# 論文 高強度コンクリートのひび割れ面におけるせん断伝達モデルと実 験値との比較

木畑 雅章\*1・高瀬 裕也\*2・和田 俊良\*3・上田 正生\*4

要旨:本論文では、高強度コンクリートひび割れ面のせん断伝達挙動を精度良く記述するために, 実ひび割れ面の3次元座標値から「2次元粗さ密度X<sub>s</sub>関数」を初めて同定し,これを李・前川の 接触密度モデルに組むことにより若干の修整を施した。本修整モデル,Bazantモデル,Bujadham モデルと本せん断ひび割れ実験結果(せん断ひび割れの基本4量)との比較から,本修正モデル の方が既往のモデルよりも適合性が向上することが確認された。

キーワード:高強度コンクリート,ひび割れ面,2次元粗さ密度関数,せん断伝達モデル

1. はじめに

近年,60MPaを超える高強度コンクリートが普通 に鉄筋コンクリート建築物に使用されるように なった。この高強度コンクリートの圧縮・引張材料 特性は周知されているが,ひび割れ形成以後のせ ん断伝達挙動,即ち,せん断・垂直応力-せん断・ 垂直変位関係の解明を意図した実験(以下,せん断 ひび割れ実験と略称する)資料となると極めて少 ないのが現状のようである。

既に Bazant によって指摘されているが, ひび割 れ面のせん断伝達挙動は鉄筋コンクリート構造の 変形能評価にとって極めて重要であり, その数値 構成則モデル(以下,せん断伝達モデルと呼ぶ)も 幾つか提示されている。しかし,その実験資料不足 から数値モデルの検証に限度があったのも事実で ある。また,高強度コンクリートにおいては,粗骨 材が破断するため普通強度の場合よりもひび割れ 面が平滑性を帯びる傾向があり,当然,その滑らか さがせん断伝達機構を更に変容させることが予想 されるが,これに関する実験資料も殆ど見当らぬ ようである。

本論文では,高強度コンクリートせん断伝達モ デルの主要パラメータである2次元ひび割れ粗 さ*X*。関数を測定・分析し,これを広く知られて いる李・前川モデル<sup>3)</sup>に繰込んで一部修整を施 す。そして,この修整モデルを軸に,李らのモデ ルから拡張された Bujadham モデル<sup>7)</sup>などと,著者 らのせん断伝達実験の結果とを比較・検証し,粗 さ *X*<sub>s</sub> 関数の有用性について若干の考察を加える。

2. 高強度コンクリートひび割れ面のせん断伝達実験

本論文では,高強度コンクリートひび割れ面の せん断伝達モデルの適合性を検証する。このため に行った本実験プログラムは,1)ひび割れ面の2 次元粗さX<sub>s</sub>関数の測定と2)高精度せん断加力実 験で構成される。ここでは,先に,粗さ測定にも使 用される本実験システムと試験体の詳細等につ いて解説し,ひび割れ形状分析については後述 することとする。

2.1 高強度せん断ひび割れ試験体の概要

著者らは,ひび割れ面の垂直方向変位(以下, ひび割れ幅 と称す)を任意に高精度制御可能 な「4点(軸)せん断載荷装置<sup>1)</sup>」を開発した。 その詳細やせん断ひび割れ試験体の諸元寸法, 自動制御方法は,既報<sup>1)</sup>で解説済みであるので, ここでは実験概要についてのみ記述する。

せん断ひび割れ試験体と取付け治具の詳細を図-1に示す。図-1より,本試験体は95mm×160mm ×250mmの直方体であり,その中央に7500mm<sup>2</sup>の ひび割れ面が形成されるように,4周辺にノッ

\*1 北海道大学 大学院工学研究科建築都市空間デザイン専攻修士課程 (正会員)

\*2 北海道大学 大学院工学研究科建築都市空間デザイン専攻博士課程 修士(工学)(正会員)

\*3 北海道職業能力開発大学校 建築科講師 博士(工学)(正会員)

\*4 北海道大学 大学院工学研究科建築都市空間デザイン専攻専攻教授 博士(工学)(正会員)

チが設けられている。この試験体に同図 - 1の鋼 製キャップを被せて,これを上記の加力装置に 装着し,所定の垂直力とせん断力を加える。 2.2 ひび割れ試験体パラメータの設定

せん断ひび割れ実験では,表-1の調合と表-2 の材料性状に掲げるように,使用コンクリート は圧縮強度 fc=65MPa の高強度コンクリートのみ とし,表-3に試験体一覧を掲げる。

表-3より,本実験パラメータは1)ひび割れ幅 と2)加力履歴の2項である。ひび割れ幅を 0.1mm,0.3mm,0.5mm,1.0mmの4段階に変動させ, 加力履歴を正負交番1サイクル(せん断変位 $\delta$ : ± 0.5mm~±1.2mm)と片振幅3サイクル(せん断変 位δ:0.3mm~1.0mm)に設定し, 亀裂幅一定実験 がプログラムされる。この正負交番実験から、ひび 割れ幅の違いによる応力や剛性等の変化を検証し、 さらに片振幅実験から,ひび割れ接触方向を保持 した場合の繰返し効果を追跡する。正負交番加力 用に5体,片振幅加力用に3体,計8体の試験体を 作製し,その試験体名称は,先頭文字「W」の後の 数値がひび割れ幅を,続く「δ」の後が最大せん断変 位の大きさを意味しており,更にその次の記号「C」 に載荷サイクル数を添えて表記している。

## 3. コンクリートひび割れ面の座標測定・分析と 2次元ひび割れ粗さ密度X。モデルの構築

著者らは,既報2)でコンクリートひび割れ面の2 次元形状分析手法を提案し、ひび割れ微小面の傾 きや深さを計測してきた。ここでは,著者らの手法 を更に発展させ、ひび割れ面の粗さを記述する「2 次元ひび割れ粗さ密度X。関数」を実ひび割れ面の 3次元座標値から同定することを試みる。

3.1 ひび割れ面の座標測定システムの組立

従前では,ひび割れ面の3次元座標値の測定に 「レーザビーム・光切断法」に依拠する計測システ ムを使用したが、ここ数年来、レーザ変位計のス ポットサイズ等が飛躍的に小さくなり,コンク リートひび割れ面の座標値の取得に耐えられる性 能を備えるようになった。そこで,著者らは新た に,図-2のレーザ変位計・ひび割れ座標測定シ



図 - 1 せん断ひび割れ試験体と鋼製キャップの詳細

表 - 1 コンクリートの調合(65MPa)

W/C	配合(Kg/m <sup>3</sup> )				
(%)	水	セメント	粗骨材	細骨材	混和材
31.5	165	524	891	780	7.860

75	- 2 - 1 / 2	ノリードの例	↑キイ守「主( 0つ\//	-a )
	最大骨材寸法	圧縮強度	割裂強度	ſ
	(mm)	$(N/mm^2)$	$(N/mm^2)$	
	20	65.0	3.97	

表 - 3 せん断ひび割れ試験体一覧(65MPa)					
試験体名	ひび割れ幅ω <sub>0</sub> (mm)	載荷履歴(mm)			
W01d05C1	0.1	+0.5,-0.5			
W03d08C1	0.3	+0.8,-0.8			
W05d08C1	0.5	+0.8,-0.8			
W10d08C1	1.0	+0.8,-0.8			
W10d12C1	1.0	+1.2,-1.2			
W03d07C3	0.3	+0.3,+0.5,+0.7			
W05d08C3	0.5	+0.4,+0.6,+0.8			
W10d12C3	1.0	+0.8,+1.0,+1.2			



図 - 2 レーザ変位計・ひび割れ座標測定システム

機器名	諸性能		
スライディングテーブル	0.01mm/pulse		
CCDレーザ変位センサヘッド	スポット径:φ70μm,分解能:3μm		

表 - 5 ひび割れ形状測定用コンクリートの調合

~ ~	00		1 42 8/51
試験体	W/C	配合(Kg/m <sup>3</sup> )	

미시에지 [사	W/C					
シリーズ	(%)	水	セメント	粗骨材	細骨材	混和材
F40	42.0	173	412	915	803	4.491

F65	31.5	165	524	891	780	7.860
F80	26.0	165	635	891	686	8.255

表 - 6 ひび割れ形状測定試験体の一覧

試験体名	加力形式	試験体数
F40-01 ~ F40-03	直引張	3
F65-01 ~ F65-03	直引張	3
F80-01 ~ F80-03	直引張	3

3

ステムを組立てた。

新システムは,図-2のように,防振台に据付け た直交スライディングテーブル上にひび割れ形状 分析用の試験体を置き,これを*x-y*平面上でコン ピュータ自動制御によって等速移動させ,その任 意点の高さ座標値(z値)をCCDレーザ変位計で直 接読取るものである。表-4は本システムのレーザ 変位計とスライディングテーブルの仕様を示した ものである。

### 3.2 2次元粗さ分析手法の解説

コンクリート強度の上昇に伴われ,ひび割れ面 は平滑に向うが,著者らの既往の研究<sup>1)</sup>では,中高 度コンクリート(37MPa)のみしか分析しておらず, その平滑化の推移には触れていない。本論文で は,表-5のように,圧縮強度40,65,80MPaの3 種のひび割れ面を2次元分析し,これらの比較 から圧縮強度によって変容する形状特性値を評 価する。

同表 - 5 中の65MPaのコンクリートは,先のせん 断ひび割れ実験と同一材料で,後述の修整モデル に繰込まれる2次元粗さ密度関数の構築のために用 意したものである。

コンクリートひび割れは粗面であるがため,単 なる相加平均ではその粗さを算定できないばかり か,狭小なひび割れ面積ではその局所の粗さのみ が卓越してしまい,肝心の粗さの全容を掌握する ことができない。著者らは,複数のひび割れ面から その粗さを抽出するために,「ひび割れ基準線と測 定参照面の概念」を2次元形状特性分析に導入し, ひび割れ微小面の傾きと深さが連成する「2次元 ひび割れ粗さ密度X。関数」を導出することとする。

図-3に,ひび割れ基準線と測定参照面によるひ び割れ測定座標値の取扱いを示す。本実験では, 先述試験体を本加力装置に装着し,単純引張加 力によってひび割れを形成させる。ひび割れの 想定位置は試験体中央であるが,試験体ごとに 僅かなズレが生じる。この位置補正は,図-3の ように,ひび割れ基準線を用いた測定座標値の 測定参照面への移動によって処理し,これより 複数ひび割れ面からの粗さが算定可能となる。

表 - 7 ひび割れ形状測定用コンクリートの材料性状

試験体 シリーズ	最大骨材寸法 (mm)	圧縮強度 (N/mm2)	割裂強度 (N/mm2)
F40	20	40.1	2.61
F65	20	65.0	3.97
F80	20	79.7	5.02



図 - 3 測定参照面座標系でのひび割れ面の取扱い





 図 - 5 粗さ密度X<sup>'</sup><sub>s</sub> 関数から特定された傾斜密度 分布 Ω<sub>n</sub>と深さ密度分布K<sub>n</sub>

前川らのせん断伝達モデル<sup>3)</sup>を例に挙げても, ひび割れ微小面の接触に粗さの概念が導入され たことはなく,その傾斜角や理想化形状が組込 まれている。著者らは,ひび割れ微小面の傾斜だ けではなくその深さも加えた「粗さ」こそが,せ ん伝達モデルの適合性を向上させると推察して おり,特に,強度の相違によってひび割れ形状が 異なる場合には,粗さが有効に機能すると考え ている。

そこで本分析では,ひび割れ微小面の傾きと無次元化深さを連成させる「2次元粗さ密度 $X_s^r$ 関数」を定式化する。その詳細は文献<sup>4)</sup>に譲るが,測定参照面の $X_s^r$ を式(1)で,無次元化深さ $\eta_s^r$ を式(2)で表示する。

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-1}^{1} X_{s}^{r}(\theta_{rs},\eta_{s}^{r}) d\eta_{s}^{r} d\theta_{rs} = 1$$
 (1)

$$\eta_{s}^{r} = 2\left(d_{ps}^{r} - d_{rs}^{mxh}\right) / \left(d_{rs}^{mxh} - d_{rs}^{mxd}\right) + 1$$
 (2)

ここに , $\theta_{rs}$ はひび割れ微小面の傾斜角 , $d_{rs}^{mxd}$  は最高深さ ,  $d_{rs}^{mxd}$ は最高高さである。

3.4 2次元ひび割れ粗さ密度 X<sub>s</sub> モデルの構築

表 - 6 にひび割れ形状測定のための試験体一覧 を,表-7 にそのコンクリートの材料性状一覧を掲 げる。2次元ひび割れ粗さ密度X<sup>'</sup><sub>5</sub>分布(以下,粗 さ密度X<sup>'</sup><sub>5</sub>と略称する)を同定するための試験体は, 先に述べたとおり,せん断ひび割れ試験体と同一 である。その強度のみを変えて各3体を作成し,単 純引張によってひび割れを誘発させて,その後, 図-2の測定システムを用いてひび割れ座標値が取 得される。

図 - 4に, x軸方向の「粗さ密度 $X'_s$ 分布」の一例 を,図-5に粗さ密度分布から定めれた $\eta'_s$ =0の傾 斜密度分布 $\Omega_{rs}$ ,及び $\theta_{rs}$ =0における深さ密度分布 $K_{rs}$ をそれぞれ示す。図 - 4より,粗さ密度分布におい て,ひび割れ微小面の傾きと深さは互いに独立し てはおらず,連成していることが確認される。また 図 - 5より,65,80MPaの高強度コンクリートでは, 傾斜角 $\theta_{rs}$ =0radと $\eta'_s$ =0の近傍に密度が卓越し,そこ に平坦な微小凹凸が集中していることが読み取れ る。即ち,強度の上昇に伴うひび割れ面の平滑化 が,本数値資料によって実証されたことになる。こ れらの分析結果を基に,粗さ密度 $X'_s(\theta_r,\eta'_s)$ 関数を 圧縮強度 fc を変数とする式(3)で,その傾斜密度  $\Omega_{rs} 関数を式(4)とし,深さ密度 K_{rs} 関数に式(5)$ を用い,それらの係数は式(6)と式(7)である。 $図 -5 に示した <math>\Omega_{rs}$ ,及び  $K_{rs}$ はこの式(4)と式(5) に基づくものである。

$$X_{s}^{r}\left(\theta_{rs},\eta_{s}^{r}\right)=\Omega_{rs}\left(\theta_{rs}\right)K_{rs}\left(\eta_{s}^{r}\right)$$
(3)

$$\Omega_{rs} = A \exp(B(\theta_{rs})^2)$$
 (4)

$$K_{rs} = A \exp\left(C \left|\eta_s^r\right|^3\right) \tag{5}$$

$$A = 2.34 (0.10 \times 10^{-4} fc^2 + 0.20 \times 10^{-3} fc + 0.30) \cdot 0.20 fc^{0.38}$$
 (6)

$$B = -fc/30$$
,  $C = -fc/10$  (7)

# 4. ひび割れ面のせん断伝達を記述する李・前川 モデルの修整と本実験結果との比較

Fennstra<sup>5)</sup>は, ひび割れ面のせん断伝達モデルを, 「実験経験モデル」と「物理モデル」に2分類した。 前者は, Bazant<sup>6)</sup>に代表されるように,実験計測さ れたひび割れ面のせん断応力 - せん断変位 を数 学モデル化し,これを基本関数に据えて,他の垂直 応力 や亀裂幅 との関係を導出するモデルであ る。後者は,李・前川の接触密度モデル<sup>3)</sup>とBujadham の一般化接触密度モデル<sup>7)</sup>として知られているもの で 実ひび割れの形状モデルによって微小面の接触 率を算定し,その降伏塑性状態の総和応力から, 「せん断ひび割れの基本4量」をシミュレートする モデルである。

本4節では,2次元粗さ密度X<sub>s</sub>関数を李・前川 の接触密度モデルに組込んだ修整モデルを作成す る。そして,上記の1)Bazantモデル,2)Bujadham モデルと3)修整李・前川モデルと著者ら自身の実 験結果とを比較し,各モデルの適合性の範囲を調べ てみることとする。

4.1 接触密度型モデルへの粗さ密度関数の導入

著者らは既に,実ひび割れ面の「粗さ密度X<sub>s</sub>分 布」から,傾斜密度分布と深さ密度分布が連成して いることを実証した。この深さの変化が,せん断応 力伝達時の接触や応力に寄与すると見做し,以下 のように修整モデルを構築する。

まず,接触変位 $\omega_{(\theta_s,\eta_s)}$ として無次元化深さ $\eta_s$ を 乗じる式(8)を提案し,この接触量から式(9)の 微小面の接触応力Z'を式(10)と式(11)を用

#### いて求めることとする。

 $\omega_{(\theta_s,\eta_s)} = \eta_s(\delta\sin\theta_s - \omega\cos\theta_s)$ 

(8)

$$Z' = R \cdot K \cdot (\omega_{(\theta_s, \eta_s)} - \omega_{(\theta_s, \eta_s)p}) \cdot X_s(\theta_s, \eta_s) \qquad (9)$$

$$R = 435.95 \cdot fc^{1/3} \quad (MPa/mm) \tag{10}$$

$$K = 15.5 \cdot \eta_s \omega^{0.5} (1 - \omega/3)$$
 (11)

ひび割れ面のせん断応力τと垂直応力σは,上記 の接触応力 Z'を傾斜角θ<sub>s</sub>と深さ密度η<sub>s</sub>の二重積分 を取って,それぞれ式(12)と式(13)として導出され る。

$$\tau = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-1}^{1} Z' \sin \theta \, d\theta d\eta \tag{12}$$

$$\sigma = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-1}^{1} Z' \cos\theta \, d\theta d\eta \tag{13}$$

4.2 Bazant の分数関数モデルの検証

図 - 6に、「実験経験モデル」である Bazant の分 数関数モデルを用いて,正負交番と片振幅繰返し の本せん断伝達実験値を解析した結果を示すが, Bazant のモデルはひび割れ面の応力包落曲線のみ を算定し、除荷や繰返し挙動は除外されているの で、応力の正値領域のみを掲げている。同図 - 6を 一見すると、実験経験モデルが高強度のひび割れ せん断伝達値と乖離していることは明らかである。 この乖離の理由は、この種のモデルが実ひび割れ 形状を模擬しておらず、このことが実際のひび割 れ微小面の接触応力状態に齟齬を生じせしめたた めと考えられる。

4.3 修整李・前川接触密度モデルの検証

上記の実験経験モデルの検証から,ひび割れ面 の形状特性の評価の重要性が示されたように思わ れる。ここでは,ひび割れ微小面の傾きのみが取扱 われている「Bujadhamの一般化接触密度モデル」と 著者らの「2次元粗さ密度X<sub>s</sub>関数」によってその 深さの効果も考慮された「修整李・前川モデル」の 適合性について検証を加える。

### (1) 正負交番実験結果との比較

図 - 7 に, Bujadham モデル,修整李・前川モデ ルと正負交番1サイクルの実験結果を比較する。 尚、図 - 7 左側のω-δ曲線中の「ch」は、図 - 1 の試験体図に記した垂直加力位置を意味する。

図 - 7 (a)のひび割れ幅 $\omega_0$ =0.1mmと図 - 7 (b)の  $\omega_0$ =0.3mmの試験体について,本修整モデルは,



図 - 7 修整李・前川モデルと正負交番実験との比較

Bujadham モデルよりもせん断応力τの値を精度よ く解析し,除荷曲線を実験値に幾分近づけてい る。ひび割れ幅を0.8 mmと1.0 mmと大きくした図-7 (c)と(d)では,両モデルともせん断応力τと垂 直応力σの実験値を小さく評価し,せん断τ-垂 直応力σの交叉連成効果について改良すべき点 があることが分かる。

(2) 片振幅繰返し実験結果との比較

続いて図 - 8 に, 片振幅繰返しの加力履歴下での Bujadham モデルと修整モデルの解析値と実験値の比較を示す。図 - 8 (a) ~ (c) は, ひび割れ幅 $\omega_0$ を順次 0.3 mm, 0.5 mm, 1.0 mm と 3 段階に固定し, その載荷 - 除荷の繰返し挙動について調べてお

り、両モデルとも、3体の試験体のせん断応力  $\tau$ --せん断変位  $\delta$  曲線を良好に追跡している。また、 その除荷時を詳細に観ると、本修整モデルの方 が幾分適合しているようである。応力  $\tau$ -- $\sigma$  曲線に 関しては、図 - 8 (b) の  $\omega_0$ =0.3mm の場合では、垂 直応力  $\sigma$  をやや大きく、よりひび割れ幅を大きく 設定した図 - 8 (c) の  $\omega_0$ =1.0mm の場合では、垂直 応力  $\sigma$  をやや小さく算定している。

本論文では, Bujadham モデル,修整李・前川モ デルと圧縮強度を65MPaとした高強度コンクリー トのひび割れせん断伝達実験値とを比較した。 本修整モデルの特徴として,除荷時のτ-δ曲線の 勾配を緩やかにしてその残留変位を小さくし, 幾分,本実験曲線に近づくようである。しかし, 適合性にまだ一部不充分な箇所があり,今後の 改良に余地を残している。

5. まとめ

本論文では,高強度コンクリート(65MPa)の ひび割れ面から分析した「2次元粗さ密度 X<sub>s</sub>関 数」を李・前川のせん断伝達モデルに組込み,そ の修整モデルを導出した。Bazantの分数関数モデ ル,Bujadham モデル,本修整モデルと著者らの実 験結果とを比較・検証から,得られた知見は以下 に要約される。

- 40, 65, 80MPaのひび割れ面の2次元粗さ密度 *X*<sub>s</sub>分布から,65MPaを越えると,ひび割れの 傾斜角と凹凸の起伏が小さくなり,ひび割れ 形状が平滑化される。
- 2) ひび割れ面形状を考慮しない Bazant モデル は,高強度ひび割れ面のせん断伝達挙動に 追随しない。
- 3) 粗さ密度 X<sub>s</sub> 関数を組込んで修整した李・前 川モデルの適合性の一部について,向上が 確認された。

今後,低強度から高強度までのコンクリート を対象として,せん断加力時の境界条件を種々 設定した実験を実施し,その実験資料から,ひび 割れ面の粗さを組込んだせん断伝達モデルを構 築して行きたいと考えている。



#### 参考文献

- 高瀬裕也,佐藤良介,和田俊良,上田正生:コン クリートせん断ひび割れのための最適制御実験 法の提案 - ひび割れ面高精度制御型せん断加力 システムの詳細とPID制御パラメータの同定 その1-,日本建築学会構造系論文集,No2,pp. 137-146,2006.11
- 2)和田俊良,佐藤龍司,石川千温,上田正生:レー ザビーム光線による亀裂面形状測定の開発とデー タの2次元分析手法の提案 -コンクリート亀裂 面の形状分析に関する基礎的研究(その1) -,日 本建築学会構造系論文集,第490号,pp.179~188, 1996.12
- 3) 李宝禄,前川宏一:接触面密度関数に基づくコンク リートひびわれ面の応力伝達構成式,コンクリー ト工学, Vol.26, No.1, pp. 123~137, 1988.1
- 4)和田俊良,佐藤龍司,上田正生,佐藤良介,大石 哲也:コンクリート亀裂面の粗さ密度2次元分析 手法の提案,日本建築学会北海道支部研究報告 集,No.72, pp. 83~86, 2002.6
- Feenstra, P.H, de Borst, R. and Rots, J.G. : Numerical Study on Crack DilatancyI:Models and Stability Analysis, J.of the Engineering Mechanics Dvision, SCE, Vol. 117, No.4, 1991.4.
- Z.P.Bazant, P.Gambarova: Rough Cracks in Reinforced Concrete, ASCE, Vol. 106, No. ST4, pp. 819-842, 1980
- 7) Bujadham Buja: The Universal Model for Transfer across Crack in Concrete, Department of Civil Engineering, The Graduate School of The University of Tokyo, March 1991.