素実験で変動係数が得られている場合、非均質性をあらかず変数を逆解析的に求めることで、実験と確率論的解析を対応付けることができる。

参考文献

- 1) Carneiro, F. L. L. and Barcellos, A.: Tensile strength of concrete, RILEM Bulletin, No.13, pp.97-123, 1953
- 2) Van Vliet, M. R. A. and Van Mier J.G. M.: Experimental investigation of size effect in concrete and sandstone under uniaxial tension, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 65, pp.165-188, 2000
- 3) Kani, G. N. J.: How safe are our large reinforced concrete beams?, ACI journal, pp.128-141, March. 1967
- 4) 長谷川俊昭ほか：コンクリートの割裂引張強度に関する寸法効果，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.7, pp.309-312, 1985
- 5) Bazant, Z. P. et al.: Size effect in Brazilian split-cylinder tests: Measurements and fracture analysis, ACI material journal, vol.88, No.3, pp.325-332, May/June, 1991
- 6) Rocco, C. et al.: Review of the splitting-test standards from a fracture mechanics point of view, Cement and concrete research, Vol.31, pp.73-82, 2001
- 7) Malarics, V. and Muller, H. S.: Experimental and numerical analysis of the fracture process in the splitting tension test of concrete, Fracture mechanics of concrete and concrete structures -New trends in fracture mechanics of concrete-, pp.225-232, 2007
- 8) 西藤厚ほか：引張強度のばらつきと距離相関を考慮したコンクリートの破壊シミュレーション，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.17, No.2, pp.1329-1334, 1993
- 9) Sundararajan, C.: Probabilistic structural mechanics handbook, Chapman & Hall, 1995
- 10) Vorechovsky, M.: Interplay of size effects in concrete specimens under tension studied via computational stochastic fracture mechanics, J. Solids Struct., Vol.44, Issue.9, pp.2715-2731, May.2007
- 11) Cervenka, V. et al.: Atena program documentation, Cervenka consulting, Aug.2007
- 12) Schueller, G.I., Bucher, C.G.: Computational methods in stochastic structural dynamics, EURO DYN'90, 1991
- 13) Vorechovsky, M.: Stochastic fracture mechanics and size effect, PhD dissertation, BRNO university of technology, Jul.2004
- 14) 松原望ほか：統計学入門，東京大学出版会，1991
- 15) CEB-FIP Model code 1990, American society of civil engineers, 1993
- 16) コンクリート標準示方書構造性能照査編，土木学会，2002
- 17) Kupfer, H. et al.: Behavior of concrete under biaxial stresses, ACI journal, Vol.66, No.8, pp.656-666, Aug.1969
- 18) Menetrey, Ph. and Willam, K. J.: Triaxial failure criterion for concrete and its generalization, ACI structural journal, Vol.92, No.3, pp.311-318, May/Jun.1995
- 19) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N.: Theory of elasticity, コロナ社，1973
- 20) Olesen, J. F. et al.: Nonlinear fracture mechanics and plasticity of the split cylinder test, Materials and structures, Vol.39, pp.421-432, 2006
- 21) De Borst, R.: Non-linear analysis of frictional materials, ph. D thesis, TU Delft, 1986