

論文 乾燥収縮によるコンクリート構造物のひび割れ進展解析

長崎 了^{*1}・中村 光^{*2}・上田 尚史^{*3}・国枝 稔^{*4}

要旨：3次元RBSMおよび水分移動を考慮できる3次元トラスネットワークモデルを統合した解析手法に、クリープ変形を導入した手法を開発し、鉄筋を埋設した一軸拘束供試体を対象とした乾燥収縮によるひび割れ進展解析を行った。実験結果との比較から、開発した解析手法により、鋼材および埋設鉄筋による拘束に起因して発生するひび割れおよび鉄筋に生じるひずみ分布を、ある程度定量的に評価できることを確認した。また、鉄筋量の違いがひび割れ性状やひび割れ幅に及ぼす影響を概ね再現できる事を示した。さらに、乾燥収縮ひび割れの再現には、クリープ変形を適切に考慮する必要があることを示した。

キーワード：RBSM, トラスネットワークモデル, 乾燥収縮, 鉄筋拘束, クリープ

1. はじめに

コンクリート構造物には、初期材齢から温度変化や湿度変化などによる体積変化に起因した初期応力が発生し、それに伴い構造物にはしばしば初期ひび割れが発生しており、耐久性の低下を引き起こす主要因の一つとして懸念されている。そのため、ひび割れ制御の観点から、温度応力や乾燥収縮で生じる初期応力に起因するひび割れの発生および進展挙動などの時間依存変形挙動を把握することが重要な課題となっている。

初期ひび割れの制御は、ひび割れ制御鉄筋の配置などにより一般に対応される。鉄筋拘束の影響については、ひび割れ挙動の評価法やひび割れ幅の算定式がいくつか提案されている^{1),2)}が、実構造物を考えた場合、構造形式は多様であり複雑な配筋を有しているため、構造物ならびに鉄筋の拘束により生じる乾燥収縮ひび割れを評価するためには、解析的な手法の開発が望まれる。特に構造物の多様性を考えた場合3次元解析手法の開発が必要と考えられる。

そこで本研究では、ひび割れの進展挙動を明確に表現できる3次元剛体一バネモデル（以下RBSM）を構造解析手法とし、時間依存性挙動として、水分移動に伴う乾燥による変形、クリープによる変形、を考慮できる解析手法の開発を試みた。そして、この手法を用いて鉄筋を埋設した一軸拘束供試体を対象とした乾燥収縮ひび割れの進展挙動解析を行い、鋼材および鉄筋による拘束の程度がひび割れ性状に与える影響を評価し、本解析手法の有効性を検討した。

2. 解析手法

2.1 構造解析手法

(1) 3次元RBSM

構造解析手法として、離散型の解析手法でありひび割れ進展等の不連続現象を直接表現できるRBSM³⁾を用いた。RBSMにおいては、ひび割れを要素間のバネの破壊として表現するため、ひび割れは要素境界边上に沿って発生する。そのため、ひび割れの発生および進展挙動が要素分割に大きく依存するため、Voronoi多角形分割⁴⁾によりコンクリートをランダムな要素に分割し、ひび割れ進展の要素依存性を低減した。図-1に示すようにVoronoi分割されたコンクリート要素は6自由度を持つ3次元の剛体としてモデル化した。要素間のバネとしては、要素境界面を境界面重心および境界面頂点からなる三角形に分割し、各々の三角形の重心に表面力の評価点としての積分点を設定し、垂直バネ、せん断バネを設けた。非線形特性を導入可能な複数のバネを一つの境界面に設定することにより、要素間の回転方向相対変位に対する非線形抵抗性能を表現できる解析モデルである。

(2) 水分移動解析手法

水分移動解析手法として、不連続挙動を表現するRBSMと統合可能なトラスネットワークモデル⁵⁾を用いた。すなわち、図-2に示すように各Voronoi母点間を結

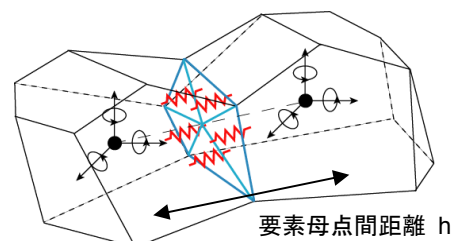


図-1 3次元RBSM

*1 名古屋大学大学院	工学研究科社会基盤工学専攻	(正会員)
*2 名古屋大学大学院	工学研究科社会基盤工学専攻教授	博士(工) (正会員)
*3 名古屋大学大学院	工学研究科社会基盤工学専攻助教	修士(工) (正会員)
*4 名古屋大学大学院	工学研究科社会基盤工学専攻准教授	博士(工) (正会員)

ぶ3次元トラスネットワークを設定し、Voronoi要素境界面の面積に対応した断面積を持つとした各トラスにおいて、水分移動の基礎方程式を境界条件式のもとに解くことで水分移動を表現した。離散化したトラスの拡散方程式を式(1)に示す。

$$\frac{AD}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{\omega} \frac{AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial R_1 / \partial t \\ \partial R_2 / \partial t \end{Bmatrix} + \alpha A \begin{Bmatrix} R_1 - R_\infty \\ R_2 - R_\infty \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 A はトラス断面積、 L はトラス長さ、 t は時間、 D は拡散係数、 α は水分伝達率、 ω は容量換算係数⁵⁾、 R_1 および R_2 はトラス両端面の相対含水率である。また、含水率 R と相対湿度 H の関係は $R=H$ であると仮定し、 R_∞ は雰囲気相対湿度である。また、拡散係数の含水率依存性は既往の文献⁶⁾を参考に式(2)により考慮した。

$$D/D_1 = 1/\{22(1-R/100)+1\}^{1.4} \quad (2)$$

ここで、 D_1 は初期拡散係数、 R は相対含水率(%)であり、先述のとおり $R=H$ とした。

乾燥収縮ひずみは、材齢と相対含水率の関数となる⁷⁾が、本解析ではトラスネットワークモデルにより求めたコンクリート中の相対含水率の変化量と自由乾燥収縮ひずみが線形関係にあると仮定し、式(3)により求めた。

$$\Delta \varepsilon_{sh} = \alpha_{sh} \Delta R \quad (3)$$

ここで、 $\Delta \varepsilon_{sh}$ は自由乾燥収縮ひずみ、 α_{sh} は収縮係数、 ΔR は相対含水率変化量である。

(3) クリープモデル

RBSMにより毎ステップの垂直バネおよびせん断バネに作用する応力を求め、逐次クリープひずみを算定し重ね合わせの原理に基づいたStep-by-Step法によってクリープ変形を考慮した。なお、垂直バネおよびせん断バネのクリープひずみの算定式は式(4)のように記述される一般的な形のものをを用いた。

$$\varepsilon_{cr}(t_m) = \sum_{i=1}^{m-1} \phi(t_m, t_i) \Delta \sigma_i \quad (m \geq 2) \quad (4)$$

ここで、 t_i および t_m は時間ステップ、 $\varepsilon_{cr}(t_m)$ はある時間ステップ t_m における全クリープひずみ、 $\phi(t_m, t_i)$ はクリープ関数であり、時間ステップ t_i に単位応力が作用した場合の経過時間 $(t_m - t_i)$ におけるクリープひずみとして定義される。 $\Delta \sigma_i$ は時間ステップ t_{i-1} から時間ス

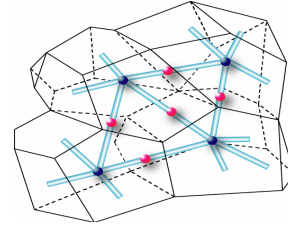


図-2 トラスネットワークモデル

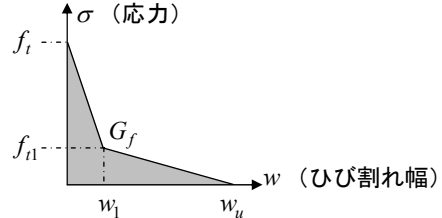


図-3 コンクリートの材料モデル

テップ t_i 間での応力増分である。なお、本研究では、圧縮クリープおよび引張クリープは等しいとした。

(4) 材料モデル

コンクリートの材料モデルは、垂直バネについては、図-3に示すような引張強度以降の軟化域において引張破壊エネルギーを考慮した1/4モデルを用い、圧縮側は弾性とした。せん断バネについては、斉藤らのモデル⁸⁾に基づき、モール・クーロン型の破壊基準を用いて、降伏後は関連流れ則に従い、終局せん断ひずみに達するまで降伏曲面上を移動するものとして、コンクリートのせん断伝達機構のモデル化を行った。また、ひび割れ開口に伴うせん断剛性の低下を表現するために、ひび割れ幅に対してせん断剛性を低減させた⁸⁾。

また、除荷経路は原点指向型の線形除荷モデルとした。なお、変位をひずみに変換するための特性長さは、図-1に示すような2要素間の母点間距離 h とした。

(5) 鉄筋および付着モデル

鉄筋は図-4に示すように、梁要素の集合としてモデル化を行い、それぞれの鉄筋梁要素の両端をリンク要素を介してコンクリート剛体要素に結合させ、リンク要素を用いてコンクリート-鉄筋間の付着すべり挙動をモデル化した。鉄筋はバイリニア型でモデル化した。

本研究で用いた鉄筋-コンクリート間の付着応力-すべり関係は、図-5および式(5)に示すとおりである。なお、本モデルは澤部ら⁹⁾によって行われた一軸RC部材の引張解析において、ひび割れの発生、分散挙動を妥当に再現できることが確認されている。

$$\tau = \begin{cases} 0.4 \times 0.9 \times (f'_c)^{2/3} (1 - \exp(-40(s/D)^{0.5})) & 0 \leq s \leq s_1 \\ \tau_{\max} - (\tau_{\max} - 0.1\tau_{\max})(s - s_1)/(s_2 - s_1) & s_1 \leq s \leq s_2 \\ 0.1\tau_{\max} & s_2 \leq s \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 τ は付着応力、 $\tau_{\max}$ は最大付着応力、 f'_c はコンクリートの圧縮強度(MPa)、 D は鉄筋径(mm)、 s はす

べり量, s_1 は 0.2(mm), s_2 は 0.4(mm)である。

2.2 時間依存挙動を考慮した構造解析

本研究では, 時間依存挙動として乾燥による収縮変形およびクリープによる体積変化を考慮している。乾燥収縮およびクリープによる体積変化は, それぞれ式(3)および式(4)より求めたひずみを初期ひずみ問題としてバネに与えることで構造解析と統合される。なお, 乾燥収縮ひずみは垂直バネに, クリープひずみは垂直バネおよびせん断バネに与えるものとした¹⁰⁾。

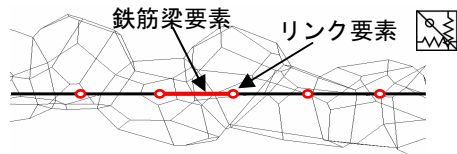


図-4 離散鉄筋梁要素

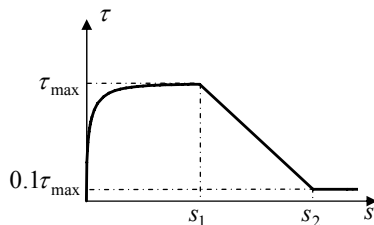


図-5 付着応力-すべりモデル

3. 一軸拘束供試体を対象としたひび割れ進展挙動解析

3.1 解析概要

(1) 解析モデル

本解析では図-6 に示すような, 側面が鋼材で拘束された, 拘束区間 2000mm, 供試体断面幅 350mm×厚さ 100mm のコンクリート断面中央に鉄筋が複数本埋設されている供試体を用いた中川ら¹¹⁾の一軸拘束収縮ひび割れ試験を対象としたひび割れ進展挙動解析を行った。本解析で用いた解析モデルを図-7 に示す。Voronoi 分割を行った要素は, 最も断面積が小さい供試体中央のくびれ部で約 28mm の要素寸法であり, 厚さ方向には約 4 要素が配置されている。また, 供試体中央に発生するひび割れの進展挙動を評価するため, 拘束筋に接する固定部のコンクリート要素は弾性体として取り扱った。また, 埋設鉄筋は各 2 本~5 本を厚さ 100mm の断面中央に配置してある。

構造解析の境界条件は, 解析モデルの一端の中央位置の要素を完全固定とし, 他端の中央位置の要素を軸方向を除いて固定とした。鉄筋梁要素の境界条件は, 両端で結合されているコンクリート要素とのリンク要素の剛性を大きくし固定とした。水分移動解析の境界条件は, 実験で行われた状態を模擬するよう, 初期条件は相対含水率 100%を与え, 材齢 7 日の脱型以後は相対含水率 60%を与えた。

(2) 材料モデル

解析に用いたコンクリートの材料諸元は, 実験における材齢 28 日の結果から, ヤング係数は 23.7GPa, 圧縮強度は 28.0MPa, 引張強度は 2.57MPa を用いた。また, 鋼材はヤング係数が 210GPa, 断面積は 1192mm²とし, 埋設鉄筋は, 異形鉄筋 D10 で, ヤング係数 198GPa, 降伏点は 360N/mm²とした。

水分移動解析に用いる解析パラメータは, 別途行われた 100×100×400mm の供試体による自由乾燥収縮実験と解析値が一致するように同定した。同定した水分移動解析パラメータの値を表-1 に示す。一方, クリープ関数は, 100×100×500mm の供試体に対し材齢 14 日に持続圧縮軸応力(6N/mm²)を作用させた実験の結果からクリープ係数が求められており, その回帰式を用いて式(6)のように決定した。

$$\phi(t, t_i) = \frac{1}{E_c} \cdot \frac{(t - t_i)^{0.6}}{4.42 + 0.0026(t - t_i)^{0.6}} \quad (6)$$

ここで, t は現ステップにおける材齢で, t_i はある応力が作用した材齢である。なお, 本研究では材齢によるヤング係数の発現は考慮していない。

(3) 解析ケース

既往の乾燥収縮によるひび割れ評価法において, クリープの影響が考慮されていることから, 本解析手法の妥当性を確認するため, クリープ変形を考慮しないケースおよびクリープ変形を考慮するケースの 2 通りの解析を行った。クリープ変形を考慮しないケースを N ケース, クリープ変形を考慮するケースを CR ケースと呼ぶこととし, 鉄筋の本数を用いて, N ケースでの鉄筋を m 本配

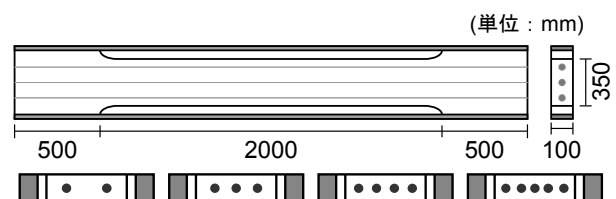


図-6 拘束供試体概要

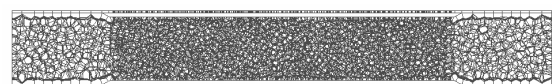


図-7 解析モデル

表-1 水分移動解析パラメータ

初期拡散係数 D_1	50.0 mm ² /day
水分伝達率 α	38.0 mm/day
収縮係数 α_{sh}	0.00345

置したモデルを N-m と呼ぶ。一方、CR ケースでの鉄筋を m 本配置したものを CR-m と呼ぶこととする。

3.2 解析結果および考察

(1) ひび割れ性状および進展挙動

材齢 68 日における N ケースおよび CR ケースのひび割れ図を図-8 に示す。色が塗られている箇所は、各要素間の境界面に設定されているそれぞれの積分点のひび割れ幅が、図-3 における w_u を超え応力を受け持たなくなった状態をマクロなひび割れが発生した時点と仮定し、その境界面を表している。それぞれの鉄筋本数ごとに比べると N ケースでは CR ケースよりも、ひび割れが多数発生していることが分かる。これは、鋼材および鉄筋拘束により発生する引張応力に起因する引張クリープ変形を考慮しない場合、より大きな引張応力が作用するためである。

一方、実験において目視により確認されたひび割れ発生本数は、各々鉄筋 2 本で 1 本（表裏貫通 1 本）、鉄筋 3 本で 2 本（表裏貫通 1 本、打設面 1 本）、鉄筋 4 本で 2 本（打設面 2 本）、鉄筋 5 本で 3 本（打設面 2 本、底面 1 本）であり、CR ケースのひび割れは CR-2 では 2 本、CR-3 では 2 本、CR-4 では 3 本、CR-5 では 3 本発生しており、N ケースに比べより実験に近い挙動を示していることが分かる。これらから、本解析手法を用いて乾燥収縮によるひび割れ性状を概ね再現できていることが分かる。また、ひび割れ発生位置に関しては、全てのケースにおいて試験体形状が変化する断面でひび割れが発生しているが、これは応力集中が生じ解析上ひび割れが発生しやすくなったためと考えられる。

ひび割れ進展挙動は鉄筋の本数によらず同様であるため、一例として図-9 に CR-5 の材齢 30 日、40 日、50 日、60 日、68 日における 3 次元的な変形図を示す。なお、各材齢におけるひび割れ発生位置を赤色の矢印によって示した。水分移動によって供試体全体が収縮変形し断面内の引張応力が引張強度に達し、材齢 40 日～50 日にひび割れが発生する挙動が確認できる。その後、経時的な収縮変形によってひび割れ幅が拡大するとともに裏面および表面に鉄筋の拘束によって各 1 本ずつ新たなひび割れが発生していく挙動が確認できる。以上の結果から、本解析手法によりひび割れ進展挙動およびひび割れ幅の拡大挙動を再現でき、ひび割れ発生箇所などの内部状況を定性的に可視化できることが分かる。なお、面外方向の変形が生じるのは、ランダムな Voronoi 分割を用いており、要素分割が非均一となっているためである。

(2) 拘束鋼材ひずみの経時変化

図-10 に N ケースの鋼材ひずみの経時変化を、図-11

に CR ケースの鋼材ひずみの経時変化を示す。解析値は実験を参考に、検長区間および厚さ方向中央の両側の鋼材要素間を検長 30mm でひずみを計算し平均したものを示す。なお、収縮による圧縮ひずみを正の値として示している。ここで、点線は実験値で実線は解析値であり、それぞれ値が急激に変化している箇所は、ひび割れが発生する時点に相当する。1 本目のひび割れが発生する直前までの両ケースにおける鋼材のひずみは、実験値と同様に鉄筋の本数によらずほぼ同じ履歴を示しており、ひび割れ発生材齢以前における収縮挙動に関して概ね再現できていることが分かる。

鋼材ひずみが急激に低下している箇所は、ひび割れが入った時点に対応しており、両ケースとも鉄筋の本数が増えるにつれ 1 本目のひび割れ発生材齢が大きくなっていることが分かる。これは、実験と同様の挙動であり、実現象を良く捉えていることが分かる。また、CR ケースは N ケースに比べ、全てのモデルについてひび割れ発生材齢が大きくなっており、より実験値に近い挙動となることが見てとれ、クリープ変形を考慮することでより妥当に実現象を評価できることを示すことができた。

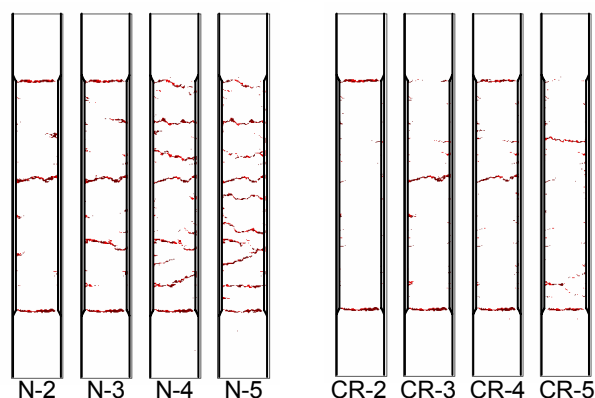


図-8 ひび割れ図 (N ケース, CR ケース)

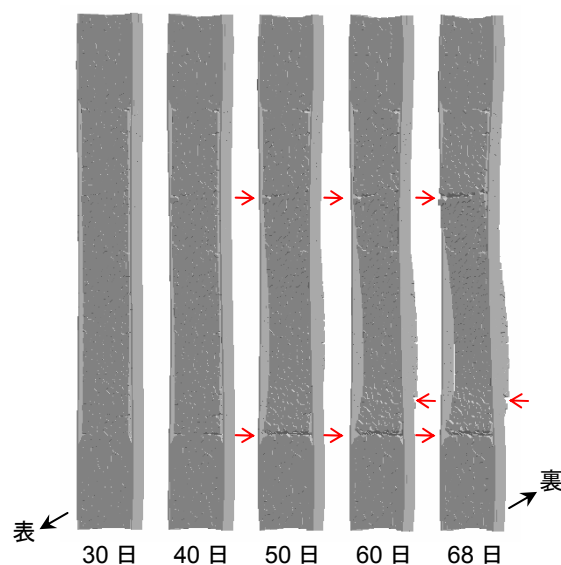


図-9 変形図 (CR-5)

(3) 鉄筋ひずみ分布

鉄筋のひずみ分布の実験値を図-12、N ケースを図-13、CR ケースを図-14 に示す。横軸は供試体長さ、縦軸は鉄筋のひずみである。解析値は実験と同様に、各供試体とも複数本の埋設鉄筋のうち幅方向の中央または中央よりの1本のひずみ分布を示している。なお、実験値はそれぞれ文献中の測定結果の中で最も大きい材齢における分布を赤の点線で、材齢 68 日の分布を青の実線で示しており、解析値は材齢 30 日の分布を赤の点線で、材齢 68 日の分布を青の実線で示した。ここで、それぞれひずみが局所化している箇所はひび割れが発生している箇所である。解析結果から、材齢に伴う収縮挙動により材齢 30 日において鉄筋には圧縮ひずみが発生、材齢 68 日ではひび割れ発生によってひび割れ近傍の鉄筋が引張応力を受け持つと同時に、その範囲外の鉄筋のひずみがより圧縮側に移行するという挙動が見られ、実現象を妥当に評価していると考えられる。ひずみが局所化している箇所の数、すなわちひび割れ本数は、N ケースと CR ケースでそれぞれ異なるが、鉄筋本数が多くなるほど、材齢 68 日におけるひずみが局所化している箇所の数が多くなっていることが分かる。このことから、鉄筋比が大きくなり収縮に対する埋設鉄筋の拘束が大きくなるため、より多くのひび割れが生じるという実挙動を概ね再現できていることが分かる。また、鉄筋の本数が多くなるにつれて、材齢 68 日におけるひび割れ位

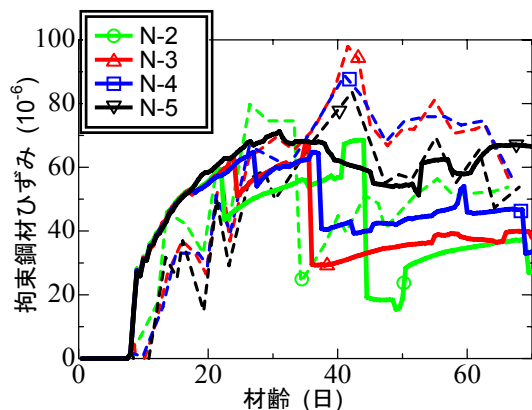


図-10 拘束鋼材ひずみの経時変化 (N ケース)

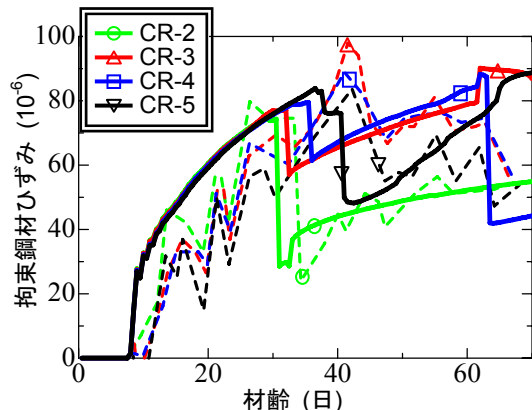


図-11 拘束鋼材ひずみの経時変化 (CR ケース)

置の鉄筋ひずみが小さくなっていることが分かる。これはひび割れ部に作用する引張応力を受け持つ鉄筋の本数が多くなっているためであり、実現象の傾向を捉えていることが分かる。CR ケースは N ケースに比べひび割れ発生箇所の数およびひずみの大きさ、ならびにひび割れ近傍のひずみが局所化している範囲などの実挙動を

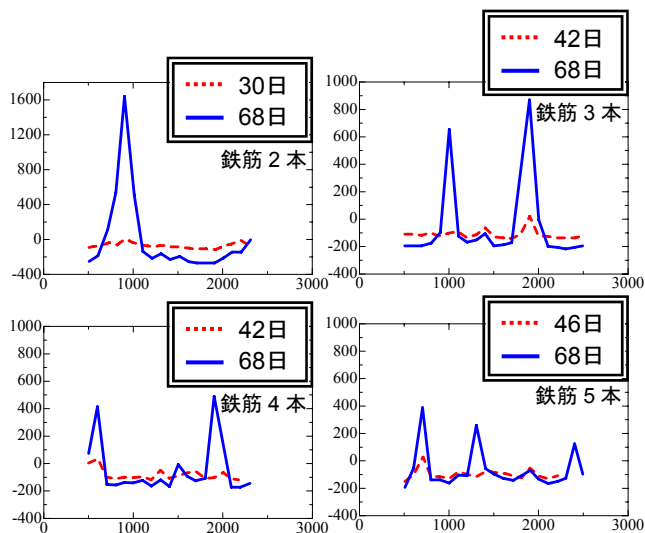


図-12 鉄筋ひずみ分布 (実験値)

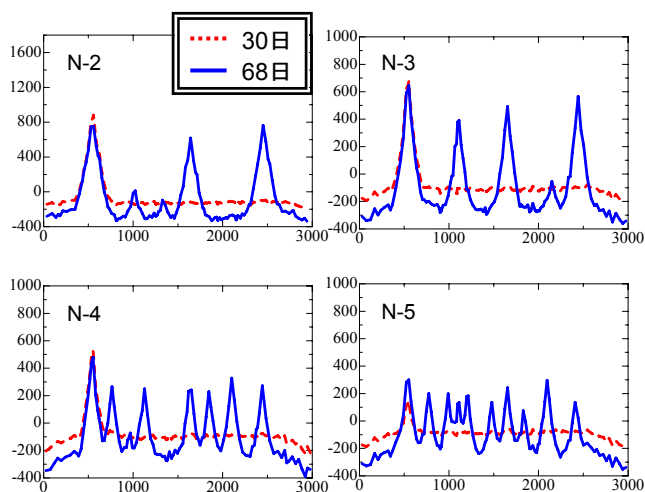


図-13 鉄筋ひずみ分布 (N ケース)

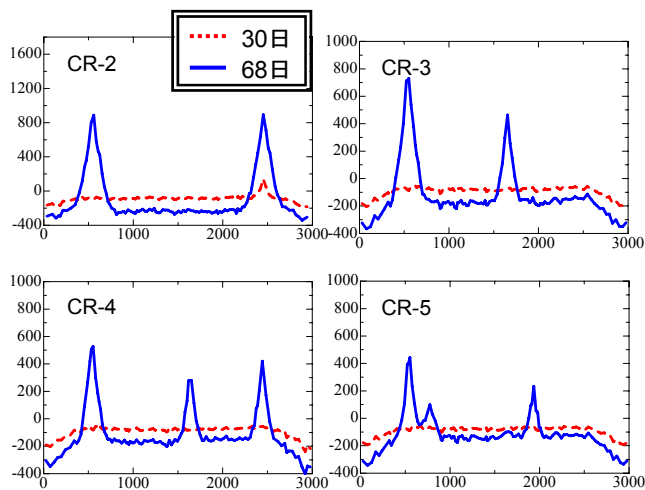


図-14 鉄筋ひずみ分布 (CR ケース)

概ね再現できている。実験結果との対応を見れば、クリープ変形を考慮することでより実現象に近い挙動を再現できることが分かる。

(4) ひび割れ幅

表-2 に解析によって得られたひび割れ性状、ひび割れ発生材齢、ひび割れ本数および材齢 68 日におけるひび割れ幅を実験値と併せて示す。また、ひび割れ幅に関しては、文献¹¹⁾を参考に、貫通ひび割れ幅は表面および裏面の平均値で、片面にしか生じていない場合は片面の値を 1/2 倍して示してある。解析値は実験と同様にひび割れを測定した埋設鉄筋位置に沿った表面および裏面における検長 100mm のコンクリート要素間の相対距離から計算した。

解析結果から、鉄筋の本数が増えるにつれてひび割れ幅が小さくなるという実挙動を概ね再現できていることが分かる。CR-2 および CR-4 は、ひび割れ本数が実験よりも多いため、1 本のひび割れ幅は小さく評価されている。また、実験結果と比べ全ケースにおいて、ひび割れ幅を小さく評価する傾向を示しているが、本付着モデルでは持続荷重下の付着応力低下の影響を考慮していないため、解析では実験に比べ大きな付着応力が作用している可能性が考えられる¹²⁾。

なお、鉄筋の本数に限らず、解析値はひび割れ発生材齢が小さくなる傾向を示すが、これは本解析では材齢による材料特性の変化を考慮していないことも一因と推測される¹⁰⁾。

表-2 ひび割れ性状

供試体	ひび割れ本数		ひび割れ番号		発生材齢		ひび割れ幅	
	実験	解析	実験	解析	実験	解析	実験	解析
CR-2	1	2	1.貫通	1.貫通	34	31	0.400	0.186
			2.貫通	2.貫通		31		0.195
CR-3	2	2	1.片面	1.貫通	40	32	0.193	0.161
			2.貫通	2.片面	65	61	0.085	0.047
CR-4	2	3	1.片面	1.貫通	42	35	0.108	0.099
			2.片面	2.片面	46	61	0.148	0.065
			3.片面			63		0.053
CR-5	3	3	1.片面	1.片面	46	41	0.120	0.069
			2.片面	2.片面	57	52	0.094	0.029
			3.片面	3.片面	58	64	0.062	0.047

4. 結論

本研究では、3次元RBSMと水分移動を考慮した3次元トラスネットワークモデルを統合した解析手法に、鉄筋梁要素およびクリープによる変形の影響を導入した手法を開発し、その有効性について検討した。得られた知見を以下に示す。

(1) クリープ変形を考慮することで、鉄筋の拘束により発生するひび割れの本数および鉄筋のひずみ分布を妥当に再現できるようになった。

(2) 乾燥収縮によるひび割れの進展およびひび割れ幅の拡大挙動に対する本解析手法の適用性ならびに有効性が確認されたと考えられる。

参考文献

- 1) 黒岩秀介：乾燥収縮に起因するひび割れ幅算定式，コンクリート工学，Vol.40，No.3，pp.65-69，2002.3
- 2) 壹岐直之，清宮理：ひび割れ幅算定手法における付着喪失等価領域の解析的考察，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，No.1，pp.507-512，2004
- 3) Kawai, T.: New discrete models and their application to seismic response analysis of structure, Nuclear Engineering and design, Vol.48, pp.207-229, 1978
- 4) Bolander, J. and Saito, S.: Fracture Analysis using Spring Networks with Random Geometry, Engineering Fracture Mechanics, Vol.61, No.5-6, pp.569-591, 1998
- 5) Hikaru, N., Worapong, S., Ryosuke, Y., Minoru, K.: Time-Dependent Structural Analysis Considering Mass Transfer to evaluate Deterioration Process of RC Structures, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol.4, No.1, pp.147-158, Feb.2006.
- 6) 秋田宏，藤原忠司，小西俊之，尾坂芳夫：コンクリート中の水分移動における水分伝導率の評価，コンクリート工学年次論文集，Vol.12，No.1，pp.161-166，1990
- 7) 上田賢司，佐藤嘉昭，清原千鶴，永松静也：コンクリート部材に生じる乾燥収縮応力の解析，コンクリート工学年次論文集，Vol.20，No.2，pp.637-642，1998
- 8) Saito, S.: Fracture analyses of structural concrete using spring network with random geometry, Doctoral thesis, Kyushu University, 1999
- 9) 澤部純浩，上田尚史，中村光，国枝稔：せん断補強筋に定着不良が生じた RC はりのせん断破壊挙動解析，土木学会論文集，Vol.62，No.2，pp.444-461，2006
- 10) 長崎了，中村光，上田尚史，国枝稔：乾燥収縮ひび割れの進展挙動解析，コンクリート工学年次論文集，Vol.29，No.1，pp.621-626，2007.7
- 11) 中川隆夫，徐泰錫，大野義照，李維：収縮ひび割れに及ぼす鉄筋比の影響，コンクリート工学年次論文集，Vol.28，No.1，pp.575-580，2006
- 12) 近藤吾郎：持続荷重下における異形鉄筋の付着—すべり関係，コンクリート工学年次論文集，Vol.27，No.2，pp.751-756，2005