

論文 フリーメッシュ法を用いたコンクリートの混合モード破壊解析

松原 仁*1・富山 潤*2・伊良波 繁雄*3・矢川 元基*4

要旨：コンクリート構造物の大型化・複雑形状化に伴い、その破壊挙動の評価法として数値計算によるシミュレーションの必要性が高くなっている。筆者らは、比較的新しい数値計算手法であるフリーメッシュ法(FMM)を用いてコンクリートの引張破壊の解析を行い、良好な結果を得た。しかし、実際のコンクリート構造物は複合応力状態下であり、極めて複雑な破壊挙動を示す。そこで本研究では、FMMを用いてコンクリートの混合モード（モードⅠ＋モードⅡ）荷重下における破壊解析を行い、その適用性を検討した。

キーワード：混合モード，フリーメッシュ法，引張軟化曲線，回転ひび割れモデル

1. はじめに

近年、コンクリート構造物は大型化・複雑形状化する傾向にあり、その破壊挙動を評価するためには実験や数値計算によるシミュレーションが必要である。しかし、実験ではコスト的、労力的、そして技術的に困難な場合がある。一方で、数値計算によるシミュレーションは、実験に比較しコスト、労力は、はるかに低く、しかも何度でも繰り返し再現可能であり、数値シミュレーションの必要性が高くなっている。

新しい数値計算手法としてメッシュレス法の一つであるフリーメッシュ法(FMM)がある¹⁾。FMMは、有限要素法をベースとした解析手法であり、入力データとして要素・節点コネクティビティを必要とせず、節点データのみで、剛性マトリックスの作成から計算までをシームレスに行える手法である。筆者らは、FMMによる無筋コンクリートの引張、曲げ破壊の解析を行い、良好な結果を得た²⁾。しかし、実際のコンクリート構造物は複合応力状態下であり、その破壊挙動は極めて複雑である。そこで本研究では、FMMを用いて混合モード荷重下での破壊問題のシミュレーションを行い、その適用性を検討した。

解析対象として van Mier ら³⁾ の行った両側切欠き付きモルタル試験体（DEN 試験体：Double-Edge-Notched-specimen）の引張-せん断試験の解析を行った。

文献2)で用いたひび割れモデルは、解析対象が曲げ引張破壊問題のため固定ひび割れモデルで十分であったが、今回の解析は混合モードの破壊を対象とするため、回転ひび割れモデルを用いた。

2. フリーメッシュ法

FMMは、二次元問題では三角形定ひずみ要素、三次元問題では四面体一次要素を用いた有限要素法を要素ベースの解析手法から節点ベースに改良した手法で、提案した矢川らの研究グループによって盛んに研究が行われている⁴⁾。

以下にFMMの基本アルゴリズムを示す。

FMMの基本アルゴリズムは、領域内の各節点毎（中心節点または着目節点）に、その付近の他の節点（衛星節点）と中心節点から、一時的に仮要素（ローカル要素）を生成し、これらの要素剛性マトリックスから着目節点に寄与する成分を求め、全体剛性マトリックスを生成するものである。具体的には、図-1のように、

*1 琉球大学大学院理工学研究科環境建設工学専攻 学士（学生会員）

*2 琉球大学工学部環境建設工学科 博士（工学）（正会員）

*3 琉球大学工学部環境建設工学科 博士（工学）（正会員）

*4 東京大学大学院工学系研究科工学部システム量子工学専攻 工学博士

中心節点 l 付近にある衛星節点 (m, n, o, p, \dots) を集め (中心節点 l の節点密度関数で定義される半径 R の領域), 中心節点 l に対して時計または反時計まわりに並べ, 中心節点 l まわりで一時的な三角形要素 (lmn, lno, lop, \dots) を作る。各三角形要素 (例 lmn) について有限要素法と同様に要素剛性マトリックス $[K_e]_{lmn}$ を作成し, $[K_e]_{lmn}$ の中心節点 l に寄与する行成分のみを全体剛性マトリックス $[K]$ に足し込んでいく。このため, 剛性マトリックスを作成する過程では, 同じ三角形を3回参照することになり, 剛性マトリックス作成時間は, FEMに比べ単純に3倍の時間を要することになる。しかし, 節点単位で全ての処理が可能であるため, 要素単位で処理するFEMよりも並列分散処理に優れている。また, 得られた剛性マトリックスをもとに連立一次方程式を解く方法は, 従来用いられている直接法や反復法を用いることが出来る¹⁾。本解析では, CG法を用いた。

また, FMMは応力やひずみの評価を節点で行っているため, ひび割れの評価も節点で行う²⁾。

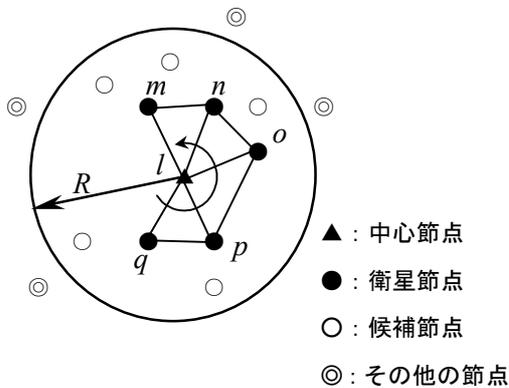


図-1 衛星節点とローカル要素

3. ひび割れ発生・進展の解析手法

3. 1 コンクリートのひび割れモデル

引張軟化特性を考慮したモデルとして, 図-2に示すように引張応力-ひび割れ幅関係を引張応力-ひずみ関係に置き換えたモデルを採用し, 除荷経路はHordijkの連続関数モデル⁵⁾を参考にし, 図-2のように仮定した。

破壊力学を考慮したコンクリートのひび割れ

モデルとしては, 仮想ひび割れモデルとひび割れ帯モデルが代表的である。本解析手法は, ひび割れ方向を任意に求めることのできる図-3に示すひび割れ帯モデルを用いた。このモデルは最大主応力がコンクリートの引張強度に達すると最大主応力に直交する方向にひび割れが生じるとしている。

ひび割れ発生後の応力-ひずみ関係は, 図-3に示す局所座標系 $n-t$ に対して固定ひび割れモデルの場合は式(1)を用いた。

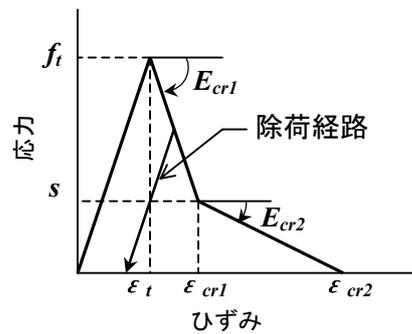


図-2 引張軟化曲線

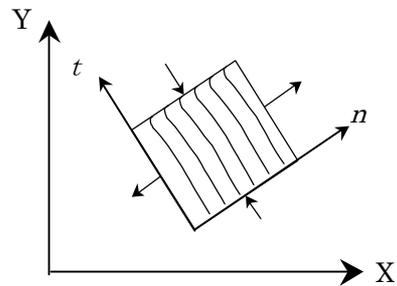


図-3 ひび割れ帯モデル (局所座標系)

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_n \\ d\sigma_t \\ d\tau_{nt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{cr} & 0 & 0 \\ 0 & E_c & 0 \\ 0 & 0 & \beta'G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\varepsilon_t \\ d\gamma_{nt} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$= [D_{cr}] \{d\varepsilon\}$$

ここで, E_c はヤング係数, E_{cr} はひび割れ発生後の引張軟化特性を示し, 各増分段階で節点の応力状態が引張軟化曲線の第一, 二勾配時の勾配であり, それぞれ次式を用いた。

$$\begin{aligned} \text{(第一勾配)} E_{cr} &= E_c \cdot E_{cr1} / (E_{cr1} + E_c) \\ \text{(第二勾配)} E_{cr} &= E_c \cdot E_{cr2} / (E_{cr2} + E_c) \end{aligned} \quad (2)$$

E_{cr1} , E_{cr2} は、それぞれ図-2 に示す引張軟化曲線の第一、第二勾配である。 G は、せん断剛性係数、 β' は、せん断剛性低減係数である⁵⁾。

また、同様に回転ひび割れモデルの場合の応力-ひずみ関係も図-3 に示す局所座標系 $n-t$ に対して式(3)(4)で与えられる。このモデルはひび割れ座標系において全応力形式で表した場合にはせん断項がないのが特徴である。また、増分形式で表した場合のせん断項は、材料特性ではなく主応力方向と主ひずみ方向を一致させるために必要な係数である。つまり、未だによく分かっていないせん断伝達特性を考えなくてもよいという利点がある⁵⁾。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{cr} & 0 \\ 0 & E_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_n \\ d\sigma_t \\ dtnt \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{cr} & 0 & 0 \\ 0 & E_c & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_n - \sigma_t}{\varepsilon_n - \varepsilon_t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\varepsilon_t \\ d\gamma_{nt} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

また、ひび割れ要素の剛性マトリックス $[K_{cr}]_e$ は、全体座標系から局所座標系への応力、ひずみ座標変換マトリックス $[T_\sigma]$, $[T_\varepsilon]$ ⁶⁾ を用いて X-Y 座標系に変換した式 (5) を用いた。

$$[K_{cr}]_e = \int_V [B]^T [T_\sigma]^{-1} [D_{cr}] [T_\varepsilon] [B] dV \quad (5)$$

ここで、 $[B]$ は、ひずみ-変位マトリックスである。

FMMの応力評価やひび割れ評価は節点単位で行っており、その評価法は文献2)に詳しく述べてあるのでここでは割愛する。

3. 2 等価長さ (l_{eq})

ひび割れ帯モデルで問題となるのがひび割れ要素の等価長さである。等価長さの評価法は、ひび割れが矩形要素と直交する方向に生じる場合を除き、未だ、明確に確定されていない。本手法のひび割れ評価は節点ごとに行っている。また、ひび割れ節点と判定された節点周りのローカル要素内には、一様なひび割れが生じているため、等価長さをひび割れ節点まわりのローカル要素全体で考慮し、図-4 に示すように中心節点と衛星節点との距離を主応力方向に投影した長さの2倍とした²⁾。

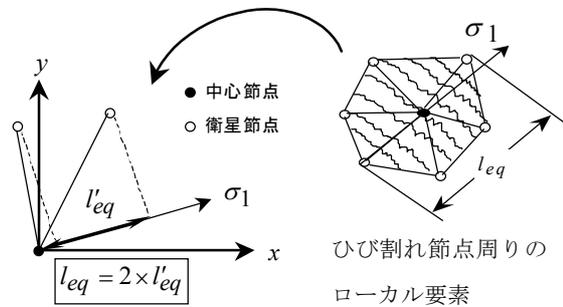


図-4 FMMの等価長さの考え方

4. 解析方法

無筋コンクリート構造物は、引張破壊に対して極めて脆性的な破壊挙動を示す。このため、静的釣合式を用いた増分解法だと最大荷重以降、スナップバックが生じると数値解析上不安定になりやすい。筆者らは、このようなスナップバックが生じるような不安定問題に対しても増分解法が可能な解析法として、動的釣合式を増分法の基本式として採用した²⁾。

増分型の運動方程式は、次式で表される。

$$[M]\{\Delta\ddot{u}\} + [C]\{\Delta\dot{u}\} + [K]\{\Delta u\} = \{\Delta P\} \quad (6)$$

ここで、 Δ は、増分記号、 P は荷重、 u , \dot{u} , \ddot{u} は、それぞれ変位、速度、加速度、 $[M]$, $[C]$, $[K]$ は、質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスである。

数値積分法としては、線形加速度法を一般化

したニューマークの β 法を用いている。時間増分 Δt 内の加速度変化パラメータを β として表した式で、速度増分 $\{\Delta\dot{u}\}$ 、加速度増分 $\{\Delta\ddot{u}\}$ は式(7)、(8)で表される。それらを式(6)に代入して得られた式(9)が本解析に用いた基本式ある。

$$\{\Delta\dot{u}\} = \frac{1}{2\beta\Delta t} \{\Delta u\} + \frac{1}{2\beta} \{\dot{u}\} + \Delta t \left(1 - \frac{1}{4\beta}\right) \{\ddot{u}\} \quad (7)$$

$$\{\Delta\ddot{u}\} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \{\Delta u\} + \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}\} + \frac{1}{2\beta} \{\ddot{u}\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2} [M] + \frac{1}{2\beta\Delta t} [C] + [K] \right] \{\Delta u\} \\ & = \{\Delta P\} + [M] \left\{ \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}\} + \frac{1}{2\beta} \{\ddot{u}\} \right\} \\ & + [C] \left\{ \frac{1}{2\beta} \{\dot{u}\} + \left(1 - \frac{1}{4\beta}\right) \Delta t \{\ddot{u}\} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

質量マトリックス $[M]$ は三角形領域の質量を各節点に等分に配分する、集中質量マトリックス⁷⁾を用いた。また、減衰マトリックス $[C]$ は、一般に比例減衰⁷⁾といわれる式(10)の構造減衰 $\alpha[K] = [C_s]$ を採用した($\alpha'[M] = [C_v]$ は、粘性減衰といわれている)。

$$[C] = \alpha[K] + \alpha'[M] = [C_s] + [C_v] \quad (10)$$

ここで、 α 、 α' は、振動実験等により決定される係数であるが、今回の解析では減衰を無視して解析を行った。また、式(9)中の加速度変化パラメータ β は公式の性格を調節するため、 $0 \leq \beta \leq 0.5$ の範囲を与える⁷⁾が、本解析では最も計算の安定した $\beta = 0.5$ を用いた。

増分計算は、時間増分 Δt 毎に計算する方法で、各増分の段階ごとに節点の最大引張主応力が、引張強度に達したかどうかを判定し、引張強度を越えた後は、引張軟化を考慮した $[D_{cr}]$ マトリックスを用いて増分解析を行い、同時に軟化後の除荷判定を行った。今回の解析では、 Δt の初期値として適当な値を与え(解析対象構造物

の一次の固有周期 T など)、増分ごとに各ひび割れ方向と直交する方向の応力増分やひずみ増分の最大値を勘案し、急激に破壊が生じないように時間増分を動的に変化させ安定した解析が行えるような制御機能のもとで解析を行った。

5. 数値解析例

筆者らはモードIの卓越する破壊問題に対し、本手法が適用可能であることを確認している²⁾。本項では、モードIとモードIIの混合モードの破壊に対して本手法が適用可能かどうか検討した。対象とした実験は、van Mierら³⁾の行った両側切欠き付きモルタル試験体の引張せん断実験のうち、荷経路Lp4a,Lp4b,Lp4cである(図-5参照)。荷経路Lp4a,Lp4c,Lp4cは、それぞれAH面にせん断荷重を5kN,10kN,最大せん断耐力($P_{s,max}$)まで荷重し、それ以降はせん断力を一定とし、AB面に引張荷重のみを荷重している。また、引張軟化曲線は引張強度の1/3の位置に折れ曲がりのある二直線モデルを用い、解析は変位制御で行った。解析に用いた節点分布(335節点)を図-5に示し、モルタルの材料特性を表-1に示す。なお、圧縮に対しては完全弾性体を仮定している。

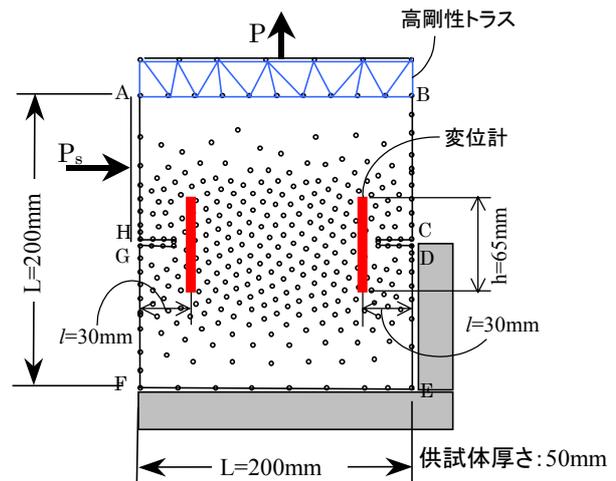


図 - 5 DEN 供試体 (335 節点)

表-1 材料特性

弾性係数 $E_c(N/mm^2)$	ポアソン比 ν	引張強度 $f_t(N/mm^2)$	破壊エネルギー $G_f(N/mm)$
30000.0	0.2	3.0	0.1

この実験での変形はAB//FEおよびAH//DEを保ちながら変形することが条件であり、特にAB//FEはひび割れ進展に大きな影響を与える。本解析ではAB上面に実験における載荷板をモデル化した高剛性トラス要素を導入し、AB面の変位がFE面と平行になるように解析を行った。

はじめに回転ひび割れモデル(RC)と固定ひび割れモデル($\beta' = 0.0, 0.05, 0.5$)の比較をLp4aの解析で行った。図-6にせん断剛性低減係数 β' の違いによる引張荷重—引張変位関係を示す。ここで、引張変位とは図-5に示す2つの両変位計の先端に節点を配置し、その節点間変位の平均値を表す。

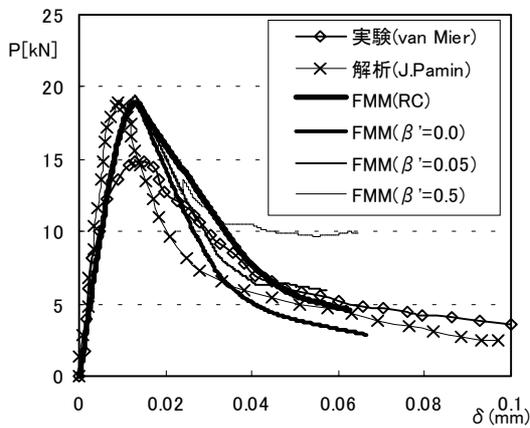


図-6 β' の違いによる引張荷重—引張変位関係 (Lp4a)

図-6は、比較のため、van Mierらの実験結果とJ.Paminら⁸⁾の行った解析結果(Rankineの降伏関数を用いた勾配塑性ひび割れモデル)も同時に示した。図-6よりせん断剛性低減係数 β' が解析に与える影響は、モードIの破壊が卓越する問題においても確認できた。特に $\beta' = 0.5$ はその影響が、最大荷重後顕著に表れている。 β' の影響は、せん断レベルが大きくなるに従い、顕著に表れると予想される。しかし、回転ひび割れモデルを用いた結果は実験に比較すると最大荷重は高めだが、J.Paminらの解析結果と良好な一致を示した。今後、せん断レベルの大きな問題の解析において固定ひび割れモデルを用いる場合は $\beta' = 0.0$ または非常に小さな値を用いるか、せん断項の影響を考慮しなくてもよい回転

ひび割れモデルを用いるほうが良いことが確認できた。この結果は有限要素法で過去に行われた結果と同様の傾向を示している⁵⁾。

次に回転ひび割れモデルを用いた Lp4b, Lp4cの解析結果を示す。

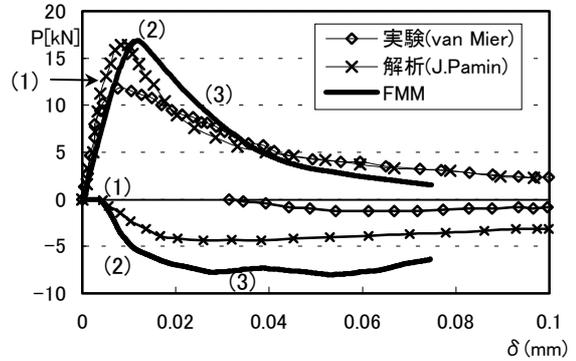


図-7 引張荷重—引張変位関係 (Lp4b, Lp4c)

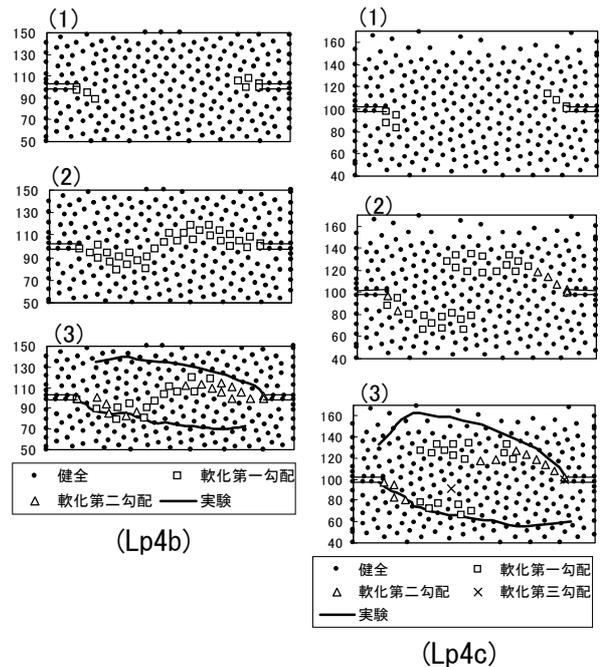


図-8 ひび割れ図

図-7は、Lp4b, Lp4cの引張荷重—引張変位関係を示した図である。本手法より得られたLp4bの結果は、実験に比較し最大荷重でかなり高めではあるが、J.Paminらの解析値とほぼ近い値を示した。Lp4cの実験結果はせん断載荷において試験体内のひび割れ面に骨材のかみ合いによるせん断摩擦が生じ、これが引張荷重によって開放されないで圧縮反力が生じている。本手法やJ.Paminらの解析結果も実験値同様に圧縮反力が生じてい

る(図-7下段)。しかし、本手法のようなひび割れ帯びモデルを用いた比較的単純な解析で骨材のかみ合い現象を再現できるとは考えられない。本手法の場合はAB面がFE面に平行な変形をするようにAB上面に高剛性のトラス要素を配置し、AB面の傾いた変形を抑えることで擬似的に骨材のかみ合い現象を再現し圧縮反力が生じたと考えられる。

図-8はLp4b,Lp4cの図-7に示した荷重レベルでのひび割れ状態である。比較のためにvan Mierらの実験による最終ひび割れも示した。

Lp4bのひび割れは切欠き先端から発生し、せん断の影響でふくらみを持って進展したが、実験結果と異なり中央でS字形に連結した。Lp4cについては、実験結果と同様に、引張荷重を載荷する前、即ちせん断力載荷中にひび割れが生じた。Lp4bのS字形に連結したひび割れの原因として節点分布や要素の精度の問題が考えられる。なお、本論文での節点分布は、矢川らによって提案された任意の節点密度に従って節点発生を行える手法⁹⁾を用い、両切り欠きを結ぶ直線上に最も節点が密となるように配置した。

6. まとめ

FMMはモデル作成が容易で並列計算に適していることから、今後コンクリートの破壊解析の分野で有用な解析ツールの一つと成り得ると期待される。このため本研究ではFMMをコンクリートの混合モード破壊解析に適用した。その結果をまとめると以下ようになる。

- (1) FMM解析による混合モードの破壊解析結果は改良すべき点もあるが解析可能であることが確認できた。
 - (2) せん断レベルの大きな破壊問題を解析対象とする場合は、FMM解析においても固定ひび割れモデルを使用する場合は、せん断剛性低減係数として非常に小さな値を使用するか、回転ひび割れモデルを用いた方がよいことが、今回の結果より確認できた。
- 今後、節点分布(密度)の依存性や同じ節点

分布の解析モデルの有限要素解析との比較も必要であり、今後の課題である。

謝辞：本研究は、H13年度科学研究助成金(課題番号：13355005)の助成を受けた。また、今回の解析を行うにあたり、清水建設(株)の長谷川俊昭様に有益なご意見、ご指摘を賜りましたことをここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 山田知典：フリーメッシュ法の並列化，東京大学修士論文，1997
- 2) 富山潤，伊良波繁雄，矢川元基，矢吹哲哉：フリーメッシュ法によるコンクリートの引張破壊挙動の解析，コンクリート工学論文集，Vol.11，No.1，pp.29-38，2000.3
- 3) van Mier, J. G. M., Schlangen, E., and Nooru-Mohamed, M. B.: Shear fracture in cementitious composites Part I: Experimental observations, Proceedings of the First International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FraMCoS-1), Elsevier Applied Science, pp. 659-670,1992
- 4) FMM研究会：フリーメッシュ法研究論文集(Ⅰ)，2000.9
- 5) JCI 破壊力学の応用研究委員会：破壊力学の応用研究委員会報告書，日本コンクリート工学協会，1993.10
- 6) 川井忠彦，川島矩郎，中沢優，藤谷義信：ギャラガー有限要素解析の基礎，丸善株式会社，1976.1
- 7) 戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンスライブラリ情報電算機=33，サイエンス社，1975.10
- 8) Pamin, J., and de Borst, R.: Gradient-enhanced smeared crack models for finite element analysis of plain and reinforced concrete, Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proceedings of FRAMCOS-2, AEDIFICATIO Publishers, Germany, pp.871-884, 1995
- 9) G.Yagawa, S.Yoshimura, N.Soneda and N.Nakao, Automatic two-and three-dimensional mesh generation based on fuzzy knowledge processing, Computational Mechanics, 9, pp.333-346, 1992