

論文 粘性ポテンシャル曲面の構築とコンクリートの時間依存挙動に関する基礎的研究

三浦 真司*1・大下 英吉*2

要旨：従来のクリープ評価手法は、主に一軸応力状態下における軸方向クリープ挙動のみを考慮しているため、複合応力状態下における部材レベル或いは構造物レベルの全体的なクリープ挙動を詳細には評価不可能なものである。本研究は、複合応力状態下におけるクリープ構成則の構築を目的とし、実験的手法に基づいて構築されたクリープ構成則の適用性評価を行った。その結果、本研究の範囲内において、本モデルの適用性が確認された。

キーワード：複合応力状態、時間依存挙動、相互作用、粘性ポテンシャル曲面

1. はじめに

一般に、コンクリート構造物は、施工から供用後に至るまで外力の作用或いは温度応力等によって多軸または複合応力性状を呈する。したがって、コンクリート構造物の部材レベル或いは構造物レベルにおける全体的な時間依存挙動を評価するに際して、多軸または複合応力状態下における時間依存挙動の定性的かつ定量的評価が不可欠となる。

多軸または複合応力状態下では、各応力成分による非時間依存型の変形成分が相互に影響を及ぼし合うように¹⁾、時間依存型の変形挙動であるクリープ挙動においても、各応力成分によるクリープ挙動が相互に影響を及ぼし合う。例えば、等方圧を受ける部材を例にとると、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状は、それぞれが互いに拘束し合うものとなって現れる。従来のクリープ評価手法は、主に一つの主応力が卓越する応力状態を対象としているため、一軸応力状態下における軸方向クリープ挙動のみを評価しており、これに直交する方向のクリープ挙動に関しては無視したものである。さらに、多軸または複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価する際にも、一軸応力状態下の軸方向クリープ予測式により評価している。この方法は、簡単ではあるが、各応力成分によ

るクリープ挙動同士の相互作用性状を評価できないため多軸または複合応力状態下におけるクリープ挙動を詳細には評価不可能である。すなわち、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価可能なモデルの構築が不可欠である。さらに、多くのクリープメカニズム説に共通する要因として内部の水の挙動²⁾が指摘されているが、その詳細は現時点においても十分に解明されているとは言い難く、クリープ変形時の水の挙動メカニズムを定量的に評価した研究は、わずかである³⁾。

そこで、本研究は、複合応力状態下におけるクリープ構成則の構築を目的とし、三軸応力状態下におけるクリープおよび間隙水圧測定実験によって複合応力状態下におけるクリープ挙動の定性的評価およびクリープ変形時における間隙水圧挙動の定量的評価を行うと共に、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価可能な粘性ポテンシャル曲面の構築を行った。そして、粘性ポテンシャル曲面に基づいて構築されたクリープ構成則の適用性評価を行った。なお、粘性ポテンシャル曲面の構築およびクリープ構成則の構築にあたっては、古典塑性論に基づいたアプローチを導入した。

2. クリープ測定実験

2.1 実験概要

*1 中央大学大学院 理工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

*2 中央大学助教授 理工学部 土木工学科 工博 (正会員)

表-1 測定項目, 実験パラメータ

測定項目	応力強度比 σ_a / f'_c (%)	側圧 σ_l (MPa)
縦ひずみ	30(弾性領域)	0
		0.5
		1.0
	60(塑性領域)	0
		0.5
		1.0
横ひずみ	30(弾性領域)	0
	60(塑性領域)	0
測定項目	応力強度比 σ_a / f'_c (%)	側圧 σ_l (MPa)
間隙水圧	30(弾性領域)	0.5
		1.0
	60(塑性領域)	0.5
		1.0

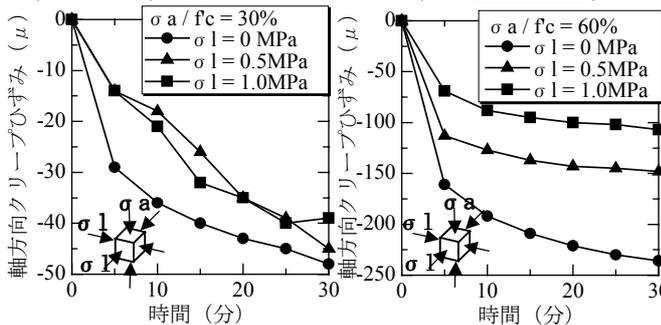


図-1 弾性領域における軸方向クリープ～時間関係

図-2 塑性領域における軸方向クリープ～時間関係

実験は、三軸圧縮試験装置によって実施された。ここで、供試体および試験方法は、清水らによって行われた実験³⁾と同一である。詳細については、参考文献³⁾を参照されたい。測定項目は、表-1に示すように、クリープひずみおよび間隙水圧である。実験パラメータは、同表に示すように、軸応力強度比(軸方向圧縮応力/圧縮強度)および側圧である。

2. 2 三軸応力状態下におけるクリープ挙動

(1) クリープ挙動の相互作用性状

側圧の違いによる軸方向クリープ～時間関係の比較を図-1, 2に示す。図中の記号●, ▲, ■はそれぞれ側圧が0MPa, 0.5MPa, 1.0MPaの実験値を示している。

まず、側圧0MPaと0.5, 1.0MPaでの軸方向クリープを比較すると、軸方向応力が弾性領域内および塑性領域内のいずれの場合においても軸方向クリープに差異が生じており、作用側圧が大きいほど軸方向クリープが抑制される傾向となる。このような二軸或いは三軸という多軸応力状態下での軸方向クリープ挙動に及ぼす側圧の影響(拘束効果)は、各軸方向応力成分

による軸方向クリープ挙動およびこれに直交する方向のクリープ挙動が相互に影響し合うことに起因するものであり、従来のクリープ評価手法である一軸応力状態下の軸方向クリープ予測式では評価できないものである。このことから判断すると、任意の応力成分を有する複合応力状態においてクリープ挙動を詳細に評価するためには、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用を評価する必要がある、その相互作用の性状を表現可能とするような応力成分の関数に基づくモデルの構築が必要となる。

次に、弾性領域内と塑性領域内での軸方向クリープ挙動に及ぼす側圧の影響度合い(拘束効果)を比較すると、弾性領域内においては、拘束効果は小さいことに対して、塑性領域内では、拘束効果は大きなものとなっており、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状は、弾性領域または塑性領域という応力レベルによっても異なることが確認される。このような応力レベルによる相互作用性状の差異には、クリープ試験開始時点でのマイクロクラックの発達状況という骨格の内部構造の違いが大きく関与していると考えられる。また、時間に伴う骨格の微視的構造変化によってクリープ進行メカニズムを取り扱っているクリープ説²⁾に基づけば、骨格の内部構造の変化はクリープ進行によっても生じることになり、このことも相互作用性状を変化させる一要因と考えられる。したがって、このような骨格内部構造の変化に起因する相互作用性状の変化を表現するためには、構築する応力成分の関数に基づくモデルに対して、弾性領域または塑性領域という応力状態に依存する骨格内部構造の変化およびクリープ進行に依存する骨格内部構造の変化を表現する内部状態変数を導入する必要があると思われる。

(2) 間隙水圧性状

間隙水圧～時間関係を図-3に示す。軸応力の増加過程においては、間隙水圧は、軸応力の増加に伴って上昇する。そして、軸応力一定後すなわちクリープ変形時では、時間と共に徐々

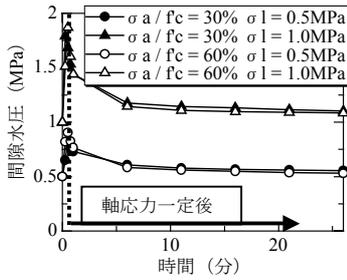


図-3 間隙水圧～時間関係

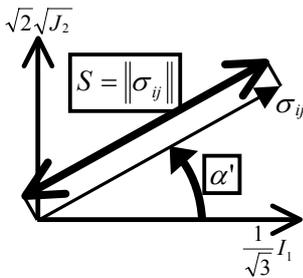


図-5 α' と S の定義

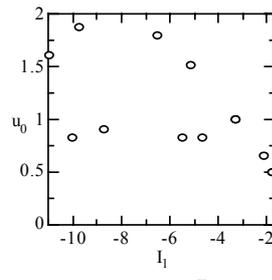


図-4 u0 ~ I1 関係

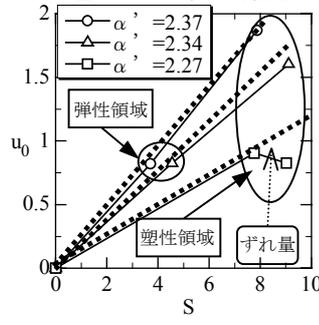


図-6 u0 ~ S 関係の傾向

に減少し、最終的に作用側圧に漸近していく傾向となる。

このクリープ変形時における時間に伴う間隙水圧の減少は間隙水圧の消散³⁾に起因し、最終的に漸近する作用側圧は、本実験の範囲内においては、最小圧縮主応力である。このような間隙水圧の消散過程においては、見掛けの上では外力は一定であるが、微細構造組織内部では、間隙水圧の減少量分の等方圧が応力伝達により骨格に移行していくことになる。

土質力学によれば、全体としての変形には、骨格に作用する有効応力が関係するとされている⁴⁾。そこで、本研究では、コンクリート材料に対しても Terzaghi の有効応力原理⁴⁾が適用可能として、クリープ挙動を有効応力によって評価することにした。

2.3 間隙水圧予測式の構築

クリープ挙動を有効応力で評価するにあたって、間隙水圧予測式が必要となる。そこで、間隙水圧測定試験結果に基づいて間隙水圧予測式を構築した。なお、応力の増加過程における間隙水圧および応力一定後における間隙水圧に分離することによって間隙水圧を評価した。

(1) 応力増加過程での予測式の構築

応力増加過程における間隙水圧 u_0 の予測式

を構築する。等方圧である u_0 は、一般的に応力 σ_{ij} の第一不変量 I_1 に依存するわけであるが、図-4に示す $u_0 \sim I_1$ 関係によれば、 u_0 と I_1 との間には、一義的な関係が見出せない。つまり、 u_0 は、 I_1 のみならずせん断応力すなわち偏差応力の第二不変量 J_2 にも依存すると推定される。そこで、図-5に示すような主応力空間の子午面内で定義される応力 σ_{ij} と静水圧軸のなす角 α' および応力の大きさ S によって u_0 を評価することにした。 α' の違いによる $u_0 \sim S$ 関係を図-6に示す。 $u_0 \sim S$ 関係は、それぞれの α' において初期接線を有し、 α' が大きいほど初期接線勾配が大きく、塑性領域において生じる初期接線からのずれ量が小さくなる。そこで、本研究では、 $u_0 \sim S$ 関係を式(1)のように仮定した。

$$u_0 = C \left\{ S / (1 + DS^2) \right\} \quad (1)$$

ここで、 C は初期接線勾配を決定するパラメータ、 D は初期接線からのずれ量を決定するパラメータであり、それぞれ α' の関数として評価される。実験結果を回帰することによって、 C および D は、式(2)のようになる。

$$\begin{aligned} C &= -0.5036 \cos^7 \left\{ \frac{\pi}{2} (-\cos \alpha' + 1) \right\} \\ D &= 0.001 \tan^{12} \alpha' \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 応力一定後における予測式の構築

応力一定後すなわちクリープ変形時における間隙水圧 $u(t)$ の予測式を構築する。本研究では、 $u(t) \sim$ 時間 t 関係を式(3)のように仮定した。

$$\begin{aligned} u(t) &= \Delta u_{\infty} (At + 1)^{-0.5} + \sigma_1 \\ \Delta u_{\infty} &= u_0 - \sigma_1 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 σ_1 は最小圧縮主応力、 Δu_{∞} は間隙水圧を消散させる駆動力を表す定数である。また、 A は、間隙水圧の消散のしやすさを表す定数であり、その程度は間隙水圧を消散させる駆動力 Δu_{∞} に依存するものと考えた。前項で導入した α' の違いによる $A \sim \Delta u_{\infty}$ 関係を図-7に示す。 $A \sim \Delta u_{\infty}$ 関係は、式(4)に示すように α' の関数として表すことができる。

$$A = B \Delta u_{\infty} \quad (4)$$

ここで、 B は $A \sim \Delta u_{\infty}$ 直線の勾配を決定するパラメータであり、実験結果を回帰することに

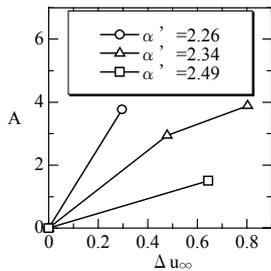


図-7 A ~ Δu∞ 関係の傾向

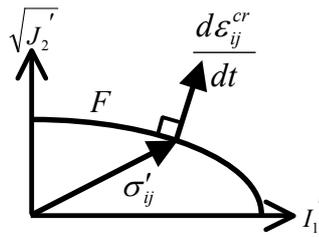


図-8 粘性ポテンシャル曲面の概念図

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{cr}}{dt} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (7)$$

ここで、 ε_{ij}^{cr} はクリープひずみ、 $d\lambda$ は正のスカラ量である。

式(7)に示す直交則によれば、粘性ポテンシャル曲面のパラメータ β は、応力ひずみ速度空間内においてクリープひずみ速度の方向を決定するものであるから、 β は、複合応力状態下における各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を支配するパラメータとして捉えられる。すなわち、骨格内部構造の変化に起因する各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状の変化は、 β を内部状態変数の関数とすることによって評価できるわけである。そして、これによりクリープ変形時における粘性ポテンシャル曲面の形状(曲率)は、骨格内部構造の状態に応じて決定されることとなる。

よって、式(5)に示す α' の関数として表すことができる。

$$B = 5.6897 \tan^4 \alpha' \quad (5)$$

3. 粘性ポテンシャル曲面の構築

および適用性評価

3.1 粘性ポテンシャル曲面の構築

複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価するにあたって、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価しなければならないことから、応力および内部状態変数をパラメータとしたスカラ関数を構築する。本研究では、クリープ挙動に対して、塑性論と同様にスカラポテンシャルの存在を仮定し、構築したスカラ関数をスカラポテンシャル(以下、粘性ポテンシャル曲面と称する。)とした。なお、有効応力表示によりクリープ挙動を評価するため、上述の応力は有効応力となる。

コンクリートを等方性材料と仮定し、粘性ポテンシャル曲面 F を式(6)のように仮定した。

$$F = \beta I_1'^2 + J_2' \quad (6)$$

ここで、 I_1' は、有効応力 σ'_{ij} の第一不変量、 J_2' は偏差応力の第二不変量、 β は主応力空間において粘性ポテンシャル曲面の曲率を決定するパラメータである。クリープ変形時における粘性ポテンシャル曲面と有効応力およびクリープひずみ速度の関係は、主応力主ひずみ速度空間の子午面内で模式的に描くと図-8のよう表される。ここで、有効応力は、粘性ポテンシャル曲面上にあり、クリープひずみ速度は、式(7)で表されるように粘性ポテンシャル曲面に直交すると仮定した。

3.2 粘性ポテンシャル曲面に基づく構成則

(1) 相当有効応力および

相当クリープひずみの導入

古典塑性論では¹⁾、塑性仕事増分によって互いに関連付けられた相当応力および相当塑性ひずみを導入し、これらを一義的に対応させている。そこで本研究では、クリープ変形に対して、式(8)のようにクリープ仕事率によって互いに関連付けられた相当有効応力 $\bar{\sigma}'$ および相当クリープひずみ $\bar{\varepsilon}^{cr}$ を導入し、これらが一義的に対応すると仮定した。なお、時間依存挙動を対象としているため、この対応関係には、時間項が含まれる。

$$\frac{dW^{cr}}{dt} = \sigma'_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}^{cr}}{dt} = \bar{\sigma}' \frac{d\bar{\varepsilon}^{cr}}{dt} \quad (8)$$

相当有効応力は、古典塑性論¹⁾と同様の算出方法に従うと、粘性ポテンシャル曲面により式(9)のようになる。

$$\bar{\sigma}' = \sqrt{\frac{\beta I_1'^2 + J_2'}{\beta + 1/3}} \quad (9)$$

一軸応力状態下においては、相当有効応力および相当クリープひずみは、間隙水圧が生じなければ軸方向応力および軸方向クリープひずみと

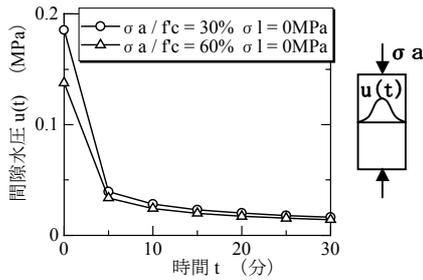


図-9 クリープ変形時における間隙水圧予測 (一軸圧縮応力状態下)

なる。図-9に示すように構築した間隙水圧予測式を一軸圧縮応力状態下に適用した結果によれば、間隙水圧が一軸圧縮応力状態下でも発生するため、相当有効応力は、厳密には一軸圧縮応力状態下における軸方向圧縮応力と等価ではない。しかしながら、図-9によれば、一軸圧縮応力状態下においてクリープ変形時に発生する間隙水圧の最大値は、弾性領域内となる軸応力強度比30%において、0.19MPa、塑性領域内となる軸応力強度比60%において、0.14MPaである。これらの間隙水圧の値は、実験パラメータとして捉えている応力強度比に換算して、1.3%および0.93%という非常に小さな値である。したがって、一軸圧縮応力状態下における間隙水圧はゼロと仮定すると、相当有効応力は、近似的に一軸圧縮応力状態下における軸方向圧縮応力に等価となり、また、相当クリープひずみは、近似的に一軸圧縮応力状態下における軸方向クリープひずみに等価となる。すなわち、本研究の範囲内においては、相当有効応力～相当クリープひずみ関係式は、一軸圧縮応力状態下のクリープ試験における軸方向圧縮応力および軸方向クリープひずみ、載荷時間から実験的に求められるわけである。

(2) 相当有効応力～相当クリープひずみ

関係式の構築

相当有効応力～相当クリープひずみ関係式を構築する。本研究では、相当有効応力～相当クリープひずみ関係式を式(10)のように仮定する。

$$\bar{\varepsilon}^{cr} = QR \quad (10)$$

ここで、 Q は相当有効応力項、 R は時間項であり、 Q および R は、一軸圧縮応力状態下にお

けるクリープ試験結果を回帰することにより式(11)のように表すことができる。

$$\begin{aligned} Q &= 1.75(\bar{\sigma}' + 3.91 \times 10^{-13} \bar{\sigma}'^{14.15}) \\ R &= \ln(1 + 16t) \end{aligned} \quad (11)$$

(3) 内部状態変数に関する仮定

弾性領域または塑性領域という応力状態に依存する骨格内部構造の変化およびクリープ進行に依存する骨格内部構造の変化を表現する内部状態変数を導入する。これらの内部状態変数は、3.1節に示した β と関連付けられる。

本研究では、クリープ進行に依存する骨格内部構造の変化を表現するにあたって、現段階では簡単のため、クリープ体積ひずみ ε_v^{cr} を内部状態変数として用いることにした。また、弾性領域または塑性領域という応力状態に依存する骨格内部構造の変化を表現するにあたって、現段階では簡単のため、内部状態変数を導入する代わりに、応力状態を塑性初期降伏曲面によって弾性領域と塑性領域に分け、それぞれの領域に異なる $\beta \sim \varepsilon_v^{cr}$ 関係式を導入することにした。なお、塑性初期降伏曲面には、圧縮子午線でMohr-Coulombの基準に一致させたDrucker-Prager基準を適用し¹⁾、内部摩擦角は 30° 、粘着力は圧縮強度の1/3とした。弾性領域と塑性領域における $\beta \sim \varepsilon_v^{cr}$ 関係式は、一軸圧縮応力状態下におけるクリープ試験結果を回帰することによって、式(12)ようになる。

$$\begin{aligned} \text{弾性領域;} & \beta = 0.1754 \exp(-0.0008 \varepsilon_v^{cr,2}) \\ \text{塑性領域;} & \beta = 0.0044 \varepsilon_v^{cr,2/3} + 0.0059 \end{aligned} \quad (12)$$

(4) 構成則の定式化

粘性ポテンシャル曲面に基づくクリープ構成則は、式(7)に示す直交則と式(8)に示す相当有効応力および相当クリープひずみ速度を用いることにより、式(13)で表すことができる。

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{cr}}{dt} = \frac{\bar{\sigma}'}{2F} \frac{d\bar{\varepsilon}^{cr}}{dt} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (13)$$

解析に際しては、式(13)に式(10)から得られる相当クリープひずみ速度および式(12)に示す β を与えることになるわけである。

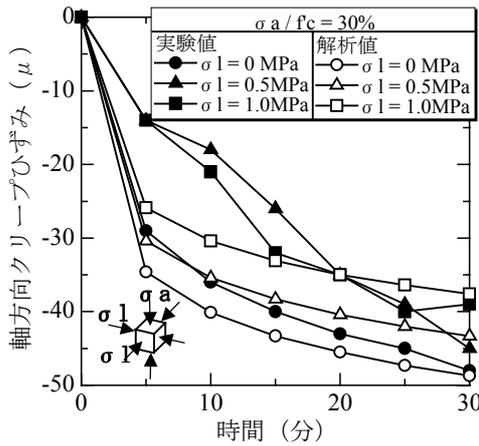


図-10 弾性領域における適用性評価

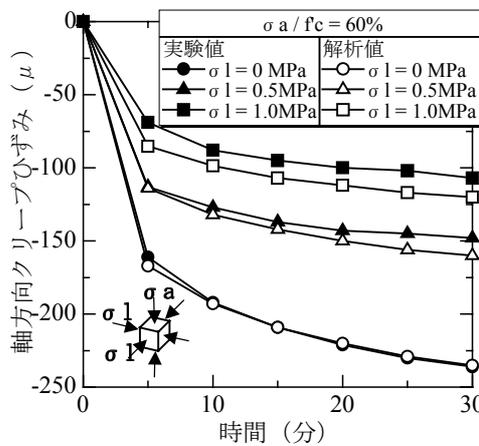


図-11 塑性領域における適用性評価

3.3 粘性ポテンシャル曲面の適用性評価

実験結果および本モデルによる解析結果の比較を図-10, 11に示す。図-10, 11は、側圧の違いによる軸方向クリープ～時間関係の比較を示している。図中の記号●, ▲, ■はそれぞれ側圧が0MPa, 0.5MPa, 1.0MPaの実験値を示しており、○, △, □はそれぞれ側圧が0MPa, 0.5MPa, 1.0MPaの解析値を示している。粘性ポテンシャル曲面に基づく本モデルは、軸方向応力が弾性領域内および塑性領域内のいずれの場合においても側圧の違いによる軸方向クリープ挙動を定性的に良く評価している。この結果から、多軸または複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価する上で、本モデルは、拘束効果すなわち各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価可能であり、本研究の範囲内において、構築した粘性ポテンシャル曲面の適用性が確認される。

4. まとめ

本研究は、複合応力状態下におけるクリープ構成則の構築を目的とし、三軸応力状態下におけるクリープおよび間隙水圧測定実験によって複合応力状態下におけるクリープ挙動の定性的評価およびクリープ変形時における間隙水圧挙動の定量的評価を行うと共に、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価可能な粘性ポテンシャル曲面の構築を行った。そして、粘性ポテンシャル曲面に基づいて構築されたクリープ構成則の適用性評価を行った。

以下に得られた結論をまとめる。

- (1) 複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価するためには、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価しなければならない。
- (2) 複合応力状態下におけるクリープ挙動を評価する上で、本モデルは、各応力成分によるクリープ挙動同士の相互作用性状を評価可能であり、本研究の範囲内において、構築した粘性ポテンシャル曲面の適用性が確認された。
- (3) 本モデルは、本研究の範囲内において、その適用性が確認されたわけであり、今後、広範囲の実験および解析的検討により本モデルの拡張が必要である。

参考文献

- 1) W.F.Chen: コンクリート構造物の塑性解析, 丸善, 1985
- 2) 岩崎訓明: コンクリートの特性, 共立出版, 1975
- 3) 斎藤俊一, 清水喜博, 大下英吉: 三軸応力状態下におけるコンクリートのクリープと間隙水圧挙動の相関性に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.22, No.2, pp.541-546, 2000
- 4) 石原研而: 土質力学, 丸善, 1988