論文 フーリエ1次元変換を用いたコンクリート引張亀裂面と割裂亀裂面 の形状分析

佐藤 良介*1·和田 俊良*2·佐藤 龍司*3·上田 正生*4

要旨:前報で著者等は、コンクリート亀裂面形状の試行モデルを構築したが、本論文では 引張と割裂亀裂面をフーリエ1次元解析し、この試行モデルの設定周波数特性の整合性を 検証した。この結果、振幅に「実際のスペクトル分布」を組込み、位相角は対称位相差分 を付帯条件とする「一様ランダム分布」が適用され得ることが示されている。 キーワード:コンクリート亀裂面、周波数領域、フーリエ1次変換、振幅、位相角

1. はじめに

著者等は前報¹⁾で、コンクリート亀裂面の凹 凸性状を亀裂面界面における応力伝達構成則へ 導入することを見据えて、「亀裂面の標準形状の 一試行モデル」をフーリエ解析理論に依拠して 構築し、その挙動が実亀裂面と定性的に一致し ていることを確認した。

このモデルは、およそ 60mm角の亀裂面の フーリエスペクトル強度値 (以後、振幅と呼び 改める) F_k をそのままモデル自身へ組込み、そ の方向角 (位相角) ϕ_k については一様ランダム分 布を仮定して、これら2量のフーリエ逆変換か ら算定されている。

しかしながら,位相角の一様ランダム分布の 仮定は,コンクリート亀裂面が粗面であるとの 観察事実に大胆に依拠するものであり,この取 扱いの整合性については,未だ数値検証が希薄 な段階に止まっているのが現況である。

本論文では,著者等の標準形状モデルの妥当 性をより確かなものとするため,形状特性が類 似している引張と割裂の亀裂面²⁾を解析対象に 選定し,「計測走査線に沿う狭小な亀裂断面プロ フィール」と「対象亀裂面の全領域」での振幅 と位相角の推移(以後,周波数特性と称す)を従 前より更に緻密に検証・考察することにする。

2. フーリエ解析理論によるコンクリート亀 裂面形状の周波数特性の抽出

著者等は、コンクリート亀裂面の3次元座標 値データをフーリエ1次元解析し、その振幅と 位相角の動向を捕捉してゆくので、亀裂面の座 標系とフーリエ解析理論式を以下に簡潔に記し て、複雑な評価過程を先に明示しておく。

2.1 亀裂面座標値の測定とその座標系

図-1にコンクリート亀裂面の表示座標系を 示すが、これについては既に幾度か掲載³⁾⁴⁾⁵⁾し ているので、その解説を最小限に止める。

図-1中の計測システムでは, 亀裂試験体の 矩形断面の隣接2辺のそれぞれが, 測定軸の *x* 軸と *y* 軸上に設置され, 亀裂面の3次元座標値 が特定される。*x-y* 平面は測定参照面と, また 亀裂面座標値から算定される平面を亀裂基準面 と呼称しており, 後者の亀裂基準面座標系で本 解析結果が記述されている。



- *1 北海道大学大学院博士課程 工学研究科社会基盤工学専攻 工修(正会員)
- *2 北海道職業能力開発大学校講師 建築科 工博(正会員)
- *3 北海道職業能力開発大学校教授 情報技術科 工博(非会員)

*4 北海道大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻 工博(正会員)

2.2 亀裂面形状のフーリエ1次元変換による振幅と位相角の定義

凹凸の小さな物体のフーリエ解析法は広く活 用されてきたものの,凹凸の大きいコンクリー ト粗亀裂面のためのフーリエ解析に関しては, 著者等の例しか見当たらぬようなので,ここに 亀裂面の本フーリエ解析手法を解説する。

図-2に、本システムで計測した亀裂断面プ ロフィール(以下、プロフィールと称す)を示す。 このプロフィールは、先の図-1の測定亀裂線に 沿って切り出された外形線であり、プロフィール 上に等間隔 Δx で N 個のサンプリング点を採っ て離散化し、プロフィールの測定参照面への投 象全長を T(mm)とする。勿論、プロフィールの 設定方向は任意であるが、解説の簡潔を期して x軸方向についてのみ記述し、これより粗亀裂 面のフーリエ式を定義することとする。

(1) 亀裂断面プロフィールからのフーリエ 係数 c_kの算出

図-2の亀裂断面プロフィールに周知の式(1) を適用して、サンプリング座標値データをフー リエ1次元変換し、N個の三角関数波から成る 合成波が求められる。

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} z_j e^{-ijk2\pi/N}$$
(1)

ただし、iは虚数であり、 $k = 1, 2, \dots, N - 1$ である。

フーリエ係数 c_k の添字 k は,空間周波数 $f_k(1/mm)$ または波長 $\lambda_k(mm)$ を表示し「周波数 指標」と呼ばれる。 $f_k \ge \lambda_k$ を図ー2のプロフィー ルの記号によって定義すると下式 (2) となる。

$$\begin{cases} f_k = \frac{k}{T + \Delta x} = \frac{k}{N\Delta x} \\ \lambda_k = \frac{1}{f_k} \end{cases}$$
(2)

なおナイキストの定理より,最大周波数指標 uは式(3)を満たすkの最大値である。

$$\frac{2k}{N} \le 1 \tag{3}$$

結局,図-2のプロフィールは、フーリエ1 次元変換を受けて (u+1) 個の三角関数波の合成 波としてシミュレートされ、これより亀裂面の 周波数特性を得るには、三角関数波ごとの振幅



図-2 コンクリート亀裂面の断面プロフィール と位相角を分離・抽出する必要があり、このこ とについては次項で触れる。

(2) 亀裂断面プロフィールの振幅と位相角の算出

フーリエ係数 c_k は複素数表示され、実部を a_k 、虚部を b_k とする式(4)を得る。

$$c_k = a_k + ib_k \tag{4}$$

上式の複素平面では、係数 c_k は強度値 F_k と 方向角 ϕ_k のベクトル量で再定義されており、こ れらの F_k と ϕ_k が、それぞれ亀裂面凹凸を記述 する三角関数波の「振幅」と「位相角」に対応 しており、式 (5) で定義される。

$$\begin{cases} F_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \\ \phi_k = \tan^{-1} \left(\frac{b_k}{a_k}\right) \end{cases}$$
(5)

本節では, 亀裂面の振幅と位相角を分離・抽 出する本手法を解説した。次節では, 実際のコ ンクリート亀裂面を本手法によってフーリエ解 析し, コンクリート亀裂面の周波数特性につい て若干の考察を加える。

コンクリート引張亀裂面と割裂亀裂面の 周波数特性の検証

著者等は、およそ 60mm 角のコンクリート亀 裂面の標準形状モデルを「実亀裂面から定量さ れた振幅」と「一様ランダム分布を仮定した位 相角」から構築した。この試行のモデルの再現性 を実用のレベルへと引き上げるためには、解析 対象領域を狭小な「一本の亀裂断面プロフィー ル」から「亀裂面の全領域(亀裂全面と呼ぶ)」 へと拡大した2つの領域でのフーリエ周波数特 性の解析を行って、振幅と位相角の分布を総覧 し、相互に比較・考察することが肝要であると 考えられる。

亀裂形成応力モードとして,ここでは引張と 割裂を選定するが,これは両モード間において 亀裂全面領域で振幅スペクトル分布が互いによ く類似していることが確認²⁾されており,その 位相角の周波数特性を知ることが,緊要な事項 と著者等は判断しているからである。

3.1 本亀裂形成実験の概要と解析条件の設定 このコンクリート亀裂実験については既に報
告済²⁾⁶⁾なので、ここでは、本論に必要な資料のみを示す。

表-1に亀裂試験体の諸元寸法を掲げ、表 2に使用コンクリートの調合を、表-3にはその材料性状を記載した。

また、本測定条件²⁾⁶⁾は表-4のとおりであ り、この測定分解能(0.125mm/dot)とサンプリ ング間隔(1.0mm)から定まる式(2)の解析ファ クターは、表-5に最大周波数指標に従った周 波数・波長として挙げられている。これらの諸 数値より、本測定・解析が高い精度を十分に保 持していることが分かる。

先述したように,解析座標系は図-1の測定 軸に対して設定されるが,表-6に引張亀裂面 と割裂亀裂面の基準面の一覧を示し,その解析 方向は,紙幅の制約から*x*軸と*y*軸の直交2方 向のみとしている。

3.2 1本の亀裂断面プロフィールの周波数特性

本解析では、図-1と図-2の亀裂断面プロ フィールの周波数特性を各々1本ごとに(x 軸方 向:T = 58mm, y 軸方向:T = 60mm)評価す る。亀裂面を構成するこの狭小領域での様相を 調べることは、局所の形状変化を知ることであ り、亀裂全面領域($58mm \times 60mm$)で構築され る標準形状モデルの要諦であると考えられる。

前出の式(5)より算定される振幅 F_k と位相角 ϕ_k から、まず振幅スペクトル分布を通覧し、つ ぎに位相角スペクトル分布を見てゆく。

(1) 振幅 *F_k* のスペクトル分布状況

図-3に、3つの引張亀裂面 (*Tn*-1, *Tn*-3と *Tn*-5) と3つの割裂亀裂面 (*Sp*-1, *Sp*-3と*Sp*-5)

表-1 コンクリート試験体の一覧											
応力モード 試験		験体調	已号	号 寸法諸元 (m) 力	加力形式		測定x 軸方向		
引引	Æ	Ti	n-1 ~T	n-5	120×1	20×400		直引張		-	
割裂 Sp-J		p-1 ∼Sj	~ <i>Sp-5</i> \$\overline 100		0×200)×200 JIS 上下		SA1113 下載荷板		材軸	
表-2 コンクリートの調合											
利	重類	į		呼び	「強度	スランプ			骨材最大寸		:大寸法
普通				80 N	V/mm ²	18 cm		ı	20 /		тт
骨材種類				セ	メント	水セメント比		細骨材率			
砕石					N	48.0%		20%			
表-3 コンクリートの材料性状											
名称				スランプ		圧縮強		度割		國強度	
S18-II				21.	7 cm	36.2 N/mm ²			2.64 N/mm ²		
表一4 コンクリート亀裂面の測定条件											
解析方向 (mm/e		解能 n/dot)	t) サンプリング 間隔 (mm)		断面 プロフィール 長さ(mm)		サンプリング 点数		測定 亀裂線数		
x 方[向	0.125			1.0	57	57		58		61
y 方[向				1.0	60	60		61		58
表-5 コンクリート亀裂面の解析パラメータ											
		ł	最大		低周波数	最高周	最高周波数		大波長	最小波長	
解析方	向	周波	数指根			f _u		λ_{I}		λ _u	
		и			(1/mm)	(1/mm)		(mm)		(mm)	
x 方向			29		0.017	0.51			58	2.00	
y 方向			30		0.016	ó 0.49		61		2.03	
(a) 引張亀裂面 (b) 割裂亀裂面											
試験 x	方向	响角	y方向	角	z方向	試験	<i>x</i> 方	向角	y方向角	有	z方向
体名	(rac	l)	(rad) i	高さ(mm)	体名	(ra	ad)	(rad)		<u>高さ(mm)</u>
Tn-1	0.48		-0.43	5	-1.58	<u>Sp-1</u>	0.	50	0.48		1.35
Tn-2	2 0.44		-0.43	3	0.38	<u>Sp-2</u>	0.	44	-0.49		3.71
Tn-3	3 -0.5		-0.49)	-1.09	<u>Sp-3</u>	0.	48	-0.5		-2.15
Tn-4	0.4	7	-0.48	3	0.97	Sp-4	0.	49 -0.5			-2.15
[n-5] 0.49		-0.5		0.07	Sp-5	0.	49	0.5		1.42	
Dy軸方向の亀裂断面プロフィールの振幅スペ											

クトル分布を掲げる。同図のすべてのスペクト ル分布とも、y軸から19本目のプロフィールの 解析結果であり、その白抜き振幅値は、形状評 価に影響を及ぼさない「直流成分」を参考とし て描画しているものである。

図-3より, 亀裂断面プロフィールごとの振幅スペクトル分布は, 周波数指標 k = 1にピーク値を有し,周波数の増大に従って大略そのスペクトル値を減じてゆく趨勢が見受けられる。しかしながら,既報²⁾の亀裂全面領域の結果と比較すると,当然のことながら,その変動の度合はより大きく算定されている。

この振幅スペクトルの分布状況において,引 張と割裂の応力モード間の相違は峻別出来ない ようである。また,その分布の激しさは解析対象 領域の大小に影響されており,この傾向は非掲 載の y 軸と x 軸方向のスペクトル分布でも呈示





されている。

(2) 位相角 ϕ_k のスペクトル分布状況

図-4に先の亀裂面の位相角スペクトルを描 画したが,一瞥してこの分布形状には定性的な 特徴を識別することが出来ず,周波数領域にお いて位相角はランダムであると判定しても誤謬 が生じないものと考えられるが,これらの傾向 は,他の非掲載のy軸とx軸方向の結果にも観 察されている。

すなわち,狭小な亀裂断面プロフィールの振 幅スペクトルは「周波数指標 k = 1 にピーク値 を有し,kの増大とともに振幅値をおおよそ逓 減する趨勢」を示すものの,その位相角のスペ クトルは「ランダムな分布」であった。

3.3 亀裂全面領域での周波数特性解析

本研究ステップに従って,亀裂断面プロフィール の周波数特性が逆変換された亀裂面の形状モデ ルを構成則へ導入したとしても,その再現形状の 変動の激しさに惹起され,適合性の高い応力-ひ ずみ関係が得られないことは容易に予期される。

そこで,ここでは前々報²⁾の結果から判断し て,解析対象領域を亀裂面の全領域へと拡大し, 亀裂面の周波数特性の全容を俯瞰して総合評価 することにする。

(1) 振幅 \overline{F}_k の平均スペクトル分布状況

図-5に引張亀裂面と割裂亀裂面の全領域



図-4 引張亀裂面と割裂亀裂面の断面プロフィー ルの位相角のスペクトル分布

(58mm×60mm)での振幅 F_k の平均スペクトル 分布図を再掲する。これらの振幅スペクトル分 布(全亀裂断面プロフィールの振幅値の相加平 均分布)は、すでに検証²⁾を終えており、引張 と割裂応力モード間の振幅スペクトル分布に乖 離はなく、「周波数指標 k = 1にピーク値を有す、 単調な逓減分布であること」が示されている。 このため、図-5には典型例を掲げており、そ の詳細は前々報²⁾を参照されたい。

(2) 位相角 φ_k の存在確率密度 Ω(φ_k) の分 布状況

前掲図-4に示した1本の亀裂断面プロフ ィールでの位相角分布の算定方法を亀裂全面領 域に拡充しても、位相角のスペクトル値は分布の 乱雑さから相殺され零分布へと近づいてしまう。

そこで著者等は,周波数領域での位相角を下 記のように密度表示することとする。

 [A] 位相角の出現度数をカウント後,この度 数分布を全度数で除して密度変換し,こ れを「亀裂全面領域における位相角 φ_k の 存在確率密度⁷Ω(φ_k)」と定義する。



これまで,この形状密度概念でコンクリート 亀裂面が解析されたことはなく,著者等がはじ めて試みるものである。

図-6に亀裂全面領域での位相角の存在確率 密度分布 $\Omega(\bar{\phi}_k)$ を示す。同図を一覧すると、ご く僅かに周期性を有する分布の推移が見られる が、その全容はランダムな状況と判断され、定 性的な傾向は掌握されず、このことは非掲載の y軸とx軸方向の密度分布にも認められている。

(3) 位相差分 $\Delta \bar{\phi_k}$ の存在確率密度 $\Omega(\Delta \bar{\phi_k})$ の分布状況

上述のシンプルな $\Omega(\bar{\phi}_k)$ の概念では、位相角 の定性的な動向は抽出不可能なようなので、著 者等はさらに式(6)による周波数指標間での位相 差分を取って、これを密度変換することとした。

$$\Delta \phi_k = \phi_{k+1} - \phi_k \tag{6}$$

ただし $k = 1, 2, \cdots, u - 1$

上記の位相差分の密度表示は下記のようである。

[B] 亀裂全面領域における位相差分 $\Delta \bar{\phi}_k$ の出 現度数を全度数で除し、これを「位相差分 の存在確率密度 $\Omega(\Delta \bar{\phi}_k)$ 」とする。

図-7にコンクリート亀裂面の位相差分の存 在確率密度 $\Omega(\Delta \phi_k)$ の分布を,表-7にその位



相差分の平均値と標準偏差値を記載する。

図-7の位相差分の密度分布は,差分零に関 しピーク値を有す対称分布を呈している。表-7の位相差分の平均値がほぼ零であることは, 位相差分の密度分布の対称性を裏付けているが, 同時にその標準偏差値の高さから亀裂面ごとに 分布外形がやや異なる場合があることを知る。

しかしながら,位相差分の密度分布の様相か ら,引張亀裂面と割裂亀裂面に応力モード間の 乖離は見られず,解析方向によって分布が大き く異なることはない。この傾向は,非掲載の *y* 軸と *x* 軸方向の位相差分でも確認されている。

先述したように,著者等が従前に構築した亀 裂面の標準形状モデル¹⁾では,亀裂面の振幅と して実亀裂全面領域から算定された振幅平均ス ペクトル分布を採用し,一方の位相角を「一様

表 - 7	亀裂面の位相差分	の平均値と	:標準偏差
()			

(a) 引張亀裂面				(b) 割裂亀裂面				
a 「	、験体	平均値	標準偏差	試験体		平均值	標準偏差	
Tn-1	<i>x</i> 方向	-0.011 π	0.34 π	Sp-1	<i>x</i> 方向	-0.027 π	0.56 π	
	y 方向	-0.012 π	0.34 π		y 方向	-0.037 π	0.68 π	
Tn-2	<i>x</i> 方向	-0.029 π	0.67 π	Sn 2	<i>x</i> 方向	0.007 π	0.74 π	
	y 方向	-0.003 π	0.54 π	59-2	y 方向	-0.009 π	0.27 π	
Tn-3	<i>x</i> 方向	-0.02 π	0.45 π	Sn 3	<i>x</i> 方向	-0.005 π	0.43 π	
	y 方向	-0.028 π	0.58 π	59-5	y 方向	-0.014 π	0.30 π	
Tn-4	<i>x</i> 方向	-0.002 π	0.68 π	Sn 1	<i>x</i> 方向	-0.017 π	0.49 π	
	y 方向	-0.007 π	0.44 π	50-4	y 方向	-0.024 π	0.53 π	
Tn-5	<i>x</i> 方向	-0.021π	0.44 π	Sp-5	<i>x</i> 方向	-0.024 π	0.46 π	
	y 方向	-0.030 π	0.40 π		y 方向	-0.009 π	0.36 π	



図-7 亀裂全面領域における位相差分の確率密度 $\Omega(\Delta \bar{\phi}_k)$ の分布

ランダム」と大胆に仮定していた。

本解析での検証結果によって,上記の形状モ デルの妥当性を総合評価すると,振幅スペクト ル分布は,1本の亀裂断面プロフィールの狭小 領域でさえ,その趨勢は亀裂全面領域の場合と の一致を見ており,全面領域で解析された振幅 スペクトル分布を活用することは,合理である と考えられる。同時に,位相角の一様ランダム 分布の仮定は,位相角のスペクトル分布と位相 角の密度分布との比較から妥当であると判断し ても良いようではあるが,今回強調すべきこと は,新たに亀裂面形状モデルに付与すべき付帯 条件,すなわち「位相差分の確率密度の対称分 布」を知り得たことである。

しかしながら,ここでの結果は引張亀裂面と 割裂亀裂面のフーリエ1次元解析結果から得ら れたものであり,さらに他の応力モード下で形 成された亀裂面についても検証し,総合的な考 察を加える必要がある。

4. まとめ

本論文では、コンクリート亀裂面の標準形状 モデルにおける設定周波数特性の整合性を検証 するため、引張と割裂の複数亀裂面を、従前よ り緻密にフーリエ1次元解析した。

解析領域を1本の亀裂断面プロフィールから 亀裂全面領域へと拡大し、この2種について振 幅分布、位相角分布、位相角と位相差分の確率 密度分布などを評価したが、得られた結果を要 約すると以下のようである。

- 引張亀裂面と割裂亀裂面の振幅と位相角の 周波数特性は、応力モード間に相違は認め られず、解析方向の違いによって、その結 果に乖離は生じない。
- 2) 亀裂面の振幅スペクトル分布は、1本の亀 裂断面プロフィールでその変動が大きくな るが、その趨勢は亀裂全面領域の場合と類 似しており、この全領域での振幅の周波数 特性を本形状モデルへ組込むことは、合理 であると考えられる。

3) 亀裂面の標準形状モデルにおける位相角の 一様ランダム分布の仮定は、概ね妥当であ ると判断されるが、位相差分の確率密度分 布の対称性を付帯条件として新たに付与す べきである。

著者らは今後,さらに異なる応力モード下で 形成されたコンクリート亀裂面を本手法を用い てフーリエ1次元解析し,その周波数特性から 実亀裂面を精度よく記述する「標準形状モデル」 を構築する予定である。

参考文献

- 佐藤良介,和田俊良,佐藤龍司,上田正生:フー リエ解析を用いたコンクリート亀裂面の形状 分析,日本建築学会大会学術講演会梗概集(北 陸),pp.161~162,2002年8月
- 2) 佐藤良介,和田俊良,佐藤龍司,上田正生:種々の応力モード下のコンクリート亀裂面形状 高速フーリエ1次元解析,コンクリート工 学,Vol.24,No.2,2,pp.133~138,2002.3
- 3)和田俊良,佐藤龍司,石川千温,上田正生:レー ザビーム光線による亀裂面形状測定手法の開 発とデータの2次元分析手法の提案-コンク リート亀裂面の形状特性に関する基礎的研究 (その1)-,日本建築学会構造系論文集,第490 号,pp.179~188,1996.12
- R.Sato,T.Wada,R.Sato and M.Ueda : Fast Fourier One-dimensional analysis of concrete crack surface,Fracture Mechanics of Concrete Structures,Proceedings FRAMCOS-4,de Borst et al(eds) c2001 Swetz & Zeitlinger,Lisse,ISBN 90 26518250,pp.423~430,June.,2001
- 5) 佐藤良介,和田俊良,佐藤龍司,上田正生:光切断 法によるコンクリート亀裂面3次元座標デー タの高速フーリエ1次元解析,構造工学論文 集,Vol.48B,pp.357~366,2002,3
- 6) 和田俊良, 佐藤龍司, 石川千温, 上田正生:種々の 応力モード下におけるコンクリート亀裂面の2 次元形状分析-コンクリート亀裂面の形状特性 に関する基礎的研究(その2)-, 日本建築学会 構造系論文集, 第 504 号, pp.81~86, 1998.2
- 大崎順彦:新・地震動のスペクトル解析入門,鹿 島出版会,1994.5