



過去の研究では、二隣辺固定二辺自由なコンクリート板に集中荷重や等分布荷重のような特殊荷重または特殊な配筋条件下での終局耐荷力の計算式が示されている<sup>10),11)</sup>。しかし、主に三角形や台形の分布荷重(土圧)が作用するコンクリート擁壁構造物の隅角部のたて壁の設計には適用できない。

本研究では、鉄筋コンクリート板の塑性解析手法<sup>12)</sup>を用い、三角形、台形および等分布荷重を土圧比  $e$  で一括的に表現し、さらに、これらの荷重が作用する場合の二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の崩壊機構や降伏線の発生位置を仮定し、コンクリート擁壁構造物の隅角部たて壁の終局耐荷力の計算式を誘導した。

## 2. 解析モデル及び荷重の定義

図-1 は、 $x$  方向に等分布、 $y$  方向に台形分布の荷重を受ける等板厚  $t$  を持つ二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の解析モデルを示す。

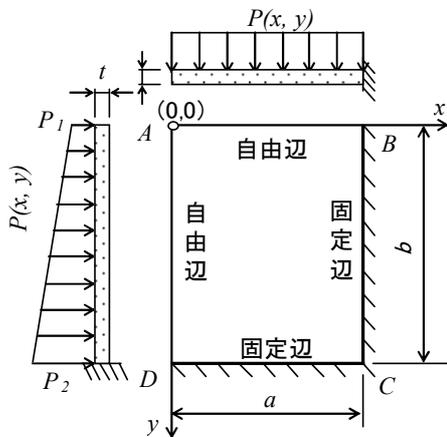


図-1 二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の解析モデル

図-1 に示す座標系と荷重状態から、板の任意位置における荷重  $P(x, y)$  は、式(1)で定義する。

$$P(x, y) = P_2[e + (1 - e)y/b] \quad (1)$$

ここでは、土圧比  $e = P_1/P_2$  とし、 $P_1 = 0$  の場合、 $e = 0$  であるため、荷重の分布は三角形となる。 $0 < P_1 < P_2$  の場合、 $0 < e < 1.0$  であるため、荷重の分布は台形である。また、 $P_1 = P_2$  の場合、 $e = 1.0$  となり、等分布荷重を意味する。

## 3. 二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の崩壊機構

二隣辺固定二辺自由なコンクリート板は、高次な不静定構造であるため、板の一部にひび割れが発生しても直ぐに破壊する状態にならない。所定の位置に一定本数の降伏線が生じ、これらの降伏線によって板が幾つかの小さい板塊に分割され、さらに、これらの板塊が降伏線にそって剛体回転できる場合の機構が崩壊機構である。

二隣辺固定二辺自由なコンクリート板に関し、過去の研究成果<sup>10),11)</sup>では、座標原点  $(0, 0)$  に一点集中荷重を作用する場合、板の抵抗曲げモーメントによって、タイプ 1 及びタイプ 2 の二種類の崩壊機構が存在することを指摘している。これを参考に、本研究においても、表-1 に示すタイプ 1 及びタイプ 2 の崩壊機構を仮定して検討を行う。さらに、図-1 に示した荷重状態の非対称性を勘案し、辺長比  $k (=b/a) > 1.0$  および  $k \leq 1.0$  の 2 ケースについてそれぞれ検討を行う。

表-1 から分かるように、タイプ 1 の崩壊機構は固定辺の交点 C から自由辺に向かって CE という正の降伏線が生じると同時に、固定辺にそって BC, CD の 2 本の負の降伏線が生じるケースである。ここでは、土圧作用面の裏側に引張降伏が生じる場合の降伏線を正の降伏線、土圧作用面に引張降伏が生じる場合の降伏線を負の降伏線とそれぞれ定義する。これらの降伏線によって分けられた板塊 I および板塊 II は、降伏線にそって回転可能であり、崩壊機構を形成している。

一方、タイプ 2 の崩壊機構は自由辺 AD または AB から固定辺の始点 B または D に向かって、EB または ED の正の降伏線を形成し、板塊 I はこれらの降伏線を軸に回転するケースである。

二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の形状、荷重状態、支持条件から、タイプ 1 及びタイプ 2 以外の崩壊機構は、存在しないか崩壊に至るまでに必要な崩壊荷重は表-1 に示すタイプ 1 及びタイプ 2 よりも大きいと判断され、本研究の対象外とする。

表-1 二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の崩壊機構

辺長比	$k = b/a > 1.0$	$k = b/a \leq 1.0$
タイプ1の崩壊機構		
タイプ2の崩壊機構		

表-2 二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の崩壊荷重に関する諸計算式

辺長比	$k = b/a > 1.0$	$k = b/a \leq 1.0$
タイプ1の崩壊機構	$W = \frac{aP_2}{24b} [6b^2(1+e) - 4by_2 + (1-e)y_2^2]$ (2)	$W = \frac{bP_2}{24} [4a + 8ea - (1+3e)x_2]$ (10)
	$U = \frac{1}{ay_2} [by_2M_{ax} + y_2^2m_x + a^2(M_{by} + m_y)]$ (3)	$U = \frac{1}{bx_2} [b^2(M_{ax} + m_x) + ax_2M_{by} + x_2^2m_y]$ (11)
	$P_2 = \frac{24b}{a^2} \frac{bM_{ax}y_2 + m_x y_2^2 + a^2(M_{by} + m_y)}{[6b^2(1+e)y_2 - 4by_2^2 + (1-e)y_2^3]}$ (4)	$P_2 = \frac{24}{b^2} \frac{[b^2(M_{ax} + m_x) + ax_2M_{by} + x_2^2m_y]}{[(4a + 8ea)x_2 - (1+3e)x_2^2]}$ (12)
	$(1-e)m_x y_2^4 + 2(1-e)bM_{ax} y_2^3 - [4b^2M_{ax} + 6b^2(1+e)m_x - 3a^2(1-e)(M_{by} + m_y)]y_2^2 - 8a^2b(M_{by} + m_y)y_2 + 6a^2b^2(1+e)(M_{by} + m_y) = 0$ (5)	$a[(1+3e)M_{by} + 4(1+2e)m_y]x_2^2 + 2(1+3e)b^2(M_{ax} + m_x)x_2 - 4a(1+2e)b^2(M_{ax} + m_x) = 0$ (13)
タイプ2の崩壊機構	$W = \frac{aP_2}{24b} [4eby_1 + (1-e)y_1^2]$ (6)	$W = \frac{P_2b}{24} (3e+1)x_1$ (14)
	$U = \frac{1}{ay_1} (y_1^2m_x + a^2m_y)$ (7)	$U = \frac{1}{bx_1} (b^2m_x + m_y x_1^2)$ (15)
	$P_2 = \frac{24b}{a^2} \frac{(y_1^2m_x + a^2m_y)}{[4eby_1^2 + (1-e)y_1^3]}$ (8)	$P_2 = \frac{24}{b^2(3e+1)} \frac{b^2m_x + x_1^2m_y}{x_1^2}$ (16)
	$(1-e)m_x y_1^3 + 3(1-e)a^2m_y y_1 + 8ea^2bm_y = 0$ (9)	$-\frac{48m_x}{(3e+1)x_1^3} = 0$ (17)
記号	$W$ : 外力による仕事, $U$ : 内力による仕事, $P_2$ : 作用荷重 $P(x, y)$ の最大値, $x_1, x_2, y_1, y_2$ : 各タイプの崩壊機構の降伏線始点位置, $m_x, m_y, (M_{ax}, M_{by})$ : $x, y$ 方向の正(負)の降伏線における抵抗曲げモーメント.	

#### 4. コンクリート板の塑性理論による解析

コンクリート板の塑性理論に基づき<sup>12)</sup>、表-1に示す崩壊機構に対し仮想仕事式を適用すると、理論上の崩壊荷重が求められる。タイプ1及びタイプ2の崩壊機構は考えられる唯一な崩壊機構であれば、さらに、これらの崩壊機構に対する崩壊荷重の最小値が存在すれば、この崩壊荷重の最小値は二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の終局耐荷力となる。

表-1に示す各崩壊機構に対し、正の降伏線CE(タイプ1)と、EBまたはED(タイプ2)の $x$ 、 $y$ 方向における抵抗曲げモーメントをそれぞれ $m_x, m_y$ と、負の降伏線BC, CDの抵抗曲げモーメントをそれぞれ $M_{ax}, M_{by}$ と定義する。崩壊機構に仮想変位(座標原点に $\delta=1$ とする)をそれぞれ与えれば、式(1)で示される荷重 $P(x,y)$ のなす外力仕事 $W$ と抵抗モーメントによってなされる内力仕事 $U$ がそれぞれ求められる。外力仕事 $W$ と内力仕事 $U$ が等しいことから、各崩壊機構の作用荷重が表-2の式(4)および式(12)のように $P_2$ を用いて表すことができる。

さらに、各崩壊機構の作用荷重 $P_2$ を最小とするように、表-1中の各崩壊機構に示す $x_1, x_2, y_1, y_2$ に対してそれぞれ微分し、また、これらの微分 $dP_2/dx_1=0, dP_2/dx_2=0, dP_2/dy_1=0, dP_2/dy_2=0$ とすると、 $x_1, x_2, y_1, y_2$ に関する計算式がそれぞれ求められる。例えば、辺長比 $k>1.0$ でタイプ1の崩壊機構の場合は、表-2中の式(5)のように $y_2$ に関する4次の方程式が導かれる。以上の手順で求められた結果をまとめると表-2に示すとおりである。

なお、各降伏線における単位幅当たりの抵抗曲げモーメント $m$ は、鉄筋量が釣合い鉄筋比以下の場合、近似的に式(18)によって求めることができる。

$$m = nA_s f_y jd = \frac{1}{s} A_s f_y jd \quad (18)$$

ここに、 $n$ : 単位幅当たりの鉄筋本数、 $A_s$ : 鉄筋1本当たりの断面積、 $f_y$ : 鉄筋の降伏応力度、 $jd (=z)$ : アーム長、 $d$ : 板断面の有効高さ、 $s$ : 鉄筋配置間隔。

##### 4.1 タイプ1の崩壊機構の終局耐荷力に関する

###### 検討

###### (1) 辺長比 $k > 1.0$ の場合

表-2中の式(5)は、4次の多項式であるため、 $y_2$

の解は容易に求めることはできない。一つの特例として、土圧比 $e=1.0$ の等分布荷重が作用し、板の各降伏線における抵抗曲げモーメントがすべて等しい場合、 $y_2$ の解が式(19)のようになり、文献11)の結果と一致している。

$$y_2 = \frac{-a^2 + a\sqrt{a^2 + 6b^2}}{2b} \quad (19)$$

次に、一般的な場合を考える。各降伏線における抵抗曲げモーメントの比として、 $\alpha = m_x / M_{by}$ 、 $\beta = M_{ax} / M_{by}$ 、 $\gamma = m_x / M_{ax}$ および $Y = y_2 / b$ ( $Y$ : 降伏線位置関数)と定義する。辺長比 $k>1.0$ の場合、抵抗曲げモーメント比は $\alpha = \beta = \gamma = 1.0 \sim 0.5$ の範囲で変化するため、ここでは、 $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ と $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$ の2ケースについて式(4)および式(5)を図で示す。

抵抗曲げモーメントの比 $\alpha, \beta, \gamma$ と降伏線位置関数 $Y$ を式(5)に代入すると式(20)が得られる。

$$(1-e)\beta\gamma Y^4 + 2(1-e)\beta Y^3 - [4\beta + 6(1+e)\beta\gamma - 3(1-e)(1+\alpha)/k^2]Y^2 - 8(1+\alpha)Y/k^2 + 6(1+e)(1+\alpha)/k^2 = 0 \quad (20)$$

式(20)の左辺を $f(Y)$ とし、 $f(Y)$ と降伏線位置関数 $Y$ との関係は、土圧比 $e=1.0$ 、抵抗曲げモーメント比 $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ の場合、図-2のようになる。同図から分かるように、 $Y$ は、 $f(Y)$ 曲線が0軸と交わる点の値を取れば、この値は式(20)の解となる。また、各土圧比 $e$ に対し、 $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ の場合、降伏線位置関数 $Y$ と辺長比 $k$ との関係を整理すると図-3のようになる。同図から、辺長比 $k$ の増大に従って、各土圧比 $e$ に対応する $Y$ の値は規則性的変化が見られるものの、全体的に見て減少する傾向である。さらに、図-3に示す降伏線位置関数 $Y$ の値を表-2中の式(4)に代入し、崩壊荷重 $P_{2col}$ と辺長比 $k$ との

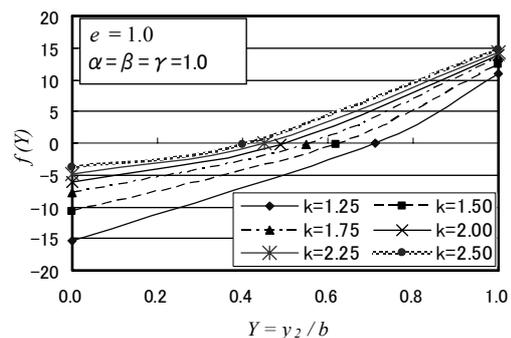


図-2 各辺長比 $k$ における $f(Y)$ と $Y$ の関係

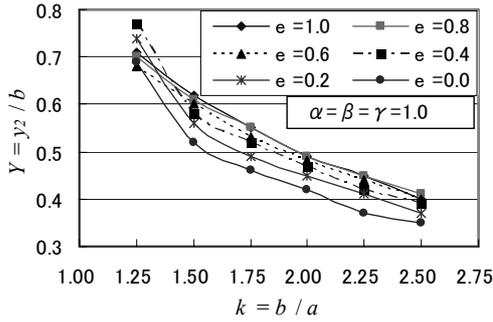
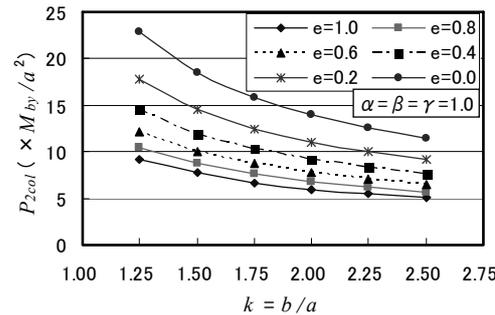
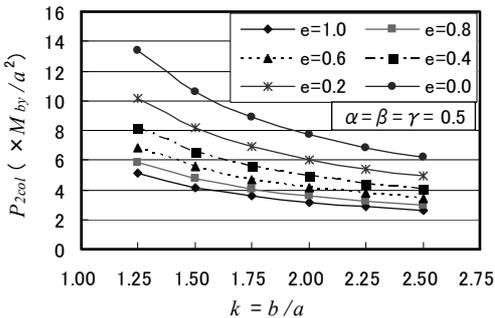


図-3 各土圧比  $e$  における  $Y$  と  $k$  の関係



a)  $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$  の場合



b)  $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$  の場合

図-4 各土圧比  $e$  における  $P_{2col}$  と  $k$  の関係

関係を示すと図-4 a)のようになる。同様に、抵抗曲げモーメント比  $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$  の場合、崩壊荷重  $P_{2col}$  と辺長比  $k$  との関係は図-4 b)のようになる。

## (2) 辺長比 $k \leq 1.0$ の場合

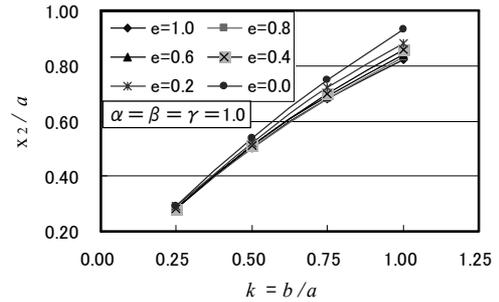
表-2 中の式(13)は、関数  $x_2$  の二次方程式であるため、式(21)を満足する場合に有意な解がある。

$$[(1+3e)M_{by} + 4(1+2e)m_y] \cdot (1+2e)(M_{ax} + m_x) > 0 \quad (21)$$

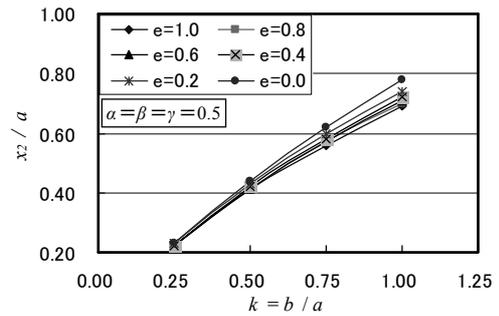
抵抗曲げモーメント比  $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$  および  $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$  の 2 ケースを例とすると、表-2 中の式(13)の解は式(22)および式(23)でそれぞれ与えられる。さらに、式(22)および式(23)を各土圧比  $e$  と辺長比  $k$  に関して整理すると図-5 が得られる。

$$\frac{x_2}{a} = \frac{-2(1+3e)k^2}{(5+11e)} + \frac{2k\sqrt{(1+3e)^2 k^2 + 10 + 42e + 44e^2}}{(5+11e)} \quad (22)$$

$$\frac{x_2}{a} = \frac{-3(1+3e)k^2}{4a^2(3+7e)} + \frac{k\sqrt{(1+3e)^2 k^2(1.5)^2 + 12 \cdot (3+7e) \cdot (1+2e)}}{2a^2(3+7e)} \quad (23)$$



a)  $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$  の場合



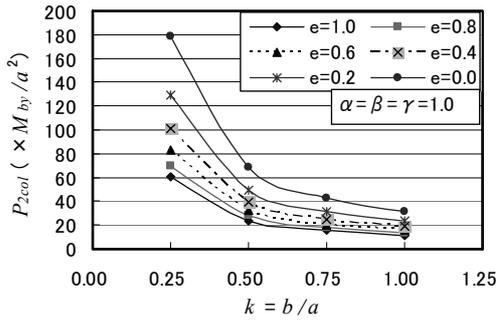
b)  $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$  の場合

図-5  $x_2/a$  と辺長比  $k$  との関係

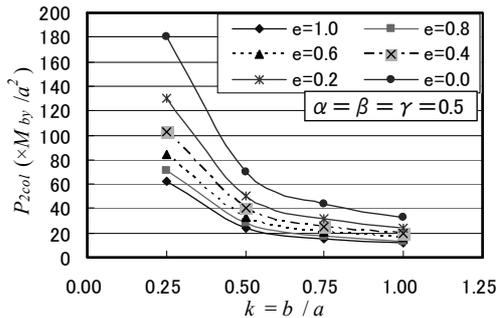
図-5 から分かるように、辺長比  $k$  の増大に従って  $x_2/a$  の値が増大する傾向である。また、辺長比  $k$  が小さい場合では、 $x_2/a$  への土圧比  $e$  の影響は極めて小さいことも理解される。

図-5 に示す結果をそれぞれ表-2 中の式(12)に代入し、抵抗曲げモーメント比  $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$  および  $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$  の場合の崩壊荷重  $P_{2col}$  と辺長比  $k$  との関係を図-6 に示す。同図 a) と b) の比較から分かるように、抵抗曲げモーメント比  $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$  および  $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$  の崩壊荷重  $P_{2col}$  はほぼ同じ結果である。

以上の現象は、土圧比  $e$  によって正の降伏線 CE の位置が若干変化するが、板のトータルな抵抗曲げモーメントはさほど変わらないため、二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の崩壊荷重  $P_{2col}$  には、抵抗曲げモーメント比の影響が少ないことと理解される。



a)  $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$  の場合



b)  $\alpha = \beta = \gamma = 0.5$  の場合

図-6 崩壊荷重  $P_{2col}$  と辺長比  $k$  の関係

#### 4.2 タイプ2の崩壊機構の終局耐荷力に関する検討

表-2中の式(9)において、土圧比  $e$  と  $y_1$  の適用範囲は、それぞれ  $0 \leq e \leq 1.0$  と  $0 < y_1 \leq b$  であるため、式の左辺が常に0より大きい。この場合、考えられる板の崩壊機構は  $y_1 = b$  の場合に発生し、その時の崩壊荷重  $P_{2col}$  は式(24)で与えられる。

$$P_{2col} = 24(b^2 m_x + a^2 m_y) / [a^2 b^2 (1 + 3e)] \quad (24)$$

一方、表-2中の式(17)の成り立つ条件としては、 $x_1 = \infty$  であるため、 $x_1$  の適用範囲  $0 < x_1 \leq a$  において、考えられる板の崩壊機構は  $x_1 = a$  の場合に発生され、この場合の崩壊荷重  $P_{2col}$  は式(24)と同じくなる。

式(24)に示す崩壊荷重  $P_{2col}$  と図-4, 6に示す崩壊荷重  $P_{2col}$  と比較し、その小さい方が二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の真の崩壊荷重である。

#### 5. おわりに

本論文で得られた知見を以下に示す。

(1) 三角形、台形および等分布荷重が作用する二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の崩壊機構は、表-1に示すタイプ1とタイプ2の各々2種類に分類することができる。

(2) タイプ1の崩壊荷重  $P_{2col}$  は、 $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ,  $0.5$  の場合、辺長比  $e$  に応じて、図-4と図-6で、タイプ2の崩壊荷重  $P_{2col}$  は式(24)でそれぞれ求められる。タイプ1とタイプ2の崩壊荷重を比較し、その小さな方は二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の真の崩壊荷重  $P_{2col}$  である。

(3) 実務上では、関係基準<sup>3), 4)</sup>に基づいて式(1)に示す荷重  $P(x, y)$  の  $P_2$  の値を求め、真の崩壊荷重  $P_{2col}$  と比較することにより、二隣辺固定二辺自由なコンクリート板の耐荷力の有無を判断できる。

#### 参考文献

- 1) 右城 猛：南海地震に備えた擁壁の設計法，平成16年度高知県土木技術職員研修資料。
- 2) 例えば，山本一敏・佐藤 成：2004年新潟県中越地震・被害調査速報(その2)，2004.11
- 3) 日本道路協会：道路土工 擁壁工指針，1999.3
- 4) 農林水産省構造改善局建設部設計課：土地改良事業標準設計，第9編 擁壁，pp.62-67，1993
- 5) 東 洋一，小森清司：平板構造，建築構造学大系11，pp.99-108，1963
- 6) 金田一男ほか：土圧を受ける二隣辺固定二辺自由板の解析解とその応用，構造工学論文集 Vol.50A，pp.1025-1034，2004
- 7) Kaneda, K. Iraha, S Takamine, T. Shimabuku K: An analytical study of rectangular plates under triangularly distributed regional loads, Journal of Applied Mechanics, JSCE, Vol. pp.17-248, (August 2005),
- 8) 松原 仁ほか：回転自由度を有する四面体要素を用いたフリースメッシュ法，土木学会論文集，No. 766/I -68, pp.97-107, 2004.7
- 9) 金田一男ほか：コンクリート隅角部擁壁のたて壁の設計について，コンクリート工学年次論文集，Vol. 28, No. 2, pp.7-12, 2006
- 10) 土木学会：構造力学公式集，pp.353~356，1986
- 11) Sawczuk, A. and Jaeger, T.: Grenztragfähigkeits-Theorie der Platten, Springer-Verlag, pp.244-369, 1963
- 12) 田辺忠顕ほか 共著：コンクリート構造，朝倉書店，pp.190-200，1992