

# 論文 断面解析を用いた RC 部材の損傷度推定法の確立

柏井 康彦\*<sup>1</sup> 河野 進\*<sup>2</sup> 渡邊 史夫\*<sup>3</sup>

**要旨:** 性能評価型設計法の確立において重要と考えられる, RC 部材の塑性ヒンジ部分におけるモーメントおよび軸歪の推移を断面解析によって推定するプログラムにおいて, 拘束コンクリートの圧縮強度を決定する式を変更し, 寸法や載荷方法の異なるキャンティレバー型 RC 柱 16 体を対象に再解析して, 解析値の精度がいかに変化するかを検討した。さらに 1/2 スケール門型 RC 骨組実験で得られた柱の塑性ヒンジ部分の挙動を解析し, プログラムが架構中の柱部材塑性ヒンジ部にも適用できることを確認した。

**キーワード:** 断面解析, ファイバーモデル, 塑性ヒンジ, RC 柱, 骨組

## 1. はじめに

建築構造物の性能設計をする際は, 安全性の確保だけでなく, 設定した各種性能の限界値を構造物の応答が越えないことが求められる。また, 補修・補強を行う際に重要である外乱後の残存性能を, 適切に評価することも必要である。性能設計への移行に伴い, 構造物が外乱を受けた際の各種応答を, 工学量として精度良く予測することが重要な課題となっている。

こういった背景から, 既往の研究<sup>1)2)3)</sup>では寸法及び載荷方法の異なるキャンティレバー型 RC 柱実験 16 体を対象に, ファイバーモデルを用いた簡単な断面解析プログラムを適用し, 柱脚部のモーメント-曲率関係及び軸歪-曲率関係を比較的精度よく予測できることを確認した。これをもとに, 本研究では以下を目的とした。

- (1) RC 柱の保有性能に大きく影響を及ぼすと考えられる拘束コンクリートの圧縮強度を決定する式を変更して, キャンティレバー型 RC 柱を対象に再解析し, 塑性ヒンジ部分における解析値の精度がどのように変化するかを確認する。
- (2) 本プログラムが実際の架構においても適用が可能であるかを検証するため, 1/2 スケール

ル門型 RC 骨組実験<sup>4)</sup>で得られた柱の塑性ヒンジ部分の挙動を解析し, プログラムの適用性を確認する。

## 2. 実験概要

### 2.1. キャンティレバー型 RC 柱実験

実験詳細は文献 1)2)3)に記載されているので, ここではおおまかに説明する。表-1 に示すとおり, 試験体は小型・大型試験体がそれぞれ 8 体で, 寸法・軸力・水平力加力状態を実験変数としている。軸力は一定または変動, 水平力は一方向または二方向で, 二方向の載荷履歴は円形と正方形の二種類である。また, 図-2 に配筋詳細を, 図-3 に載荷装置および軸力-モーメント関係の例を示す。

表-1 試験体一覧

NO	試験体名	D mm	f <sub>c</sub> MPa	主筋 名称	f <sub>y</sub> MPa	補強筋 名称	f <sub>yh</sub> MPa	ρ <sub>s</sub> %	軸力比		k
									水平方 向載荷		
1	D1N3	250	37.6	D13	461	φ4	486	1.42	0.3	1方向	0.0
									0.6	1方向	
									0.3	2方向	
									0.6	2方向	
5	D1NVA	242	26.8	D13	467	φ4	604	1.45	変動	1方向	1.4
										1方向	2.8
										2方向	1.0
										2方向	1.7
9	L1D60	600	39.5	D25	388	D13	524	2.41	0.6	1方向	0.0
									0.6	1方向	0.0
									変動	1方向	2.5
									変動	2方向	2.5
13	L1N6B	560	32.4	D25	388	D13	524	2.41	0.6	1方向	0.0
									0.6	2方向	3.4
									変動	2方向	0.0
									変動	2方向	3.4

f<sub>c</sub> : コンクリート圧縮強度 D : 断面幅  
 f<sub>y</sub> : 軸鉄筋の降伏強度 N : 軸方向荷重  
 f<sub>yh</sub> : 横補強筋の降伏強度 M : 柱脚部モーメント  
 ρ<sub>s</sub> : 横補強筋体積比 k : M-N関係における傾き

\*1 京都大学大学院 工学研究科 建築学専攻 (正会員)  
 \*2 京都大学大学院 工学研究科助教授 建築学専攻 Ph.D. (正会員)  
 \*3 京都大学大学院 工学研究科教授 建築学専攻 工博 (正会員)

## 2.2. 1/2 スケール門型 RC 造骨組実験

実験における想定建物は、X方向3スパン・Y方向2スパンの11階建地下無し事務所ビルであり、試験体は想定建物の1/2スケールで1層両端半スパンを切り出し、図-4に示すような門型フレームとした。試験体は2体製作し、柱の横補強筋量を実験変数(LN60は中子筋有り、QN60は中子筋無し)とした。図-5に柱断面配筋詳細と荷重サイクルを、表-2に用いたコンクリートおよび柱の主筋(D25)、横補強筋(D13)の力学的性質をそれぞれ示す。入力する軸力については、長期で軸力比が1/3、地震荷重下では軸力比が0から2/3まで変動する場合を想定した。

## 3. 解析概要

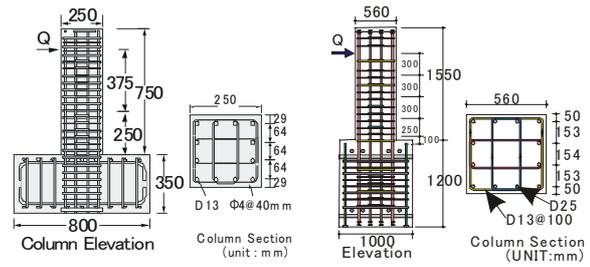
### 3.1. 解析モデル

断面解析では、コンクリート断面を24×24の要素に分割し、12本の鉄筋要素は独立な12個の要素として扱った。コンクリート要素および鉄筋要素は平面保持・完全付着の仮定のもとで軸方向に変形し、外力に抵抗するというファイバーモデルを用いた。解析では、実験で得られた塑性ヒンジ部分のx方向およびy方向の曲率と軸力の履歴を与え、x方向およびy方向のモーメントと柱断面中心の軸歪を求めた。なお、実験値の曲率および軸歪は、柱脚部から柱せいDまでの部分の平均値を用いた。

### 3.2. 材料特性

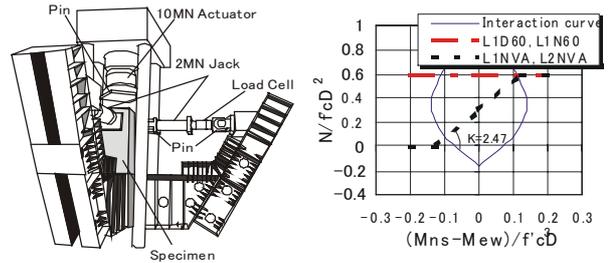
#### (1) コンクリート

プレーンコンクリートの応力-歪関係は、Popovicsの式<sup>5)</sup>を用いた。拘束コンクリートの応力-歪関係は、式(1)に示すNewRCの式<sup>6)</sup>、または式(2)、(3)に示すManderの式<sup>7)</sup>を用いて拘束コンクリート強度を計算し、Popovicsの式を用いて包絡線を決定した。文献1)で示されているように、NewRCの式は本来中心軸圧縮を受ける拘束コンクリートを対象としているので、断面に歪勾配がある場合に適用するために、式(1)に示すように割増係数 $\alpha$ を乗じて修正した。



(a) 小型試験体 (b) 大型試験体

図-2 キャンティレバー型柱試験体配筋詳細



(a) 荷重装置(大型試験体用) (b) 軸力-モーメント関係

図-3 荷重装置および荷重ルール(大型試験体用)

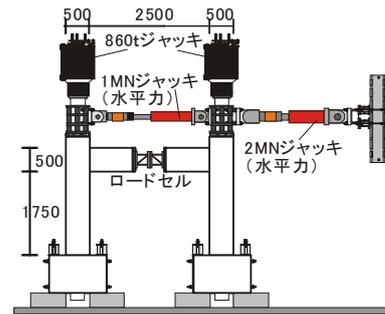
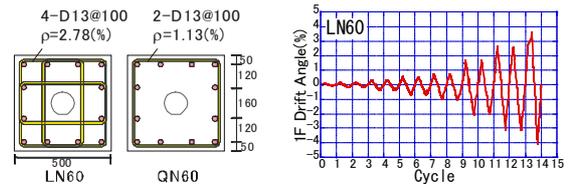


図-4 試験体および荷重装置



(b) 柱断面配筋詳細 (c) 荷重サイクル(LN60)

図-5 配筋図・荷重サイクル

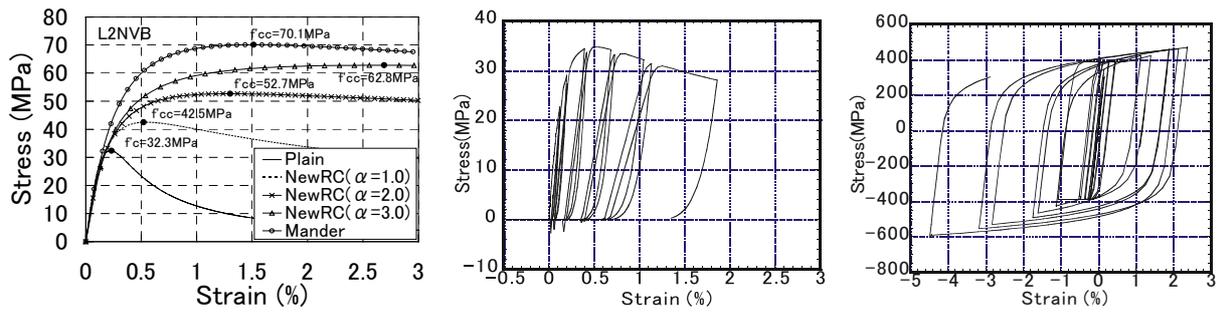
表-2 材料の力学的性質

コンクリート	圧縮強度   弾性係数		柱鉄筋			
	MPa	GPa	降伏強度 MPa	引張強度 MPa	弾性係数 GPa	
	36.0	18.2	柱主筋 D25	323	490	179
			柱横補強筋 D13	377	524	173

$$f'_{cc} = f'_c + 11.5\alpha \left( \frac{d'}{c} \right) \left( 1 - \frac{s}{2D_{core}} \right) \rho_h f_{hy} \quad (1)$$

$$f'_{cc} = f'_c \left( 2.254 \sqrt{1 + 7.94 \frac{C_0}{f'_c}} - 1.254 - \frac{2C_0}{f'_c} \right) \quad (2)$$

$$C_0 = \rho_h f_{hy} \left( 1 - \frac{s}{2D_{core}} \right)^2 \left( 1 - \sum_{i=1}^m \frac{w_i^2}{6D_{core}^2} \right) \quad (3)$$



(a) コンクリート応力-歪曲線 (b) コンクリート繰返し載荷モデル (c) 鉄筋材料モデル

図-6 材料特性

ここで、 $f'_{cc}$ ：拘束コンクリート強度、 $f'_c$ ：無拘束コンクリートの圧縮強度、 $f_{hy}$ ：横補強筋の降伏強度、 $\rho_h$ ：横補強筋体積比、 $d'$ ：横補強筋径、 $c$ ：横補強筋の非拘束長さ、 $s$ ：横補強筋間隔、 $D_{core}$ ：拘束コンクリートの断面幅、 $m$ ：サブタイ脚間の数、 $w_i$ ：サブタイ脚間の距離 である。

図-6 (a)に無拘束コンクリートの応力-歪曲線、および(1)式において $\alpha = 1.0, 2.0, 3.0$ とした場合の拘束コンクリートの応力-歪曲線、(2)式を用いた場合の拘束コンクリートの応力-歪曲線をそれぞれ示す。それぞれの曲線上における最大耐力点を●で示している。

$\alpha$ を求める際には式(4)、(5)のような評価関数 $D_\varepsilon$ 、 $D_M$ を用いて最適化を行った。式中の $\varepsilon_0$ と $\phi_0$ は、式(6)、(7)で表される。

$$D_\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\phi_i \cdot \varepsilon_i}{\phi_0 \cdot \varepsilon_0} \right| \quad (4)$$

$$D_M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\phi_i \cdot M_i}{\phi_0 \cdot D^3 f'_c} \right| \quad (5)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2f'_c}{E_c} = \frac{2f'_c}{4730\sqrt{f'_c}} = \frac{f'_c}{2365} \quad (f'_c \text{ は MPa}) \quad (6)$$

$$\phi_0 = \frac{2\varepsilon_0}{D} \quad (7)$$

ここで、 $\varepsilon_i$ ：各サイクルで曲率反転時の軸歪の誤差、 $M_i$ ：各サイクルで曲率反転時のモーメントの誤差、 $\phi_i$ ：各サイクルで曲率反転時の曲率、 $n$ ：曲率の総反転数、 $D$ ：柱せいである。

$D_\varepsilon$ 、 $D_M$ はそれぞれ軸歪-曲率関係、モーメント-曲率関係に関する評価関数であり、曲率反転時における無次元化軸歪および無次元化モー

メントの、実験値と解析値の誤差の平均値である。 $D_M$ よりも $D_\varepsilon$ の方が $\alpha$ の値の変化に大きく影響を受けるので、文献 1)2)3)では $D_\varepsilon$ を最小にする $\alpha$ を求め、解析に用いている。今回も(1)式を用いる場合は同様に $\alpha$ を求め、解析に用いた。また、コンクリートの除荷および繰返し載荷のモデルは、図-6 (b)に示す Dodd<sup>8)</sup>によるモデルを用いた。

## (2) 鉄筋

鉄筋の材料モデルは図-6 (c)に示す Ramberg-Osgood モデル<sup>9)</sup>を用いた。

### 3.3. 等価塑性ヒンジ長さについて

既往の研究<sup>1)2)3)</sup>では、大型キャンティレバー型 RC 柱試験体を対象とした解析において、計算の簡単のために、等価塑性ヒンジ長さは柱せい $D$ と等しいと仮定して解析している。この仮定での解析においても比較的よい精度が得られたため、本研究においても等価塑性ヒンジ長さは柱せい $D$ と仮定した。

## 4. 解析結果

### 4.1. キャンティレバー型 RC 柱実験を対象とした結果

既往文献 1)2)3)においては、2.1 節で述べた、キャンティレバー型 RC 柱試験体を対象として解析している。この解析による解析値は全体的には精度よく実験値を追跡していたが、一定軸力を受ける大型試験体のモーメント耐力の精度は少し悪かった。このため、今回は(2)式を用いて拘束コンクリートの圧縮強度を求め改めて解

表-3 各試験体の  $D_M$  および  $D_e$  値

axial load	specimen	direction	NewRC式(1)		Mander式(2)	
			$D_{M1}$	$D_{e1}$	$D_{M2}$	$D_{e2}$
constant	D1N3	EW	2.61	6.31	1.83	18.86
	D1N6	EW	1.26	11.96	0.79	46.03
	D2N3	NS	1.14	13.21	1.25	70.32
		EW	1.00	14.91	0.90	91.76
	D2N6	NS	0.71	7.88	0.66	12.26
		EW	0.68	10.92	0.43	14.02
	L1D60	EW	0.32	8.58	0.53	49.14
	L1N60	NS	1.28	8.04	1.09	54.09
	L1N6B	NS	2.01	36.84	2.06	160.27
	L2N6B	NS	0.84	25.58	0.33	86.16
EW		1.68	44.94	0.58	157.94	
average			1.23	17.19	0.95	69.17
varied	D1NVA	NS	2.24	8.13	2.81	20.15
	D1NVB	NS	0.64	4.69	1.19	11.31
	D2NVA	NS	0.89	20.73	1.30	37.97
		EW	1.29	15.71	1.54	40.15
	D2NVB	NS	1.16	11.75	1.74	68.92
		EW	1.65	16.20	2.10	60.07
	L1NVA	NS	2.10	52.83	1.01	139.34
		NS	1.51	20.60	0.61	96.36
	L2NVA	EW	0.47	10.78	0.71	59.13
		NS	0.87	25.60	1.07	90.70
	L2NVB	EW	1.46	40.83	1.45	177.60
		NS	0.87	23.84	1.05	71.52
	L2NVC	EW	0.87	30.74	1.79	96.88
		NS	0.87	30.74	1.79	96.88
average			1.23	21.73	1.41	74.62
all specimens' average			1.23	19.65	1.20	72.12

表-4 一定軸力を受ける試験体のモーメント耐力比較

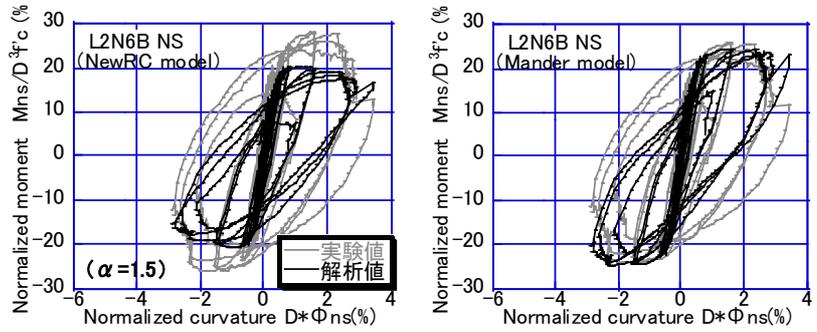
specimen	scale	axial load	direction	Mex	Mcal1	Mcal2	$\Delta M1$	$\Delta M2$		
				MN m	MN m	MN m	%	%		
D1N3	small	constant	+	0.151	0.113	0.116	24.87	22.92		
			-	-0.138	-0.114	-0.116	17.16	15.42		
+			0.143	0.128	0.132	10.62	8.21			
-			-0.142	-0.129	-0.134	9.12	5.27			
D2N3 NS	small		+	0.118	0.097	0.097	17.66	17.43		
			-	-0.096	-0.101	-0.102	4.30	5.35		
D2N3 EW	small		+	0.128	0.111	0.112	13.71	12.47		
			-	-0.097	-0.097	-0.098	0.81	1.58		
D2N6 NS	small	+	0.140	0.121	0.121	13.47	13.67			
		-	-0.113	-0.123	-0.117	8.75	3.16			
+		0.138	0.126	0.123	8.37	10.76				
-		-0.126	-0.124	-0.124	2.04	1.93				
average							10.91	9.85		
L1D60	large	constant	+	1.62	1.48	1.57	8.62	3.47		
			-							
			+	1.71	1.24	1.30	27.51	23.88		
			-	-1.38	-1.48	-1.60	6.69	15.34		
			+	1.57	1.13	1.39	28.32	11.48		
			-	-1.22	-1.13	-1.41	7.64	16.03		
			L2N6B NS	large	+	1.48	1.21	1.39	17.82	6.06
					-	-1.37	-1.23	-1.41	10.09	2.73
			L2N6B EW	large	+	1.14	1.01	1.07	11.40	6.50
					-	-1.01	-0.87	-0.92	13.91	9.49
average							14.67	10.55		

析し、この解析値を(1)式を用いた解析値と比較した。

(1) モーメント-曲率関係について

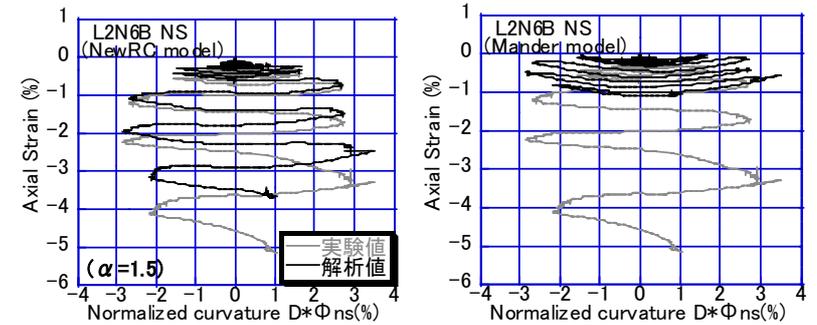
モーメント-曲率関係についての解析値の精度を調べるため、評価関数  $D_M$  と  $D_e$  の値を計算し、表-3 に一定軸力を受ける試験体と変動軸力を受ける試験体に分けて示した。ここでは便宜上、(1)式を用いた解析で得られた評価関数を  $D_{M1}$ 、 $D_{e1}$ 、(2)式を用いた解析で得られた評価関数を  $D_{M2}$ 、 $D_{e2}$  とする。表-3 から分かるように、一定軸力の試験体については、試験体 L1D60 を除いては  $D_{M2}$  が  $D_{M1}$  とほぼ同等かそれより小さく、(2)式を用いたことによ

って解析値の精度が向上したと言える。図-7 に試験体 L2N6B 南北方向のモーメント-曲率関係を示す。これは(2)式を用いて再解析して、モーメントの推移予測精度が向上した一例である。なお、図中の  $D$  : 柱せい、 $f'_c$  : コンクリート強度、 $\Phi_{ns}$  : 南北方向の曲率の実験値であり、モーメントは  $D^3 f'_c$  で除し、曲率は  $D$  を乗じて



(a) L2N6B 南北方向 (NewRC 式) (b) L2N6B 南北方向 (Mander 式)

図-7 モーメント-曲率関係



(a) L2N6B 南北方向 (NewRC 式) (b) L2N6B 南北方向 (Mander 式)

図-8 軸歪-曲率関係

それぞれ無次元化してある。

(2) モーメント耐力について

表-4 に、一定軸力試験体のモーメント耐力を示す。表中の  $M_{ex}$  は実験値のモーメント耐力を示し、 $M_{cal1}$  および  $M_{cal2}$  はそれぞれ拘束コンクリート強度を(1)式と(2)式を用いて求めた解析値のモーメント耐力であり、実験値と解析値の

誤差 $\Delta M_1$ および $\Delta M_2$ は(8), (9)式による。

$$\Delta M_1 = |(M_{ex} - M_{cal1}) / M_{ex}| \quad (8)$$

$$\Delta M_2 = |(M_{ex} - M_{cal2}) / M_{ex}| \quad (9)$$

表-4における $\Delta M_1$ および $\Delta M_2$ の平均値から分かるように、一定軸力を受ける試験体では、小型・大型ともにモーメント耐力の予測精度が向上していることが分かる。ただし試験体LN60およびLN6Bの負方向については $\Delta M_1$ よりも $\Delta M_2$ の方が非常に大きく、モーメント耐力をうまく予想できていなかった。

また、表には記載していないが、変動軸力を受ける小型試験体では、高軸力側で $\Delta M_2$ の平均値が $\Delta M_1$ の平均値よりも大きくなり、低軸力側ではその逆となるため、(2)式を用いると高軸力側で精度が低くなり、低軸力側で精度が高くなるといえる。変動軸力を受ける大型試験体では、 $\Delta M_2$ の平均値と $\Delta M_1$ の平均値に大きな差は見られず、(2)式を用いてもモーメント耐力の精度はあまり変化しなかった。

### (3) 軸歪-曲率関係について

表-3から分かるように、全試験体において $D_{\epsilon 2}$ が $D_{\epsilon 1}$ の値を上回り、(2)式を用いた解析値の軸歪-曲率関係の予測精度が、(1)式を用いた解析値の予測精度よりも劣る結果となった。これは、図-8に示したLN6B南北方向の軸歪-曲率関係から見ても明らかである。

### (4) プログラムの妥当性について

以上から、(2)式を用いて拘束コンクリートの強度を求めて解析すると、一定軸力を受ける試験体のモーメント推移および耐力予測の精度は向上する。しかし軸歪の推移予測は精度が劣る。

## 4.2. 1/2スケール門型RC骨組を対象とした解析

前節で用いたプログラムが実際の架構においても適用できるかを検証するため、2.2節で述べたRC骨組実験を対象とし

た解析を行った。

前節で述べたように、性能設計において重要な軸歪の予測精度が(1)式を用いた解析値の方が精度が高かったため、本節の解析でも(1)式を用いて解析した。

表-5に、骨組を対象とした解析から得られた評価関数 $D_M$ および $D_{\epsilon}$ 値を、キャンティレバー型柱の平均値と併記する。また、図-9, 10に試験体QN60の解析値と実験値のモーメント-曲率関係、軸歪-曲率関係をそれぞれ示す。なお、図中の $\Phi_{ew}$ ：東西方向の曲率の実験値であり、モーメントおよび曲率は図-7, 8と同様に無次元化している。試験体LN60については層間変形角が+1.5%以降の変位計のデータが不確実なため、それまでの解析しか行っていないので、図には記載していない。以下に考察を示す。

表-5 骨組の解析における $D_M$ および $D_{\epsilon}$ 値

specimen		$\alpha$	$D_M$	$D_{\epsilon}$
LN60	EAST column	1.0	0.06	0.21
	WEST column	1.0	0.18	0.48
QN60	EAST column	1.3	0.30	0.85
	WEST column	1.0	0.94	37.6
cantilever specimens' average			1.31	19.0

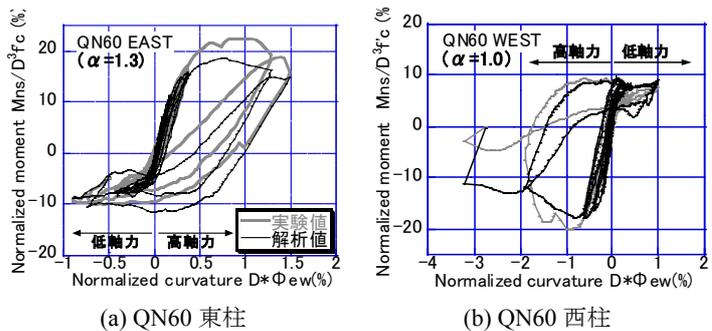


図-9 骨組の解析によるモーメント-曲率関係

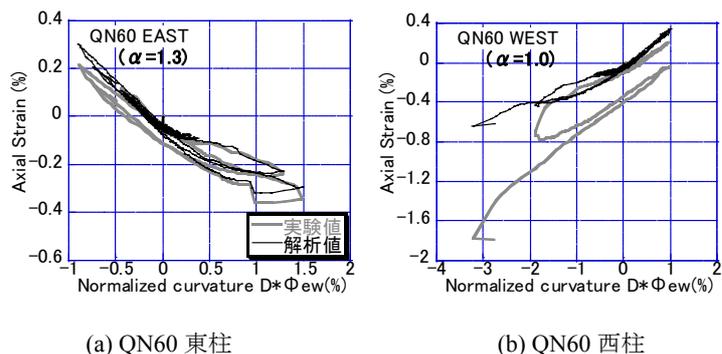


図-10 骨組の解析による軸歪-曲率関係

## (1) モーメントー曲率関係について

表-5から分かるように、骨組を対象とした解析から得られた  $D_M$  値は、キャンティレバー型柱の平均値を下回っている。このことから、骨組柱脚におけるモーメントの予測精度は、キャンティレバー型柱のモーメント予測精度と遜色ないと言える。一方、図-9から分かるように、解析値は全体としては精度よくモーメントの推移を追跡できているが、高軸力側の解析値のモーメント耐力が実験値よりも小さく、また除荷時の剛性の精度は少し悪い。さらに、QN60 西柱では最大耐力到達後の実験値の耐力低下が捉え切れていない。

## (2) 軸歪ー曲率関係について

表-5に示した QN60 西柱の  $D_g$  値は、キャンティレバー型柱の平均値よりも大きい値である。しかし、表-3に示した変動軸力を受ける大型キャンティレバー型柱の  $D_g$  値とさほど変わらない。また、この柱は実験時にせん断破壊を起こした柱であり、終局時においてせん断成分が卓越していたため、精度が悪くなったと考えられる。このことから、骨組を対象とした解析値の軸歪推移予測についても、キャンティレバー型柱と同等の予測精度があると言える。

以上から、本プログラムを実際の架構を対象に適用することの妥当性を確認できたと言える。

## 5. まとめ

ファイバーモデルを用いた簡単な断面解析プログラムを用い、拘束コンクリート強度を求める式を変更してキャンティレバー型 RC 柱を対象に再解析を行い、柱脚部の応答の予測精度を比較した。また、本プログラムが架構にも適用できることを確認した。以下に本研究のまとめを示す。

1. Mander 式を用いて拘束コンクリートの圧縮強度を求めて解析すると、一定軸力を受ける試験体のモーメント推移およびモーメント耐力の予測精度が NewRC 式を用いた場合よ

りも向上する。

2. 1/2 スケール門型 RC 骨組実験を対象として本プログラムを適用すると、キャンティレバー型柱と同等の精度で、架構柱脚部のモーメントおよび軸歪の推移予測が可能である。しかし、高軸力側のモーメント耐力予測値が実験値よりも小さく、また除荷時の剛性の精度が劣っていることは今後の課題であり、モデルの改良が必要である。

## 謝辞

本研究の一部は、国土交通省建設技術補助金及び鹿島学術振興財団研究助成を用いて行なわれました。架構の載荷実験に関しては、高周波熱錬株式会社及び電気化学工業ら資材の提供を受けました。また、豊橋技術科学大学・倉本洋助教授には、実験施設を提供して頂きました。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 藤本良, 河野進, 西山峰広, 渡辺史夫: 多軸載荷を受ける RC 柱の履歴特性と損傷評価法に関する研究, コンクリート工学年次論文集, Vol.22, No.3, pp.355-360, 2000
- 2) 河野進, Bechtoula H., 角徹三, 渡辺史夫: 軸力と 2 方向曲げを受ける大型 RC 柱の損傷評価, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.24, No.2, pp.235-240, 2002
- 3) Bechtoula H., Sakashita M., Kono S., Watanabe F.: Effect of number of cycles on damage progress for large scale RC columns under multiaxial loadings, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.25, No.2, pp. 355-360, 2002
- 4) 安富陽子, 金尾伊織, 河野進, 渡邊史夫: 1/2 スケール RC 骨組部分架構のひび割れ発生荷重及び幅予測に関する実験的研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道), C-2 構造 IV, pp. 859-860, 2004
- 5) Popovics, S.: A new numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete, Cement Concrete Research, No. 3, pp. 583-599, 1973
- 6) 国土交通省建築研究所: 鉄筋コンクリート造建築物の超軽量・超高層化技術の開発, 建築研究報告, pp. 56-57, 2001.2
- 7) Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R., : Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 114, No. 8, pp. 1804-1826, August 1988
- 8) Larry Dodd: The Dynamic Behavior of Reinforced Concrete Bridge Piers subjected to New Zealand Seismicity, Ph.D. Dissertation for the University of Canterbury, Christchurch, Newzealand, 1992
- 9) Ramberg, W. and Osgood, W. R., : Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters, Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, July 1943