

# 論文 剛体バネモデルによる持続および繰り返し荷重を受けるモルタルの時間依存破壊解析

松本 浩嗣<sup>\*1</sup>・佐藤 靖彦<sup>\*2</sup>・上田 多門<sup>\*3</sup>

**要旨**：離散解析手法のひとつである剛体バネモデルの時間依存型構成則を構築し、持続および繰り返し荷重を受けるモルタルの破壊解析を行った。連結バネの時間依存モデルには、4成分系力学モデルを採用し、かつ、荷重制御解析における新しい破壊判定方法を用いることにより、破壊までの載荷時間及び終局ひずみの評価が可能となった。解析では、時間の経過に伴う変形挙動を表現することに成功した。また、連結バネの応力-ひずみ挙動を調べ、モルタルの時間依存破壊メカニズムに対する検証を行った。

**キーワード**：剛体バネモデル、時間依存、疲労、クリープ、応力解放・再分配

## 1. はじめに

コンクリート構造物の長期耐久性能に及ぼす要因の中でも、力学的損傷を引き起こす疲労およびクリープは主たる劣化要因のひとつである。これらを解析的に評価すべく、著者らは、疲労荷重に対するコンクリート構成モデルの開発を行ってきた。その結果、ひずみを4成分に分離した変形モデルを提唱するに至り、コンクリートの疲労寿命、終局ひずみの評価が可能となった<sup>1)</sup>。しかしながら、時間依存的な塑性ひずみ成分については適切に定式化されていないのが現状である。これを解決するためには、より詳細な破壊メカニズムに対する検討が必要であるが、それらは微視的現象であるがゆえ、実験的観測のみからは困難である。

長井らは、離散解析手法のひとつである剛体バネモデル(以下、RBSM)を用い、骨材界面やモルタル脆弱部におけるひび割れ発生、ひび割れ近傍における応力集中に伴う応力再分配、ひび割れ進展などのコンクリートの微視的破壊メカニズムを数値的に再現することに成功している<sup>2)</sup>。本研究では、疲労破壊メカニズムを解析的に解明すべく、RBSMの時間依存問題への拡張を

目指した。すなわち、連結バネの構成則に時間の影響を導入し、時間依存問題に対するRBSM構成モデルを構築した。また、コンクリート解析の前段階として、持続載荷、繰り返し載荷を受けるモルタルの時間依存破壊解析を行った。

## 2. 解析手法

RBSM(Rigid Body Spring Model)は川井ら(1977)によって開発された離散解析手法である。RBSMでは、解析対象は多角形要素に分割され、各要素の境界面はバネで連結される。各要素の重心は、鉛直、水平、回転方向に対する3つの自由度を持つ。図-1に示すように、要素の境界面には直方向、せん断方向にバネが連結されている。ひび割れは要素の境界面に沿って発生するため、要素形状が破壊の進展方向に影響する。これを避けるため、要素分割にVoronoi分割を用い、要素形状にランダム性を与えた。

解析においては、仮想仕事の原理より剛性マトリクスを構成し、修正Newton-Raphson法を非線形計算に用いた。各要素に生じる残差力の二乗和と内力の二乗和との比が $10^{-5}$ となったときを収束判定としているが、50回を収束計算の最

\*1 北海道大学大学院 工学研究科環境創生工学専攻 工修 (正会員)

\*2 北海道大学大学院 工学研究科環境創生工学専攻准教授 工博 (正会員)

\*3 北海道大学大学院 工学研究科環境創生工学専攻教授 工博 (正会員)

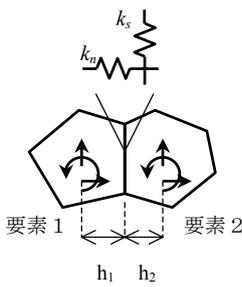


図-1 RBSM 概念図

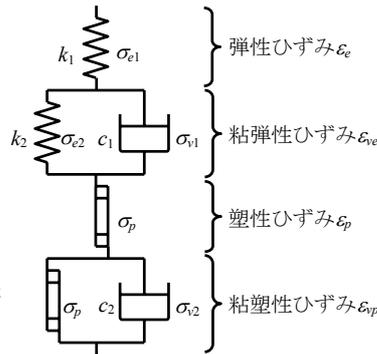


図-2 4成分系力学モデル

大回数と設定しており、繰返し回数が 50 回に達した時点で次のステップへ移行する。また、収束計算終了後に各要素に生じている残差力は、次ステップに足し合わせている。

### 3. 構成モデル

#### 3.1 直方向

著者らは、コンクリートの疲労载荷試験を通じ、4つのひずみ成分で構成された力学モデルを、疲労構成モデルとして提案している。これに基づき、図-2に示す4成分系力学モデルをRBSM時間依存構成モデルとした。すなわち、全ひずみは弾性、粘弾性、塑性、粘塑性成分の和で表される。

##### (1) 弾性ひずみ

弾性ひずみは、弾性バネ要素によって記述され、応力-ひずみ関係は Hook の法則に従う。

$$\sigma_{e1} = k_1 \varepsilon_e \quad (1)$$

ここに、 $\sigma_{e1}$ : 弾性バネの応力、 $k_1$ : 弾性バネの弾性係数、 $\varepsilon_e$ : 弾性ひずみ

##### (2) 粘弾性ひずみ

粘弾性ひずみは、弾性バネ要素およびそれに並列に連結したダッシュポット要素によって記述される。モルタルに生じる時間依存変形のうち、損傷に影響を与えない成分に相当する。ダッシュポットの応力-ひずみ関係は Newton の粘性法則に従う。

$$\sigma_{e2} = k_2 \varepsilon_{ve} \quad (2)$$

$$\sigma_{v1} = c_1 \frac{d\varepsilon_{ve}}{dt} \quad (3)$$

ここに、 $\sigma_{e2}$ : 粘弾性バネの応力、 $k_2$ : 粘弾性バネの弾性係数、 $\varepsilon_{ve}$ : 粘弾性ひずみ、 $\sigma_{v1}$ : 粘弾性ダッシュポットの応力、 $c_1$ : 粘弾性ダッシュポットの粘性係数、 $d\varepsilon_{ve}/dt$ : 単位時間当たりの粘弾性ひずみ変化 (ひずみ速度)

##### (3) 塑性ひずみ

ひび割れ開口に伴う変形を、非時間依存成分 (塑性ひずみ) と時間依存成分 (粘塑性ひずみ) の和と仮定する。このうち、塑性ひずみはスライダ要素によって記述され、メソスケールにおける静的引張軟化特性を表す。長井らの構成モデル<sup>2)</sup>に基づき、図-3に示す応力-ひずみ関係とした。

$$\varepsilon_p = 0 \quad (\text{経路A})$$

$$\sigma_{p1} = f_{t1} \left( 1 - \frac{\varepsilon_p}{w_{u1}} (h_1 + h_2) \right) \quad (\text{経路B}) \quad (4)$$

$$\sigma_{p1} = \frac{\sigma_{un1} - \sigma_{r1}}{\varepsilon_{un1}} \varepsilon_p + \sigma_{r1} \quad (\text{経路C})$$

$$\sigma_{p1} = 0 \quad (\text{経路D})$$

ここに、 $\varepsilon_p$ : 塑性ひずみ、 $\sigma_{p1}$ : 塑性スライダの応力、 $f_{t1}$ : 塑性スライダの引張強度、 $w_{u1}$ : 応力伝達限界開口変位、 $\sigma_{r1}$ : 残留変形指示応力

##### (4) 粘塑性ひずみ

粘塑性ひずみはスライダ要素とそれに並列に連結したダッシュポット要素によって記述され、メソスケールにおける時間依存的な引張軟化特性を表す。スライダ要素は塑性ひずみと同様、図-3に示す応力-ひずみ関係とした。

$$\varepsilon_{vp} = 0 \quad (\text{経路A})$$

$$\sigma_{p2} = f_{t2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) \right) \quad (\text{経路B}) \quad (5)$$

$$\sigma_{p2} = \frac{\sigma_{un2} - \sigma_{r2}}{\varepsilon_{un2}} \varepsilon_{vp} + \sigma_{r2} \quad (\text{経路C})$$

$$\sigma_{p2} = 0 \quad (\text{経路D})$$

$$\sigma_{v2} = c_2 \frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} \quad (6)$$

##### (5) 各ひずみ、応力成分の関係

各ひずみ、応力成分間には以下の関係がある。

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{ve} + \varepsilon_p + \varepsilon_{vp} \quad (7)$$

$$\sigma = \sigma_{e1} = \sigma_{e2} + \sigma_{v1} = \sigma_{p1} = \sigma_{p2} + \sigma_{v2}$$

### (6) 粘性低減モデル

軟化域では、主に骨材の架橋効果がひび割れ間の粘性を支配すると考える。骨材の架橋効果は開口変位に従って減少し、ある開口幅で消失することから、粘性に対して開口変位に応じた低減を行う。すなわち、式(8)に従い、粘塑性ダッシュポットの粘性係数は粘塑性ひずみの増加に伴って線形に減少し、応力伝達限界開口変位を上回る領域でゼロになるとした。

$$c_2 = \begin{cases} c_{2i} \left( 1 - \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) \right) & \left( \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) < 1 \right) \\ 0 & \left( \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) \geq 1 \right) \end{cases} \quad (8)$$

図-4に、直方向の4成分モデルの応力-ひずみ挙動を示す。粘性の影響により、軟化域において除荷・再載荷を経た応力は、除荷時応力まで回復しない。

### 3.2 せん断方向

せん断方向に対しても直方向と同様、図-2に示す力学モデルを採用した。各弾性バネ、ダッシュポットの応力-ひずみ関係は、直方向と同様に記述できる。

$$\tau_{e1} = k_3 \gamma_e \quad (9)$$

$$\tau_{e2} = k_4 \gamma_{ve} \quad (10)$$

$$\tau_{v1} = c_3 \frac{d\gamma_{ve}}{dt} \quad (11)$$

$$\tau_{v2} = c_4 \frac{d\gamma_{vp}}{dt} \quad (12)$$

ここに、 $\tau_i$ : せん断方向の各応力成分,  $\gamma_i$ : せん断方向の各ひずみ成分,  $k_i$ : 各バネの弾性係数,  $c_i$ :

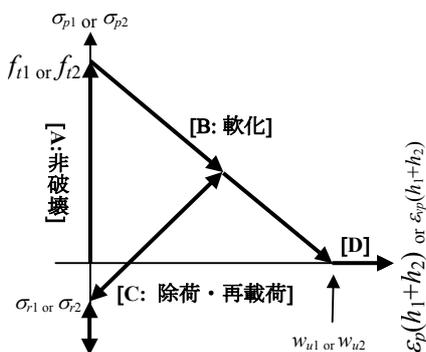


図-3 直方向スライダ-の応力-ひずみ関係

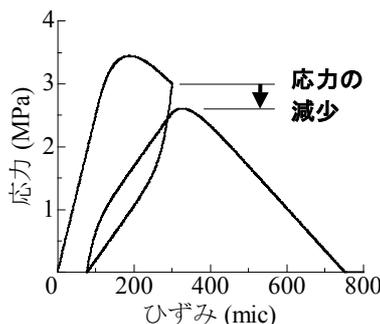


図-4 4成分系モデル(直方向)の力学挙動

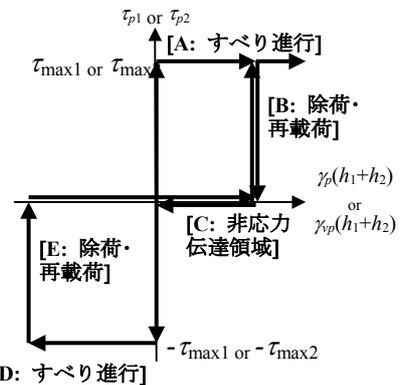


図-5 せん断方向スライダ-の応力-ひずみ関係

各ダッシュポットの粘性係数

スライダ-要素は、メソスケールにおけるひび割れ面のせん断伝達特性を表しており、図-5に示す剛塑性モデルを応力-ひずみ関係とした。 $\tau_{max}$ は直方向の塑性、粘塑性ひずみで定まる値であり、長井らの研究<sup>2)</sup>に基づき、次式のように定めた。

$$\tau_{max1} = \pm \left[ 0.1 f_{i1}^3 (-\sigma_{p1} + f_{i1})^{0.6} + f_{i1} \right] \times \left( 1 - \frac{\varepsilon_p}{w_{u1}} (h_1 + h_2) \right) \quad (13)$$

$$\tau_{max2} = \pm \left[ 0.1 f_{i2}^3 (-\sigma_{p2} + f_{i2})^{0.6} + f_{i2} \right] \times \left( 1 - \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) \right) \quad (14)$$

また、以下の関係が成り立つ。

$$\gamma = \gamma_e + \gamma_{ve} + \gamma_p + \gamma_{vp} \quad (15)$$

$$\tau = \tau_{e1} + \tau_{e2} + \tau_{v1} = \tau_{p1} + \tau_{p2} + \tau_{v2} \quad (16)$$

直方向と同様に、開口変位に応じた粘性係数の低減を行う。粘性係数は、直方向の粘塑性ひずみに対し、線形に減少するとした。

$$c_4 = \begin{cases} c_{4i} \left( 1 - \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) \right) & \left( \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) < 1 \right) \\ 0 & \left( \frac{\varepsilon_{vp}}{w_{u2}} (h_1 + h_2) \geq 1 \right) \end{cases} \quad (17)$$

### 3.3 材料定数

長井らは、モルタルが不均質材料であることを考慮し、引張強度、弾性係数に対して位置によるバラツキを与えている<sup>2)</sup>。本研究もこれに従い、引張強度、弾性係数、さらには粘性係数に対して、長井らと同様の確率密度関数を用い、バラツキを与えた。

また、メソスケールにおける引張強度、弾性係数に対しても、巨視的圧縮強度との関係が長

井ら<sup>2)</sup>により提案されており, 本研究でもこれに従い, 塑性スライダ引張強度  $f_{t1}$  および弾性バネ定数  $k_1, k_3$  を決定した。なお, 本研究における目標圧縮強度は 35(MPa)である。

粘弾性成分の材料定数に関しては, 以下の式および値を用いる。

$$E_{cr} = \frac{0.108 \times 10^{10}}{(1-S/\rho)^{1.9} \times 15(C+W)^2 (W/C)^{2.4} (\ln t')^{-0.67}} \quad (18)$$

$$\nu_{crelem} = 5.0\nu_{cr}^3 - 7.3\nu_{cr}^2 + 4.2\nu_{cr} \quad (19)$$

$$E_{crelem} = (-0.56\nu_{crelem}^3 - 0.37\nu_{crelem}^2 + 0.07\nu_{crelem} + 1) \cdot E_{cr} \quad (20)$$

$$k_2 = \frac{E_{crelem}}{1 - \nu_{crelem}^2} \quad (21)$$

$$k_4 = \frac{E_{crelem}}{1 + \nu_{crelem}} \quad (22)$$

ここに,  $E_{cr}$ : 粘弾性成分の巨視的弾性係数(MPa),  $S$ : 単位骨材量( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $\rho$ : 骨材密度( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $C$ : 単位セメント量( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $W$ : 単位水量( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $t'$ : 養生期間(days),  $\nu_{crelem}$ : メソスケールにおけるクリープポアソン比,  $\nu_{cr}$ : 巨視的クリープポアソン比,  $E_{crelem}$ : 粘弾性成分のメソスケール弾性係数(MPa)

式(18)は, 土木学会で規定される既往の線形クリープ予測式<sup>3)</sup>および Neville らの実験式<sup>4)</sup>に基づくものである。また, 式(19)および(20)は, 巨視的特性値とメソスケールにおける特性値との関係を表しており, 長井らによる静的解析と同様の式<sup>2)</sup>を採用した。さらに, クリープポアソン比は静的ポアソン比と等しいとした。(  $\nu_{cr} = \nu$  )

他の材料定数に関しては, 以下の値を用いた。

$$\begin{aligned} w_{u1} &= 0.03(\text{mm}) \\ \sigma_{r1} &= f_{t1} / 5 \\ f_{t2} &= 0.9 f_{t1} \\ w_{u2} &= 0.03(\text{mm}) \\ \sigma_{r2} &= f_{t2} / 5 \\ c_{2iAVE} &= 100000 (\text{MPa} \cdot \text{sec}) \\ c_{4iAVE} &= 100000 (\text{MPa} \cdot \text{sec}) \end{aligned} \quad (23)$$

これらは簡易的な値であり, より合理的な決定方法については今後の検討課題となっている。

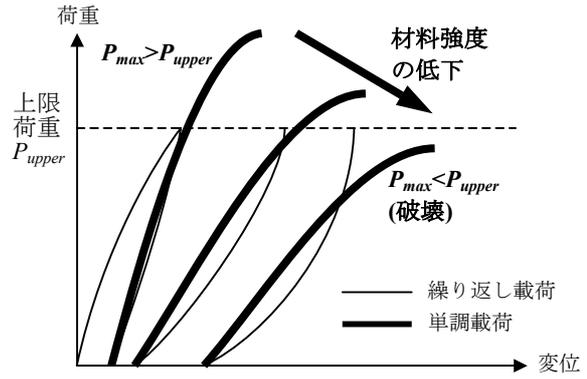


図-6 破壊の判定方法

#### 4. 破壊の判定方法

持続および繰り返し載荷などの荷重制御解析では, 作用荷重が強制的に境界面に与えられるためにピーク荷重が解析上現れず, 破壊点を評価することが出来ない。そこで, 一定時間毎に変位制御による単調載荷解析を行い, その時点の静的強度を調べた。すなわち, 図-6に示すように, 単調載荷におけるピーク荷重が時間依存解析における作用荷重を下回った時点を実験点とする。

#### 5. モルタルの時間依存解析

##### 5.1 解析概要

解析に用いたモルタル供試体を図-7に示す。供試体サイズは 100(mm)x200(mm)であり, Voronoi 分割による総要素数は 3200(40x80)個である。荷重は, 供試体上面に均等に与えた。また, 他の境界条件として, 上面を横方向に, 下面を横方向および垂直方向に固定した。

解析は, 持続載荷と繰り返し載荷の2ケースを行った。両ケースとも, 荷重が 3500(N)までは 40(N/sec)の速度で処女載荷を行い, その後, クリープ載荷は一定荷重, 繰り返し載荷は荷重振幅 3500(N), 周波数 0.01(Hz)の繰り返し荷重を与えた。

また, ひずみ速度 40(mic/sec)の単調載荷解析より静的圧縮強度 40.9MPa を得た。すなわち, 応力比 35/40.9=0.86 の持続載荷と上限-下限応力比 0.86-0 の繰り返し載荷となる。

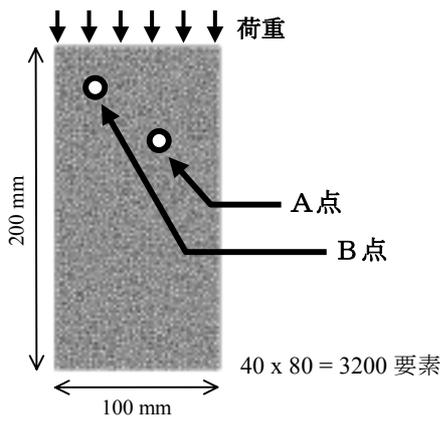


図-7 解析供試体

## 5.2 解析結果と考察

### (1) 平均応力-平均ひずみ関係

作用荷重を断面積で除した値を平均応力、上端変位を供試体高さで除した値を平均ひずみと定義する。

計算で得られた、破壊に至るまでの平均応力-平均ひずみ関係を図-8に示す。繰り返し載荷解析に着目すると、載荷回数に伴って変形が増加し、内部剛性は減少している。また、除荷・再載荷曲線は下に凸の形状をしており、変形が増加するに従ってその非線形が強くなっている。これらは、実験で得られる傾向と一致する。

解析は、図の×点にて破壊と判定され、終了した。破壊までの期間および終局ひずみは、持続載荷がそれぞれ 1.1(hours)および 5225(mic)、繰り返し載荷がそれぞれ 105(cycle)、6113(mic)である。

### (2) 平均ひずみの時間変化

計算で得られた平均ひずみの時間変化を図-9に示す。両ケースとも、経過時間に対してひずみが線形に増加した後、急激に増大して破壊に至っており、これは著者らが行ったコンクリートの高応力疲労試験の結果<sup>5)</sup>と一致する。

### (3) ひび割れおよび応力分布の時間変化

計算で得られたひび割れおよび応力分布の時間変化を図-10に示す。ただし、変形は10倍したものを示している。応力分布図は、赤色部が圧縮応力、青色部が引張応力を示している。両ケースとも、処女載荷時にはひび割れはほと

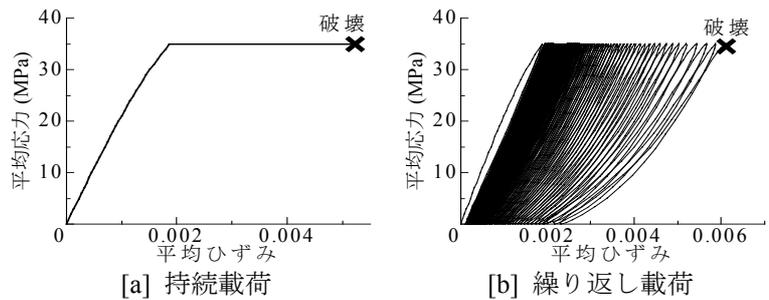


図-8 平均ひずみ-平均応力関係

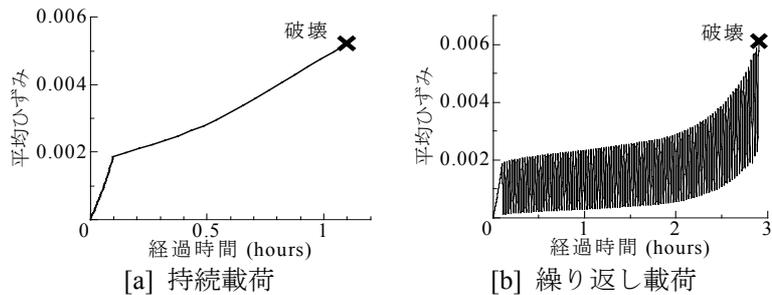


図-9 平均ひずみの時間変化

んど発生せず、応力は均一に分布しているが、破壊の進行に伴ってひび割れが発生し、応力分布が不均一に変化している。また、繰り返し載荷よりも持続載荷の方が分散的なひび割れが生じる傾向にある。

### (5) 連結バネの応力-ひずみ関係の時間変化

図-6のA、B点に位置する直方向連結バネの応力-ひずみ性状を図-11に示す。

A点では、載荷初期から軟化性状を示し、応力が載荷回数とともに減少している。一方、B点では、初めほぼ一定の応力レベルを保持した後、載荷回数40サイクル付近を境に減少に転じている。これは、全体の変形が以下に示すプロセスで進行することを意味している。

- [1] 処女載荷でA点のバネが軟化を開始
- [2] 軟化域では、図-4で示したように、除荷・再載荷を経た応力が除荷時応力まで回復しない。(応力解放)
- [3] A点で応力が減少した分、B点など他の位置の応力が増加する。(応力再分配)
- [4] 応力が増加し、引張強度に達すれば、B点のバネは軟化を開始する。
- [5] [1]~[4]を繰り返すことにより、軟化状態のバネの個数が増え、全体の変形が増加する。

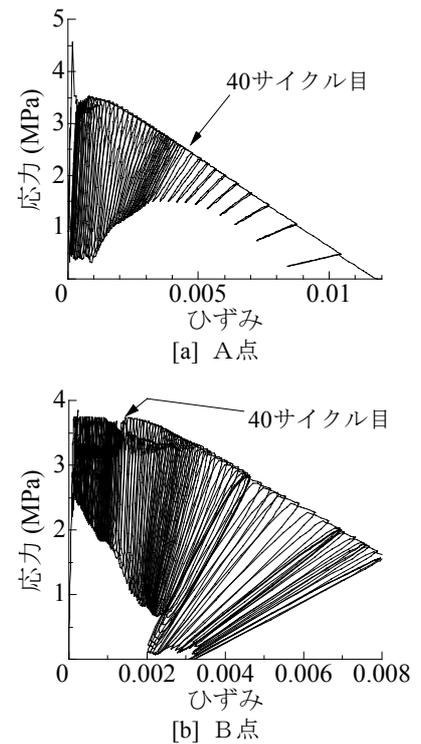
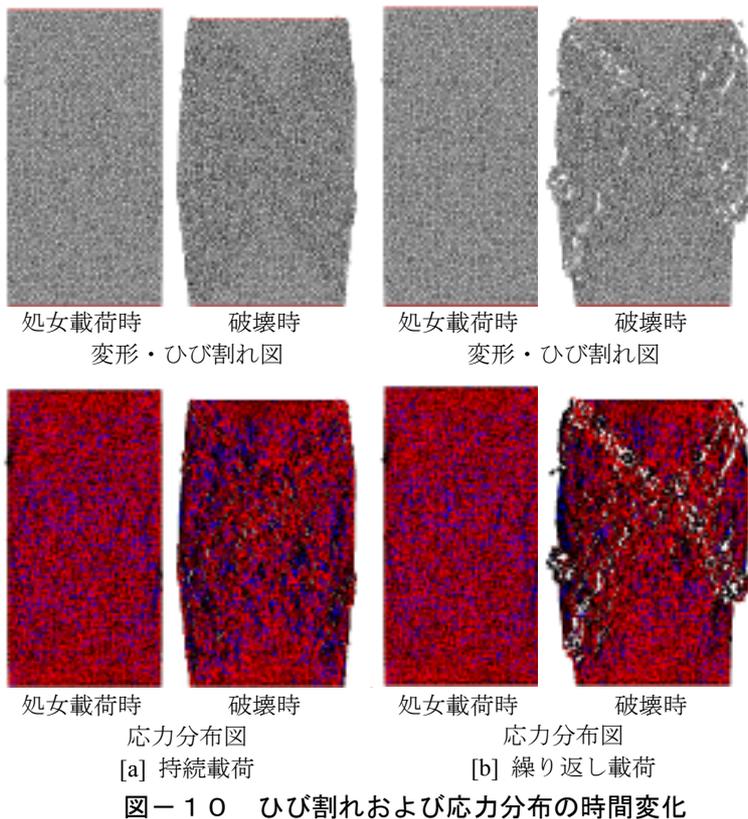


図-11 連結バネの応力-ひずみ性状

これを実際のモルタルに置き換えれば、内部の微細ひび割れ近傍における応力解放・再分配が新たなひび割れを誘発させるという破壊メカニズムに相当する。

また、破壊時に0.002以上のひずみが生じた直方向連結バネの個数を調べたところ、静的荷重が1323個、持続荷重が2525個、繰り返し荷重が2506個であった。すなわち、軟化したバネの個数が多い持続および繰り返し荷重は、静的荷重よりも破壊領域が拡大した。

## 6. 結論

- (1) 4成分系力学モデルを構成則としたRBSM解析により、持続および繰り返し荷重を受けるモルタルの変形性状を表すことができる。
- (2) 一定時間毎に変位制御による単調載荷解析を行い、得られた静的強度と作用荷重とを比較することで、持続および繰り返し載荷解析において破壊を評価することが可能である。
- (3) 本解析手法により、時間の経過に伴う微細ひび割れ近傍における応力解放・再分配が、新たなひび割れを誘発させるというモルタル

の破壊メカニズムを再現することができる。

## 参考文献

- 1) 松本浩嗣, 佐藤靖彦, 立石晶洋: 圧縮疲労荷重下におけるコンクリートの変形モデルについて, 日本コンクリート工学協会「コンクリート構造物の長期性能照査支援モデル」に関するシンポジウム委員会報告書/論文集, pp.331-338, 2004.10
- 2) Kohei NAGAI, Yasuhiko SATO and Tamon UEDA: Mesoscopic Simulation of Failure of Mortar and Concrete by 2D RBSM, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol.2, No.3, pp.359-374, Oct.2004
- 3) コンクリート標準示方書[構造成能照査編], 土木学会コンクリート委員会, 2002
- 4) A. M. Neville: ネビルのコンクリートバイブル, 技報堂出版, 2004
- 5) Koji MATSUMOTO, Yasuhiko SATO and Tamon UEDA: Fatigue Behavior of Concrete under High Stress Level, Proceedings of JSCE Hokkaido chapter, Vol.61, V-35, 2005