論文　水和発熱に起因したコンクリートの温度応力に関するマルチスケール・マルチフィジックス解析

富山　潤[*1]・神田　康行[*2]・山城　建樹[*2]・伊良波　繁雄[*3]

要旨：セメントの水和発熱に起因したコンクリート中の温度応力やひび割れについて多くの研究が行われているが，粗骨材の影響を考慮した研究は少ない。筆者らは，過去に粗骨材の形状・分布を考慮した解析的研究を示したが，この種の方法による解析可能な規模は試験体レベルが限界であり構造物レベルの解析はほとんど不可能であると考えられる。そこで本研究では，均質化法に基づきコンクリート内部の非均質性を考慮して水和発熱に起因した温度応力の解析を行い，その妥当性を検討した。

キーワード：コンクリート，水和発熱，温度応力，均質化法，弱連成解析

1. はじめに

コンクリート材料の弱材齢時において問題となる体積変化に伴うひび割れとして温度ひび割れや乾燥収縮，自己収縮によるひび割れがあり多くの研究が行われている[例えば1)]。しかし，実験的，解析的研究のいずれにおいても粗骨材の影響を考慮した研究はそれほど多いとは言えないがコンクリート材料はセメント，細骨材，粗骨材などからなる複合材料であり，近年では計算機の飛躍的進歩の助けもあってコンクリート材料の非均質性を直接考慮した解析的研究も見られる[例えば2)]。筆者らは，過去に解析領域をボクセル要素で分割したボクセル有限要素法により粗骨材の形状・分布をなるべく忠実に考慮した解析的研究[3)]を示したが，この種の方法において解析可能な計算規模は試験体レベルが限界であり構造物レベルの解析はほとんど不可能であると考えられる。一方で，コンクリートの非均一性を均質化法に基づき表現した研究も盛んに行われるようになった[例えば4),5),6)]。

均質化法は，微視的非均質性を考慮したミクロスケールとその非均質性を均質化したマクロスケールの関係を数学的にリンクさせることによってマルチスケール解析を行うことができ，新材料開発やバイオメカニックスなどの分野でも広く利用されるようになってきた。

そこで本論文では，コンクリート内部の非均質性を均質化法に基づき階層的な方法で考慮し，セメントの水和発熱に起因したマルチスケール温度応力解析を行い，その妥当性を検討した。

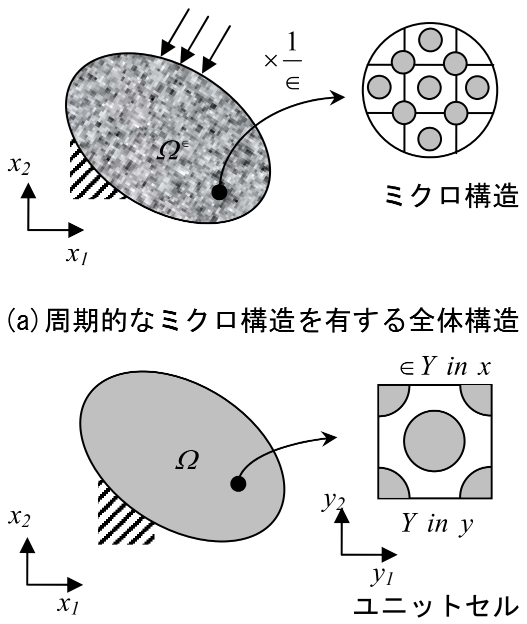
本来なら水和発熱現象に関する挙動も均質化法に基づき数値解析を行うべきであるが，既往の研究において，水和発熱に伴う温度について粗骨材の影響はあまりないとの報告[3)]があることから，本論文では，温度応力の計算部分のみに均質化法を適用した。

温度解析における水和発熱モデルとして，複合水和発熱モデル[7)]を用いた。

また，温度場と応力場の連成効果は応力分布が温度場に与える影響は小さいものと考えられるため，今回の解析では，温度解析から得られた温度上昇量を応力解析に与える一方向の弱連成解析とした。なお，解析は2次元解析とした。

数値解析例として，底面固定の長方形形状のコンクリート構造物を想定して解析を行い，定性的ではあるが，本手法の妥当性を示す。

*1 琉球大学　工学部環境建設工学科助手　博士（工学）　(正会員)
*2 琉球大学大学院　理工学研究科生産エネルギー工学専攻　工修　(正会員)
*3 琉球大学　工学部環境建設工学科教授　博士（工学）(正会員)



(a) 周期的なミクロ構造を有する全体構造

(b) 均質化された全体構造

図-1 均質化法

2. 熱膨張を考慮した均質化法 [8)]

本章では，応力解析に使用する非均質線形弾性体の均質化法について概説するが詳細は文献8)を参照されたい。なお，今回は慣性力の影響は無視できるほど小さいと仮定し，静的な平衡状態のみを考慮した。また，熱膨張によりひび割れが生じると熱伝導問題に対して影響すると考えられるが，今回はひび割れを考慮していないため変位場から温度場への影響はないものとして一方向の弱連成問題とした。

2.1 理論 [8)]

均質化法は**図-1** に示すような周期性を持った非均質な微視的構造からなる構造物を，それと等価な均質な構造物として数学的に置き換えることで，微視的構造（ミクロスケール）を考慮した巨視的構造（マクロスケール）の解析を行うことができる。この周期的なミクロ構造をユニットセルと呼ぶ（**図-1 (b)** 参照）。

全体構造物を記述する巨視的な座標系 x（マクロスケール）と微細な構造を記述する微視的な座標系 y（ミクロスケール）を定義し，二つのスケールはパラメータ $\in$ によって次式のように関連づけられる。

$$y = x/\in \tag{1}$$

このような設定のもとで，変位などの場の変数は二つの空間変数を用いて $\bullet(x, y)$ のように表され，ミクロスケール y について「Y-周期的」であると仮定する。均質化法では $\in \to 0$（ユニットセルの大きさが無限小）をとることにより，ミクロとマクロの二つの空間での境界値問題（2 変数境界値問題）を導出することができる。

(1) 非均質弾性体の支配方程式

図-1 に示すような周期的なミクロ構造を有する非均質体 Ω^{ϵ} の応力テンソル σ^{ϵ} について支配方程式とひずみテンソル ε^{ϵ} の適合条件式は次式となる。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{\epsilon}}{\partial x_j} + b^{\epsilon}{}_i = 0 \tag{2}$$

$$\varepsilon_{ij}^{\epsilon} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i^{\epsilon}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{\epsilon}}{\partial x_i}\right) \tag{3}$$

ここで，i，j は方向を表す．また，b_i は物体力ベクトル，u_i^{ϵ} は変位ベクトルである。また，熱膨張を考慮した構成式は次式で表せる。

$$\sigma_{ij}^{\epsilon} = D_{ijkl}^{\epsilon}\left(\frac{\partial u_k^{\epsilon}}{\partial x_l} - \Delta T \alpha_{kl}^{\epsilon}\right) = D_{ijkl}^{\epsilon}\frac{\partial u_k^{\epsilon}}{\partial x_l} - \Delta T \beta_{ij}^{\epsilon} \tag{4}$$

ここで，D_{ijkl}^{ϵ} は弾性テンソル，α_{ij}^{ϵ} は熱膨張係数，ΔT は温度変化である。また，$\beta_{ij}^{\epsilon} := D_{ijkl}\alpha_{kl}^{\epsilon}$ であり，単位温度変化応力を表す。

一方，境界 Γ には次の 2 種類の境界条件が与えられる。

$$u^{\varepsilon} = \hat{u} \qquad on\ \Gamma_u \tag{5}$$

$$\sigma^{\varepsilon} \cdot n = \hat{t} \qquad on\ \Gamma_{\sigma} \tag{6}$$

ここで，$\hat{u}$ と $\hat{t}$ はそれぞれ境界条件として与えられた変位ベクトルと分布外力ベクトルである。

次に，ミクロスケールの擾乱変位 $u_k^1(x, y)$ を文献 8)に習い次式で仮定する。

$$u_k^1(x, y) = -\chi_k^{pq}(y)\frac{\partial u_p^0(x)}{\partial x_q} + \Delta T \psi_k(y) + \tilde{u}_k^1(x) \tag{7}$$

ここで，χ^{pq} と ψ はそれぞれ 1 成分のみが単位の大きさをもつマクロスケールのひずみと，単位の温度変化に対する特性関数であり，$\tilde{u}^1$ はミクロスケール y に対する不定項である。

また，変位 $u_k^{\epsilon}(x)$ およびその試験関数（変分）

$v_i^{\epsilon}(x)$の漸近展開形を仮定することにより，最終的にマクロスケールの支配方程式は次式となる。

$$\int_{\Omega} D_{ijkl}^{H} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} dx = \int_{\Omega} \left(\Delta T \beta_{ij}^{H} \frac{\partial v_i^0}{\partial x_j} + v_i^0 B_i \right) dx + \int_{\Gamma_\sigma} v_i^0 \hat{t}_i d\Gamma \quad \forall \boldsymbol{v}^o \in V(\Omega) \tag{8}$$

ここで，平均物体力ベクトル B_i ，均質化弾性係数 D_{ijkl}^{H}，均質化熱膨張係数 α_{ij}^{H} はそれぞれ次式となる。

$$B_i = \frac{1}{|Y|} \int_Y b_i dy \tag{9}$$

$$D_{ijkl}^{H} = \frac{1}{|Y|} \int_Y D_{ijpq} \left(\delta_{pk} \delta_{ql} - \frac{\partial \chi_k^{pq}}{\partial y_l} \right) dy \tag{10}$$

$$\alpha_{ij}^{H} = \left[D_{ijpq}^{H} \right]^{-1} \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(\beta_{pq} - D_{pqkl} \frac{\partial \psi_k}{\partial y_l} \right) dy \tag{11}$$

ミクロスケール境界値問題を解くことで χ^{pq} と ψ が求まり，その値を用いて式(10)，(11)を計算する。それらを用いることで非均質性を考慮したマクロスケール境界値問題を解くことができる。また，マクロスケールにおいて興味の対象となっているある点 A におけるミクロ変位やミクロひずみ，ミクロ応力はマクロひずみを算出して次式より得る。

$$w_i(x^A, y) = \frac{\partial u_i^0(x^A)}{\partial x_j} y_j - \chi_i^{kh} \frac{\partial u_k^0(x^A)}{\partial x_h} \tag{12}$$

$$\varepsilon_{ij}^0(x^A, y) = \frac{\partial u_i^0(x^A)}{\partial x_j} - \frac{\partial \chi_i^{kl}}{\partial y_j} \frac{\partial u_k^0(x^A)}{\partial x_l} \tag{13}$$

$$\sigma_{ij}^0(x^A, y) = \left(D_{ijkl} - D_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kh}}{\partial y_q} \right) \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} - \Delta T \beta_{ij} \tag{14}$$

本論文ではミクロ・マクロスケールのそれぞれの問題を有限要素法により離散化した。有限要素として定ひずみ三角形要素を用いた。

(2) 階層的なマルチスケール解析

本手法では，コンクリート材料を 3 階層のマルチスケールとした。具体的には，第一階層を解析対象としている全体領域（マクロスケール）とし，その領域を構成する周期性を持った第二階層のユニットセルとして粗骨材とモルタル，さらにその界面からなるコンクリートモデルとし，さらに第三階層のユニットセルとして，コンクリートを構成するモルタルを細骨材とセメントペーストからなるモルタルモデル，界面をセメントペーストと空隙からなる界面モデルのスケールの異なる二つのユニットセルを仮定し，それぞれモルタル，界面領域に対して周期性を持って構成しているとした。模式図を**図-2** に示す。

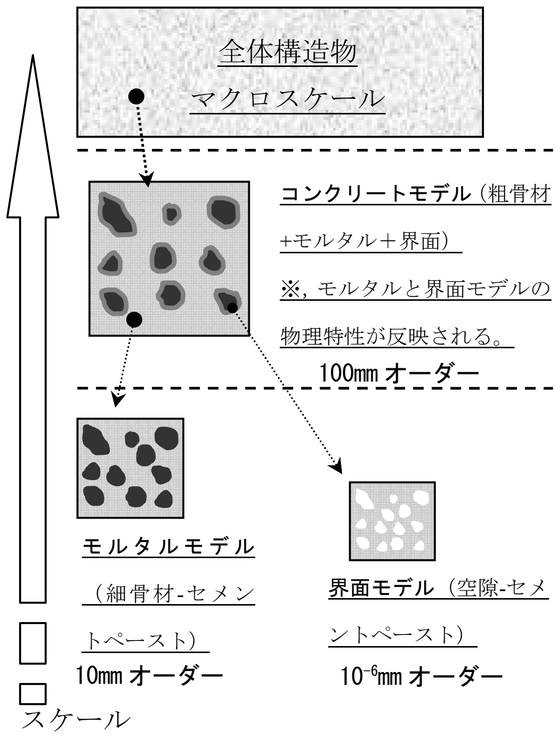


図-2 コンクリート材料のマルチスケール

3. 温度解析および温度応力解析

3.1 複合水和発熱モデルを用いた温度解析

2 次元非定常熱伝導方程式は次式となる。

$$c\rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + H \tag{15}$$

ここで，c は比熱($J/kg \cdot K$)，ρ は密度(kg/m^3)，k_x，k_y はそれぞれデカルト座標系(x-y)の x,y 軸方向の熱伝導率($W/m \cdot K$)，T は温度(℃)，t は時間(h)，H は単位時間・単位体積当たりのセメントの水和発熱速度(W/kg)である。

式(15)を空間に関しては有限要素法で，時間に関してはクランク－ニコルソンの θ 法（$\theta = 1$）により離散化を行った。また，本解析では水和発熱モデルとして複合水和発熱モデル [7)] を採用し，式(15)の水和発熱速度 H は次式を用いた。

$$H = C\sum p_i H_i \tag{16}$$

$$H_i = \xi \cdot H_{i,To} \exp\left[-\frac{E_i}{R}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right] \tag{17}$$

ここで，C は単位セメント量，p_i は鉱物 i の組成重量率，H_i は各鉱物の発熱速度，E_i は鉱物 i の活性化エネルギー，R は気体定数，$H_{i,T0}$ は基準速度 T_0 における鉱物 i の基準発熱速度，ξ は諸要因（自由水の減少，鉱物組成の相違など）による水和発熱速度の変化を考慮した係数である。

3.2 温度応力解析

温度変化による伸縮力ベクトル $\{f^T\}$ は次式で表現した。これをマクロスケール境界値問題に付加することで温度変化によるマクロ温度応力を求めることができる。

$$\{f^T\} = \int [B]^t [D^H] \{\varepsilon^T\} dV \tag{18}$$

ここで，t は転置記号，$[B]$ は変位-ひずみマトリックス，$[D^H]$ は均質化弾性係数，$\{\varepsilon^T\}$ は温度変化による膨張ひずみであり，次式で表す。

$$\{\varepsilon^T\}^t = \lfloor \alpha_{11}^H \Delta T \quad \alpha_{22}^H \Delta T \quad 0 \rfloor \tag{19}$$

ここで，α_{ij}^H は均質化熱膨張係数（10^{-6}/℃）である。また，本研究では温度応力を計算するためにコンクリート標準示方書 [9] に従い，材齢 t 日に応じて次のように圧縮強度 $f_c'(t)$ および有効ヤング係数 $E_e(t)$ を決定した。

$$f_c'(t) = \frac{t}{a+bt} d(i) f_{ck}' \tag{20}$$

a=4.5，b=0.95，$d(28)$=1.11，$d(91)$=1.0

ここで，i は設計基準強度の基準材齢(28 または 91 日)，f_{ck}' は材齢 i 日の圧縮強度。a，b，$d(i)$ はセメントの種類で決まる定数であり，普通ポルトランドセメント使用時を示した。

$$E_e(t) = \phi(t) \times 4.7 \times 10^3 \sqrt{f_c'(t)} \tag{21}$$

ここに，$\phi(t)$ は温度上昇におけるクリープの影響が大きいことによる弾性係数の補正係数で，材齢 3 日まで $\phi = 0.73$，材齢 5 日以降 $\phi = 1.0$，材齢 3 日から 5 日までは直線補間している。これらを簡易的にセメントペーストに適用した。解析の流れを**図-3** に示す。

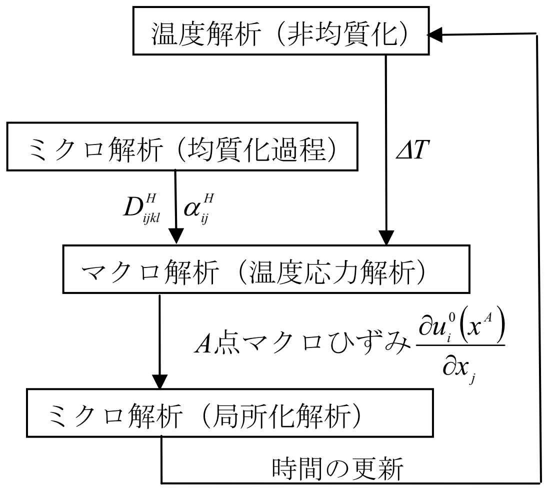


図-3 解析の流れ

4. 数値解析例

図-4 のコンクリート構造物を考える。解析に用いた鉱物組成および配合条件を**表-1, 2** に示す。

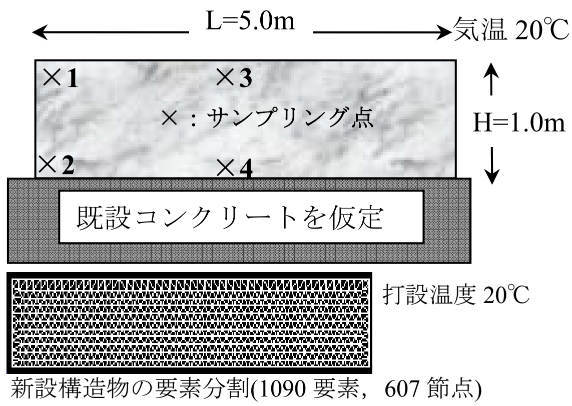


図-4 コンクリート構造物および要素分割

表-1 鉱物組成

C_3A	C_4AF	C_3S	C_2S	CS_2H
10.4	9.4	47.2	27.0	3.9

注意）CS_2H：二水石膏

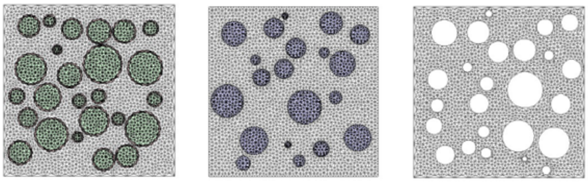
表-2 配合条件

W/C	W	C	S	G	AE 減水剤
49.3	148	300	765	1129	0.2

単位) W/C:%, W,C,S,G:kg/m^3,AE 減水剤:C×%

図-5 に(a)コンクリートユニットセル，(b)モルタルユニットセルおよび(c)界面ユニットセルの要素分割を示す（骨材，空隙は円形とした）。

また，表-3 に解析に用いた主な材料特性を示す。コンクリートの粗骨材率，モルタルの細骨材率，界面の空隙率はそれぞれ 46%,32%,30%である。



(a) コンクリート　(b) モルタル　(c) 界面

要素数：(a)：6652，(b)：5572，(c)：4046

節点数：(a)：3353，(b)：2813，(c)：2252

図-5 ユニットセル要素分割図

表-3 材料特性

	E	f'_c	ν	k_x,k_y	α	c
CA	30000.0	49.0	0.25	2.0	5.0	880.0
FA	30000.0	49.0	0.25	2.0	5.0	880.0
CE	14606.5	22.0	0.21	1.9	9.0	1300.0

注意）CA:粗骨材，FA:細骨材，CE：セメントペースト，

E:ヤング係数(N/mm^2)，f'_c:圧縮強度(N/mm^2),

温度解析の境界条件は，底面を断熱条件とし，その他の 3 面は，伝熱境界条件とし，熱伝達係数は$8.7\times10^{-2} W/m^2\cdot$℃ とした。時間ステップは$\Delta t = 0.1$(日) とした。また，応力解析では，底面完全固定，その他は自由条件とした。なお，今回の解析では既存コンクリートの影響はないとし既存コンクリートのモデル化は行っていない。

図-6 はマクロ構造物の 4 つのサンプリング点の解析より得た温度上昇量を示した。参考のために断熱状態の場合も示した。また，図-7 に描各サンプリングのマクロ最大主応力を示す。

図-8 (a) には材齢 7 日のマクロ構造物の変形図および (b) にはサンプリング点 3 のコンクリートモデルの最大主応力分布を，(c), (d)には図-8 (b)中に示す A 点のモルタルモデル，さらに B 点の界面モデルに生じた最大主応力分布を示す。

これらの結果より，均質化法を用いることで，材齢ごと，あるいは場所ごとで異なるコンクリート内部の微細構造で生じている複雑な現象のマルチスケール解析が可能であることが確認できた。しかし，本論文では定量的な評価までは至っていないため，今後定量的な評価を行い，その現象を反映したマクロ構造物の挙動，例えば，ミクロで生じたひび割れによるマクロ構造での劣化現象などの再現が可能であると考えられ，今後取り組むべき課題である。

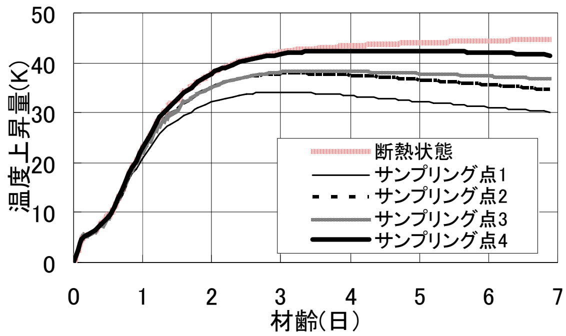


図-6 温度解析結果

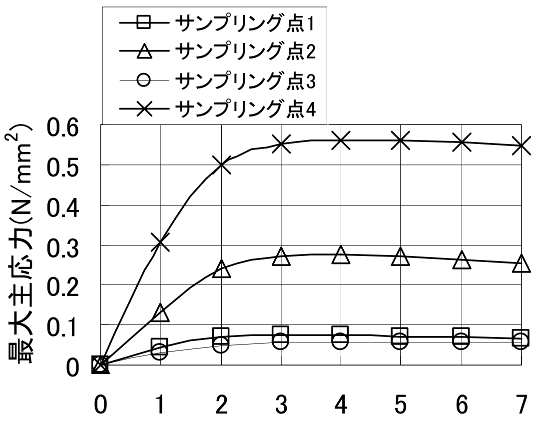
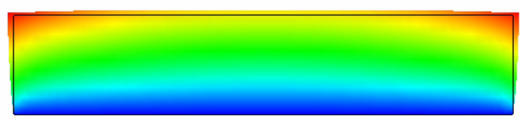
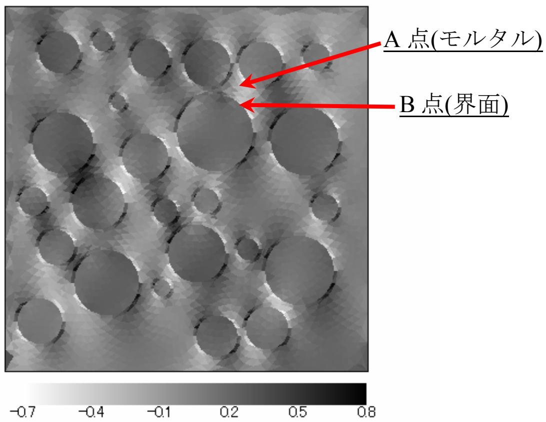


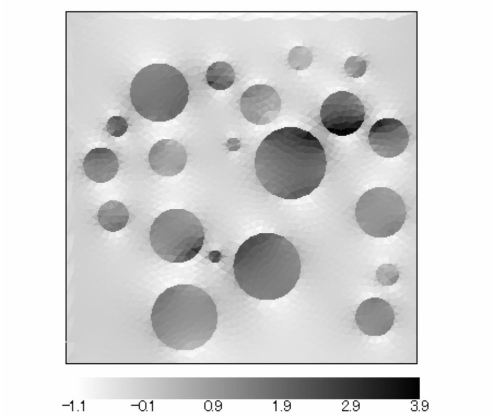
図-7 温度応力（最大主応力）



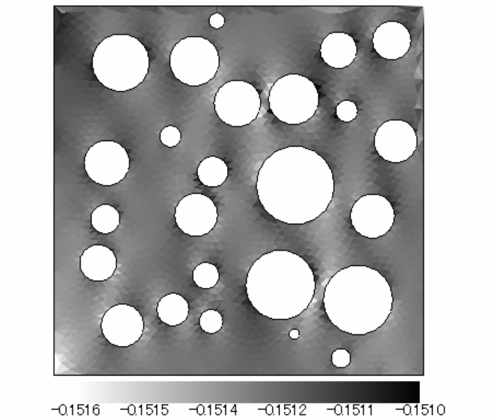
(a) 変形図（マクロ構造物）



(b) コンクリート(N/mm^2)



(c)モルタル(A 点：N/mm^2)



(d)界面(B 点：N/mm^2)

図-8 変位図および主応力（サンプリング点 3）

5. まとめ

本論文では，コンクリートの弱材齢時に問題となるセメントの水和発熱に起因したコンクリートの温度応力を均質化法に基づき階層的に求め，その妥当性を定性的に評価した。今後は，本手法の定量的な評価やひび割れに伴う材料の劣化現象の計算を行いコンクリートの初期ひび割れの評価を行う予定である。

今回の結果を以下にまとめる。

(1) いくつかのスケールを階層的に表現した均質化法に基づきセメントの水和発熱に起因したコンクリートの温度応力解析法を示した。

(2) 均質化法を用いることでコンクリートモデル，モルタルモデルおよび界面モデルのスケールの異なる材料レベルにおける温度応力を評価可能であることが定性的ではあるが確認できた。

謝辞：本研究を進めるに当たり東北大学大学院助教授 寺田賢二郎先生，琉球大学助教授仲座栄三先生，山田義智先生に有益なご意見を賜った。ここに感謝の意を表す。

参考文献

1) マスコンクリートソフト作成委員会：コンクリートの初期ひび割れおよびひび割れ進展の解析方法，日本コンクリート工学協会，2003.11.
2) 浅井光輝，他：非局所型ボクセル有限要素法の開発とその破壊挙動解析への適用，土木学会論文集，No.759，Ⅰ-67，pp.233-245，2004.4.
3) 富山潤，他：ボクセル解析によるセメントの水和熱に起因にしたコンクリートの温度応力解析，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，pp.585-590，2004.
4) 永井学志，他：階層型デジタル画像に基づく粗骨材－モルタル界面を考慮したコンクリート材料の非線形有限要素解析手法，日本建築学会構造系論文集，Vol.528，pp.91-98，2000.
5) 小島隆嗣，他：均質化法によるコンクリート材料中の物質移動に関する基礎的研究，土木学会第 60 回年次学術大会，pp.237-238．2005.9.
6) 車谷麻緒・寺田賢二郎：材料劣化のマルチスケール・マルチフィジックス解析に関する基礎的研究，計算工学講演会論文集，Vol.10，pp.461-464，2005.5.
7) Maekawa,K.,Chaube,R.P. and Kishi,T. : Modelling of Concrete Performance，E&FN SPON，1999
8) 寺田賢二郎，菊池昇：計算力学レクチャーシリーズ①　均質化法入門，丸善，2003.
9) 土木学会：コンクリート標準示方書[施工偏]，2002.3.