

論文 開孔を有するヒンジ領域のせん断強度の解析

竇 祖融^{*1}・塩原 等^{*2}・小谷 俊介^{*3}

要旨：本研究は，ヒンジ領域に開口を有する RC 梁のせん断強度を推定することを目的として，有孔梁を剛塑性材料からなる部材に置き換え，破壊メカニズムを仮定してせん断強度の上界解を導いた。次に，上界解を用いて補強限界とせん断強度の上限を調べた。更に，線形開孔補強筋を用いた場合のせん断強度を理論的に推定した。最後に，既往の実験結果と比較し，導いた上界解がヒンジ領域に開口を有する RC 梁のせん断強度評価式としての精度を検討した。

キ - ワ - ド：ヒンジ領域，有孔梁，せん断強度，上界定理

1 はじめに

鉄筋コンクリート造 (RC 造) 建物では床梁に設備配管用の開孔を設ける必要がある場合に，開孔による耐力低下や変形性能の低下を防ぐため，開孔部を補強することが行われている。近年，施工性を考えて，様々な開孔補強筋と称する金物による補強方法が開発された。

梁のヒンジ領域では十分な靱性を保証する必要があるが，そこに開孔を設けることより，部材の靱性が乏しくなることが危惧され，一般に好ましくないとされている。しかし，その開孔の周辺に従来の補強金物の他に特殊なコ字型の補強筋を添えて，広沢修正式を用いて求めたせん断余裕度が 1.36 程度を満たせば，無開口梁と同等以上の靱性を確保できることが実験で確かめられた¹⁾。その後，ほぼ同じ形状の試験体で広沢修正式によるせん断余裕度を 0.5 ~ 0.75 程度に減らした実験²⁾では，全ての試験体は広沢修正式による予測値より 1.5 倍以上の入力せん断力に対して，せん断破壊が起こらず，曲げ降伏後の開孔部せん断破壊になった。よって，このような有孔梁に対して，広沢修正式の適用性を再検討して設計を合理化できる余地があると考えられる。

有孔梁のせん断強度を評価するには，既往の

実験結果を統計的に求めた実験式が用いられる他，下界定理に基づくマクロモデルによる理論式³⁾が「靱性保証型設計指針」⁴⁾に採用されている。また，市之瀬ら³⁾と津村ら⁵⁾は上界定理を用いて有孔梁のせん断強度を推定している。しかし，何れもヒンジ領域に開口を設ける場合の応力伝達機構或いは破壊メカニズムについては言及していない。開孔補強筋で補強した有孔梁のせん断強度に対して，津村らは，45°の破壊面によるメカニズムのみを考慮してせん断強度式を導いている。

本研究では，ヒンジ領域に開口を設けた有孔梁のせん断強度を推定することを目的とし，塑性理論の上界定理を用いて極限解析を行った。

2 上界定理に基づく極限解析

2.1 解析の対象及び仮定条件

本解析の対象は 図 - 1 に示すように梁せいの中央に孔を設け，梁端から孔中心までの距離 $a = 1.0D$ (D : 梁せい) の有孔梁とする。本解析は，Nielson⁶⁾と同様に以下のことを仮定した。

- (1) 主筋が無限に強い。つまり破壊に伴う材軸方向の伸縮がなく，主筋は破壊に伴う仕事を負担しない。
- (2) コンクリートは平面応力の状態で，図 - 2

*1 東京大学大学院 工学系研究科 (正会員)

*2 東京大学大学院助教授 工博 (正会員)

*3 東京大学大学院教授 工博 Ph.D (正会員)

のような降伏曲面を持つ剛塑性材料とする。ここに、 $\sigma_e = \gamma_0 \sigma_B$ 、 σ_B : コンクリート強度(MPa)、 γ_0 : コンクリートの有効強度係数であり、Nielson が提案した次式を用いる。

$$\gamma_0 = 0.7 - \sigma_B / 200 \quad (1)$$

(3)せん断補強筋は剛塑性の応力度 - 歪度関係を持ち、降伏強度を σ_{wyi} とした。

(4)主筋のだば作用は無視する。

2.2 破壊メカニズムの仮定

本解析は、ヒンジ領域に孔を設けた梁の破壊性状や既往のモデルを参考に、図 - 3 の破壊メカニズムを仮定した。孔中心の真上または真下の箇所 (A または B 点) より、材端 O 点或いは C 点と結ぶ直線 (実線) を破壊面と仮定する。同図に破線で示された破壊面に対する上界解の方が低いので、2 つの破壊面による内部仕事の差が小さいので、せん断強度式の簡略化となる実線による破壊メカニズムを考慮する。

図 - 3 に示すように、破壊面は、材端側の部分 (以下破壊面と呼ぶ) と中央側の部分 (以下破壊面と呼ぶ) に分けられる。破壊面の幅を b 、せい d_{v1} を $(D - H)/2$ とし、破壊面の幅を b 、せい d_{v2} を $(j_e - H)/2$ とする。破壊面上界解 (Q_1) と破壊面上界解 (Q_2) を足し合わせたものを開孔部のせん断強度 Q とする。ここに、 b : 梁幅、 D : 梁せい、 H : 孔径、 G : 孔両側のあばら筋の間隔、 a : 孔中心から材端までの距離、 j_e : 部材せい方向の最外縁主筋中心間の距離 j_i に主筋径 d を加えたもの、 ϕ : 破壊面が材軸と成す角度 ($\tan \phi = (D - H) / (2a)$)、 β : 破壊面が材軸と成す角度、 c : 孔中心から破壊面と主筋外側の交差点までの距離 ($= a \cdot k$ 、 $k = (j_e - H) / (D - H)$) とする。破壊面の有効補強範囲はせん断補強筋量に因らず材端から ($a - c$ 、 $a - G/2$) の間である。 $a - c < a - G/2$ が成立つので、開孔位置 $a > G / (2k)$ となる。

2.3 あばら筋のみを用いた場合の上界解

以下、せん断力 Q により仮想変位 u が生じる時、仮想仕事の原理より上界解を導く。

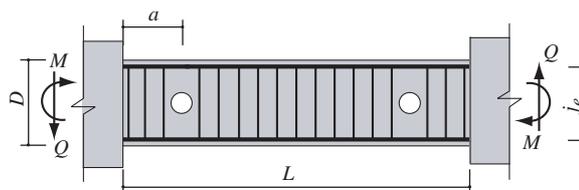
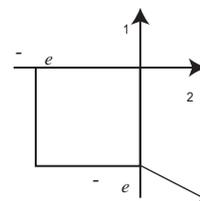
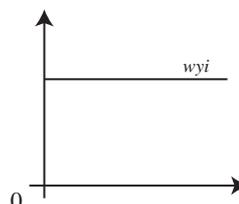


図 - 1 解析対象



(a) コンクリートの降伏曲線



(b) 鉄筋の応力度 - 歪度関係

図 - 2 材料特性の仮定

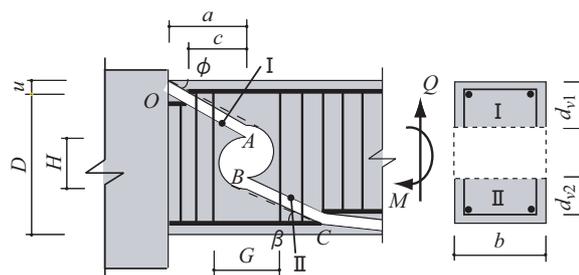


図 - 3 開孔部の仮想破壊メカニズム

2.3.1 破壊面上界解

破壊面 でせん断力 Q_1 の成す仕事 W_{e1} 、コンクリートの内部仕事 W_{c1} 、せん断補強筋の内部仕事 W_{s1} は、

$$W_{e1} = u \cdot Q_1 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} W_{c1} &= u \cdot \frac{1 - \cos \phi}{2 \sin \phi} \cdot \frac{D - H}{2} \cdot b \cdot \sigma_e \\ &= u \cdot \frac{1}{4} \left(\sqrt{(D - H)^2 + 4a^2} - 2a \right) b \cdot \sigma_e \end{aligned} \quad (3)$$

$$W_{s1} = u \cdot b \cdot p_{ws1} \cdot \sigma_{wy} \cdot (c - G/2) \quad (4)$$

である。 $W_{e1} = W_{c1} + W_{s1}$ から、 Q_1 及び「標準化せん断応力度」 q は、

$$Q_1 = \frac{1}{4} \left(\sqrt{(D - H)^2 + 4a^2} - 2a \right) b \cdot \sigma_e$$

$$+b(c-G/2) \cdot p_{ws1} \cdot \sigma_{wy} \quad (5)$$

$$q = \frac{Q_1}{b \cdot \sigma_e \cdot D} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{(1-n)^2 + 4m^2} - 2m \right) + \mu_w \left(k \cdot m - \frac{G}{2D} \right) \quad (6)$$

となる。ここに、 p_{wy1} ：破壊面における有効補強範囲内のせん断補強筋比の平均値、 σ_{wy} ：せん断補強筋の降伏強度である。 $m=a/D$ 、 $n=H/D$ 、補強比 $\mu_w=(p_{ws} \sigma_{wy})/\sigma_e$ 、とした。

式(5)或いは式(6)から、ヒンジ領域に孔を設ける場合は、非ヒンジ領域の場合と異なり、開孔位置 a がせん断強度に影響を与えることを示している。以下、孔径 H 、開孔位置 a を変数としてそれらの影響を検討し、開孔位置 a に対する上界解を導く。

$$\frac{\partial Q_1}{\partial H} = -\frac{b \cdot \sigma_e (D-H)}{4\sqrt{(D-H)^2 + 4a^2}} - b \cdot p_{ws1} \cdot \sigma_{wy} \left(\frac{a(D-j_e)}{(D-H)^2} + 0.5 \right) < 0$$

が常に成立つので、非ヒンジ領域に開孔を設ける梁と同様に、孔径 H が大きいほど、せん断強度が低くなる。

また、 $\frac{\partial Q_1}{\partial a} = 0$ 或いは $\frac{\partial q}{\partial m} = 0$ より Q_1 が上界解になる時の μ_w 、 m 、 n の関係を下式に示す。

$$\mu_w = \frac{1-n}{(j_e/D)-n} \left(0.5 - \frac{m}{\sqrt{(1-n)^2 + 4m^2}} \right) \quad (7)$$

式(7)から m を求めて式(6)に代入すると孔の位置を変化させた場合の上界解が得られる。

$$Q_1 = 0.5b \cdot p_{ws1} \cdot \sigma_{wy} \left((j_e-H) \sqrt{\frac{\sigma_e}{p_{ws1} \cdot \sigma_{wy}} \cdot \frac{D-H}{j_e-H} - 1} - G \right) \quad (8)$$

$$\text{この時、} a = \frac{(D-H)(1-2\mu_w k)}{4} \sqrt{\frac{1}{\mu_w k(1-\mu_w k)}} \quad (9)$$

となる。

2.3.2 破壊面の上界解

破壊面でせん断力 Q_2 の成す仕事 W_{e2} 、コンクリートの内部仕事 W_{c2} 、せん断補強筋の内部仕事 W_{s2} は、

$$W_{e2} = u \cdot Q_2 \quad (10)$$

$$W_{c2} = u \cdot \frac{1-\cos\beta}{2\sin\beta} \cdot \frac{j_e-H}{2} \cdot b \cdot \sigma_e \quad (11)$$

$$W_{s2} = u \cdot 0.5b \cdot ((j_e-H) \cdot \cot\beta - G) \cdot p_{ws2} \cdot \sigma_{wy} \quad (12)$$

である。 $W_{e2} = W_{c2} + W_{s2}$ から Q_2 は

$$Q_2 = \frac{1-\cos\beta}{2\sin\beta} \cdot \frac{j_e-H}{2} \cdot b \cdot \sigma_e + \frac{1}{2} b ((j_e-H) \cot\beta - G) p_{ws2} \cdot \sigma_{wy} \quad (13)$$

$\frac{\partial Q_2}{\partial \beta} = 0$ より、上界解及び破壊面の角度 β は次式

$$Q_2 = 0.5b \cdot p_{ws2} \cdot \sigma_{wy} \left((j_e-H) \sqrt{\frac{\sigma_e}{p_{ws2} \cdot \sigma_{wy}} - 1} - G \right) \quad (14)$$

$$\cos\beta = 1 - 2 \frac{p_{ws2} \cdot \sigma_{wy}}{\sigma_e} \quad (15)$$

となる。ヒンジ領域に開孔を有する梁におけるせん断強度の上界解は、 $Q = Q_1 + Q_2$ である。

2.4 線形開孔補強筋を用いた場合の上界解

線形開孔補強筋は斜め筋、メッシュ筋及び閉鎖形金物などの総称である。これらの共通点は、図-4に示すように鉄筋と破壊面が破壊面の傾き（或いは β ）に因らず交差すること及び交わる鉄筋の応力方向が破壊面の傾きに余り影響うけないことがある。

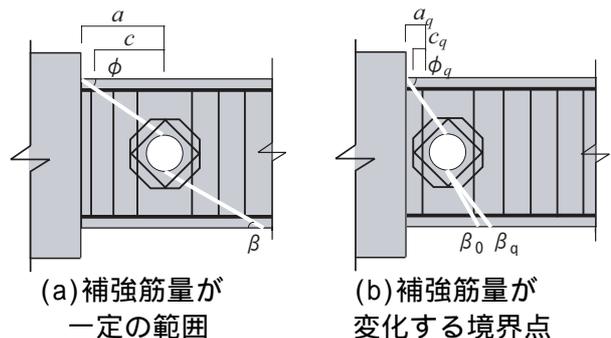


図-4 開孔補強筋を配した場合のメカニズム

仮想仕事において、線形開孔補強筋が内部仕事への寄与項は $\mu \cdot \sum \gamma_s \cdot A_i \cdot \sigma_i \cdot \sin\theta_i$ である。ここに、 γ_s は線形開孔補強筋の有効係数で、実際の試験体で最大耐力に至る時、全ての開孔補強筋が必ずしも降伏しないと考えると、降伏強度を低減する係数を導入している。更に A_i は各段鉄筋の断面積、 σ_i は線形開孔補強筋の降伏強度、 θ_i

は各段鉄筋が材軸と成す角度を表す。この項は、 A_i が定数であれば一定値である。その時の上界解は、

$$Q_L = Q + \sum \gamma_s \cdot A_i \cdot \sigma_i \cdot \sin \theta_i \quad (16)$$

である。以下、1つの例として、図-4に示すような金物で補強した開孔部のせん断強度を求める。まず破壊面と交わる補強筋の量が変化する時の a_q 及び β_q (境界点) を求める。次に破壊面

においては $[a - c, a_q]$ 及び $[a_q, a - G/2]$ の間で鉄筋量が定数であるので、式(16)を用いて別々の上界解を求めて、その中の最小値を破壊面上界解 Q_1 とする。破壊面は同様に $[0, \beta_q]$ 及び $[\beta_q, \beta_0]$ の範囲で求めた上界解の最小値を破壊面上界解 Q_2 とする。開口部のせん断強度は Q_1 と Q_2 を合わせたものとなる。

2.5 上界解による検討

以下、2.3節に導いた式を用いて、孔径 H と開孔位置 a が補強比 μ_w 、せん断強度 Q_1 に与える影響を検討しよう。式(7)より a を $G/(2k)$ から1の範囲で、 H を0から $0.5D$ の範囲で変化させ、孔径、開孔位置、 μ_w の関係を図-5に示す。図-5より、孔径が大きいほど μ_w が小さくなること、及び孔径が一定の時、開孔位置を材端に寄せるほど、 μ_w が高くなる事が分かった。次に、孔径比を横軸にとり、縦軸に各孔径比における μ_w の最大値(補強限界)をとったものを図-6に示す。また、式(7)より孔径ごとにせん断強度と補強比の関係を図-7に示し、補強限界値を式(8)に代入して孔径比がせん断強度の上限値に及ぼす影響を図-8に示す。ここに、破壊面のせいを $(D - H)/2$ としたので図中の縦軸を $Q_1 / (0.5bD\sigma_e)$ とした。図中、部材補強上限及びせん断強度上限が0.5を超えることを示しているが、これは破壊面のせいを $(D - H)/2$ と定義したためであり、破壊面と同様に $(j_e - H)/2$ とすれば0.5を超えない。「鉄筋コンクリート構造計算基準」では p_w を1.2%まで考慮し、「靱性保証型設計指針」のせん断強度の検証データでは p_w を2%程度まで考慮し

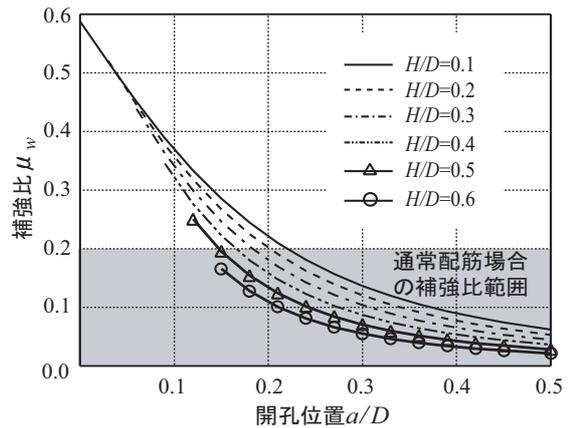


図-5 補強比，開孔位置，孔径比の関係

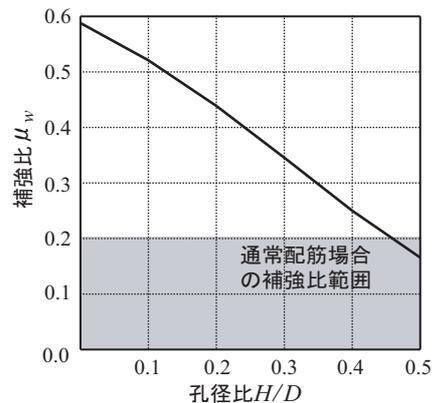


図-6 孔径比による補強限界

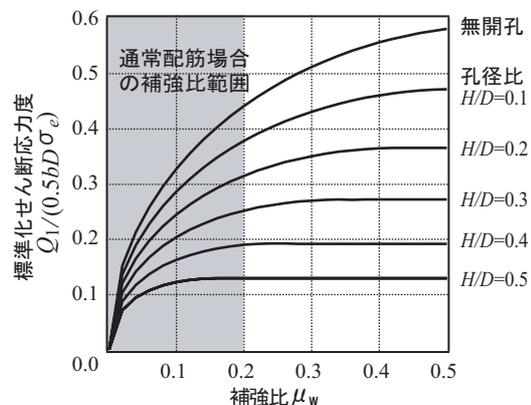


図-7 せん断強度，孔径比，補強比の関係

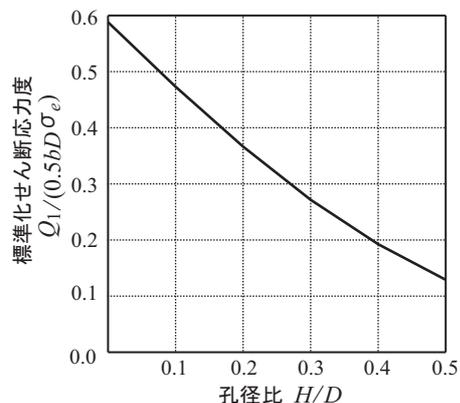


図-8 孔径比によるせん断強度の上限値

ている。ここで、 p_w を 0~2.0%、 σ_{wy1} / σ_e を 10 とした時の μ_w の範囲を図 - 5 ~ 図 - 8 に網掛けで示す。なお、以上の検討を行う際、 $j_e = 0.85D$ 、 $G = 1.2H$ と仮定した。

破壊面 のせん断強度の上界解は丁度、市之瀬が求めた上界解³⁾の半分である。更に、破壊面 におけるせん断補強筋の補強限界、せん断強度の限界などは市之瀬の結論³⁾と同様であるため、ここでは省略する。

また、 $p_{ws1} = p_{ws2} = p_{ws}$ の時、 $Q_1 - Q_2 =$

$$0.5b \cdot p_{ws} \cdot \sigma_{wy} (j_e - H) \left(\sqrt{\frac{\sigma_e}{p_{ws} \sigma_{wy}} \cdot \frac{D-H}{j_e - H} - 1} - \sqrt{\frac{\sigma_e}{p_{ws} \sigma_{wy}} - 1} \right)$$

式中 $\frac{D-H}{j_e - H} > 1$ が成り立つので、 Q_1 が Q_2 より高い。つまり、せん断補強筋比が同じの時、ヒンジ領域に開孔を設ける梁は非ヒンジ領域に開孔を設ける梁よりせん断強度の上界解がある程度高い。

本文は $a = 1.0D$ の有孔梁を対象として上界解を導いたが、破壊面 における解析結果は破壊面の角度が部材長さに制限される短スパン梁 ($L / (2D) = 1.0$) 梁の中央に孔を設けた場合にも適用できるかもしれない。広沢修正式⁷⁾、都立大式⁸⁾などの実験式では部材の長さ寸法がせん断強度に与える影響はせん断スパン比を用いて考慮するが、本解析の結果によって、せん断スパン比ではなく、破壊面の角度が部材長さに制限されるため、開孔位置の関連変数 m ($= a / D$) がせん断強度に影響を与えると考えられる。影響の程度は式(6)から得られる。

3 既往の実験結果による検証

既往の実験のうち、ヒンジ領域に開孔を設け、かつ、曲げ降伏前にせん断破壊した有孔梁を検討対象とする。

あばら筋のみを用いた神永ら⁷⁾の H87 - 03、H87 - 04 試験体、村内ら⁸⁾の No.4、No.8、No.12、No.16 試験体及び、更に線形開孔補強筋を用いた中野ら⁹⁾の No.2、No.3、No.4、試験体、黒正ら¹⁰⁾の No.13 試験体により、上界解の検討を行っ

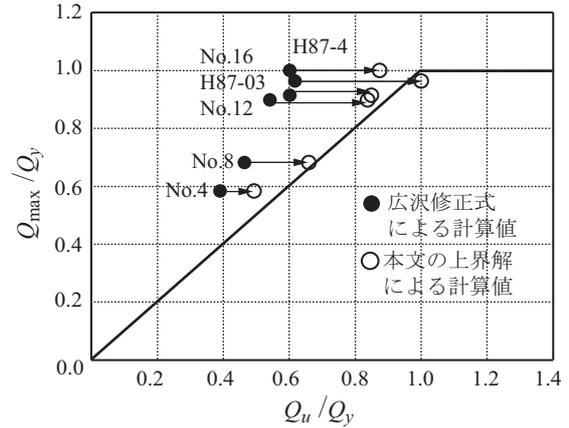


図 - 9 上界解と実験値の比較
(あばら筋のみ用いた試験体)

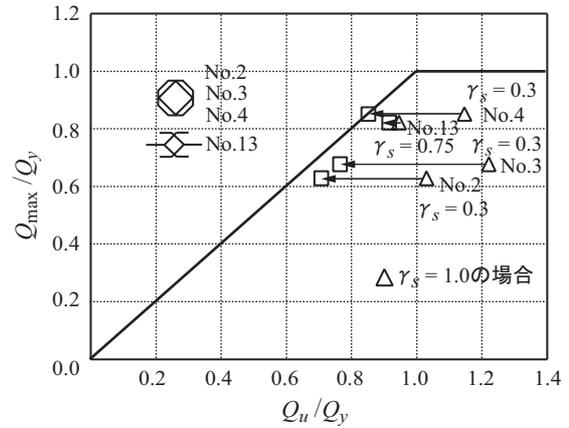


図 - 10 上界解と実験値の比較
(線形開孔補強筋を用いた試験体)

た。実験値と計算値を比較した結果を図 - 9、図 - 10 に示す。図中、 Q_{max} ：実験より計測された最大耐力、 Q_u ：上界解による計算値或いは広沢修正式⁷⁾による計算値、 Q_y ：曲げ強度計算値¹³⁾。上述のデータにおいて、あばら筋のみを考慮した $(p_{ws} \sigma_{wy1}) / \sigma_e$ は 0.067 ~ 0.13 の範囲で、 a/D は 0.5 ~ 1.0 の範囲で、 H/D は 0.2 ~ 0.5 の範囲である。以下 SI 単位にした広沢修正式を示す。

$$Q_{m0} = \left\{ \frac{0.157 p_t^{0.23} (\sigma_B + 18)}{M / (Q \cdot d) + 0.12} (1 - 1.61 \frac{H}{D}) + 0.85 \sqrt{\sum p_{wi} \sigma_{wi}} \right\} b \cdot j \quad (17)$$

ここで、 p_t ：主筋比(%)、 σ_B ：コンクリートの圧縮強度(MPa)、 $M / (Q \cdot d)$ ：せん断スパン比、 b ：梁の幅、 D ：梁の全せい、 H ：開孔の径、 p_{wi} 、 σ_{wi} ：各々開孔補強筋の有効補強筋比及び降伏強度。

図 - 9 に、 \bullet は広沢修正式による計算値を示し、 \circ は上界解による計算値を示す。広沢修正

式はこの場合のせん断耐力を過小評価する傾向を示している。

図 - 10 においては、線形開孔補強筋の有効係数 γ_s を 1 として求めた上界解と実験値の比較値を γ_s で示し、線形開孔補強筋の有効係数を考慮しないと、せん断強度を過大に予測していることが分かる。線形開孔補強筋の有効係数 γ_s を解析的に求めることは出来ないので、実験より検討する必要があると考えられる。今回は、検討対象とした試験体のせん断補強筋の歪度については論文に記述していないので、実験で計測された応力に基づいて決めた有効係数を用いて求めた上界解を γ_s で示している。

ここで、導いた上界解がヒンジ領域に開孔を有する梁のせん断強度と良く対応している。

4 せん断耐力算出の手順

梁部材の寸法、コンクリート強度を既知の値として、あばら筋のみを配した場合において、破壊面 のせん断耐力を算出する手順を以下に要約する。孔径、開孔位置、せん断補強筋量が既知であれば、図 - 5 より μ_w を求め、それを用いて図 - 7 (或いは式(8)) よりせん断強度が求められる。線形開孔補強筋を配した場合は、補強筋の有効係数を実験より検討した上、2.4 節に述べた方法より、補強筋のせん断強度への寄与が算出できる。

もし、孔径及び設計用せん断力が与えられ、せん断補強筋量及び開孔位置を求めたい場合は、図 - 7 より μ_w を求め、それを用いて図 - 5 (或いは式(9)) より開孔位置 a が決まる。

破壊面 の強度算出の手順は、市之瀬³⁾が述べているのでここでは省略する。

5 まとめ

本研究では、ヒンジ領域に開孔を有する RC 梁が剛塑性材料であると仮定し、開孔部の破壊メカニズムを仮想して、極限解析よりせん断強度の上界解を求める方法を示した。

(1) 材端側の破壊面 のせん断強度上界解を導

き、孔径比及び開孔位置が補強限界及びせん断強度の限界に及ぼす影響を調べた。この上界解に破壊面 の上界解を加えることにより開孔部のせん断強度が求まる。

(2) 線形開孔補強筋を用いた場合のせん断強度は、せん断補強筋のみを用いた場合のせん断強度に線形開孔補強筋の寄与項を添えることにより求められる。

(3) 既往の実験結果と比較し、ヒンジ領域に孔を設ける場合及び線形開孔補強筋を用いた場合のせん断強度評価式としての適合性を検証した。

参考文献

- 1) 黒沢俊也，駿河良司ほか：梁端部ヒンジ領域に開口を有する RC 梁の曲げせん断実験(その 1)試験概要及び実験結果，日本建築学会大会梗概集 C 構造 ，2000.9, pp.523 - 524
- 2) 小谷俊介，竇祖融，森本敏幸ほか：ヒンジ領域に開孔を設けた RC 梁のせん断耐力に関する実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，C - 2 構造 ，2002.8, pp. 221 - 222
- 3) 市之瀬敏勝，横尾慎一：鉄筋コンクリート有孔梁のせん断設計法，コンクリート工学年次論文報告集，1991.2, pp.303 - 308
- 4) 日本建築学会：「鉄筋コンクリート造建物の靱性保証型耐震設計指針・同解説」1999
- 5) 津村浩三：開口を有する鉄筋コンクリート梁のせん断耐力，日本建築学会構造系論文報告集，1991.6, pp.35 - 46
- 6) Nielsen, M.P. : Limit Analysis and Concrete Plasticity, Prentice Hall, 1984,
- 7) 広沢雅也，清水泰：「鉄筋コンクリート造有孔ばりのせん断強度とじん性(その 1 有孔ばりについての既往の研究成果)」，建築技術，1979.3, pp.13 - 21
- 8) 津村浩三，遠藤利根穂，清水泰，能瀬泰信：「鉄筋コンクリート造有孔梁におけるせん断耐力の推定」，日本建築学会大会学術講演梗概集，1986.8, pp.463 - 464
- 9) 神永敏幸，津村浩三：鉄筋コンクリート造有孔梁の弾塑性挙動，日本建築学会大会梗概集，S63.10, pp.239 - 240
- 10) 村内明，岡村武士ほか：開口部を持つ鉄筋コンクリートばりのせん断耐力の評価に関する実験的研究，日本建築学会大会梗概集，S59.10, pp.1709 - 1710
- 11) 中野克彦，松崎育弘ほか：鉄筋コンクリート有孔梁の変形性状に関する実験研究(その 1)実験計画及びせん断耐力の検討，日本建築学会大会学術講演梗概集，1994.9, pp.941 - 942
- 12) 黒正清治，林静雄ほか：鉄筋コンクリート造有孔ばりの実験的研究(その 2)曲げせん断実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，S55.9, pp.1489 - 1490
- 13) 日本建築学会：「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説」1999, pp.13