

# 論文 引張軟化を考慮したひび割れ PRC 骨組構造の時間依存性解析

廣河和男<sup>\*1</sup>・丹生光則<sup>\*2</sup>・手塚正道<sup>\*3</sup>・佐藤良一<sup>\*4</sup>

**要旨**：ひび割れ発生を考慮した時間依存性長期変形骨組解析を行う際に、ひび割れ断面に対しては開口変位に依存する引張軟化を断面解析に取り込み、テンションスティフニングモデルのうち、付着に起因する部分だけを考慮して、全断面剛性と按分する方法の開発を試みた。高強度コンクリートを用いた単純はりモデルでの載荷試験の結果との照合を行って検討を加えた。

**キーワード**：テンションスティフニング、引張軟化、高強度コンクリート、PRC 構造

## 1. はじめに

使用状態に於けるひび割れ発生を許容する PRC 構造の合理性や経済性が見直され、近年、急速に多用されるようになっている。一方、材料としてのコンクリートも高強度化が進み、導入プレストレスの自由度の高さなどによる合理性を追求できる可能性が大きいことから今後、高強度コンクリートを用いた PRC 構造が普及すると考えられる。また、現在検討されている性能照査型設計法<sup>1)</sup>では、ひび割れ、クリープ、収縮による時間依存性変形量や断面力再配分等の評価は、従来にもまして求められると考えられる。特に高強度コンクリートを用いた場合には、付着剛性や付着強度が大きくなるため、テンションスティフニングの評価が基本的な課題の一つと考えられる。現在一般に用いられている部材剛性低下の評価法は、Brannson の解法を拡張した土木学会の方法<sup>2)</sup>や CEB/FIP MODEL CODE 1990<sup>3)</sup>（以下「MC 90」と呼ぶ）のモデルなどがある。これらの方では、ひび割れ断面における引張部コンクリートの役割は無視されている。しかし、破壊力学からのアプローチにより、ひび割れ開口変位が小さい場合には、コンクリートの引張軟化特性による

抵抗も無視しえない場合のあることが明かにされている<sup>4),5)</sup>。特に、高強度コンクリートを PRC 用いた場合には、比較的ひび割れ幅を小さく制御すると、引張部コンクリートの貢献は大きいことが示されている<sup>6)</sup>。これに基づいて、ひび割れ断面引張域のコンクリートの応力負担と鉄筋の付着によるものとの 2 つの要因に分けて評価するテンションスティフニングモデルが提案された<sup>6)</sup>。しかし、この方法では、引張軟化を無視してひび割れ断面剛性を求め、その影響を付着とともにテンションスティフニングモデルに経験的に組み込んだものであった。そのため、便利である反面一般性に劣る面があった。

本研究は、より一般性を高めるために、ひび割れ断面に対しては開口変位に依存する引張軟化を断面解析に取り込み、かつ上述のテンションスティフニングモデルのうち、付着に起因する部分だけを考慮して、全断面剛性と按分する方法の開発を試みた。これによる数値解析結果を単純はりモデルでの載荷試験の結果と照合し、その妥当性や問題点を検討した。

## 2. 解析法

ひび割れ発生を考慮した時間依存の解析法は、

\*1 日本電子計算(株) 科学技術事業部大阪建設技術営業部(広島大学大学院)(正会員)

\*2 日本電子計算(株) 科学技術事業部大阪建設技術営業部

\*3 オリエンタル建設(株) 大阪支店工事部、工博(正会員)

\*4 広島大学教授 工学部第四類(建設系)、工博(正会員)

Ghali 等の解析法を任意時点でのひび割れ発生や除荷が扱えるように拡張した方法を用いる<sup>7)</sup>。

## 2.1 テンションスティフニングモデル

土木学会では、変形量を算定する際に用いる長期解析も加味した有効曲げ剛性を提示している<sup>2)</sup>。これは、ひび割れの影響と長期解析を一括評価した結果が得られる簡便な解析法であるが、対象荷重が同一時点に作用する同一荷重に限られている短所がある。また、MC90では、テンションスティフニングを考慮した平均軸ひずみ( $\epsilon_{mean}$ )と平均曲率( $\phi_{mean}$ )を互いに独立した定式化を行っており、軸力と曲げモーメントが作用する部材に適用する際に結果に矛盾が生じる場合がある。

## 2.2 引張軟化の断面解析への取り込み

式(1)に示す手塚等の提案したテンションステイフニングモデルは<sup>6)</sup>、いくつかの供試体のデータを分析して、テンションステイフニング効果を付着成分と引張域コンクリートが負担する成分に分けて原理的にアプローチしたものである。本研究は、式(1)のひび割れ断面引張域のコンクリート応力負担による曲率( $\varphi_c$ )の代わりに引張域、軟化域に分布する応力を評価した断面解析を行い、付着に関する成分を式(1)を用いてテンションステイフニング効果を評価しようとするものである。

$$\begin{aligned}\bar{\psi} &= \psi_{2t1} - \psi_{ct} - \psi_{bt} \\ &= \psi_{2t1} - (\psi_{2rt2} - \psi_{1rt2}).\end{aligned}\quad (1)$$

$$\{\alpha_{(t)}[1 + C_C(1 - M_K)] + \gamma_{(t)}C_b(1 - 1/M_K)\}$$

$$M_K = (M - M_0) / (M_r - M_0) \leq 2.0$$

$\bar{\Psi}$ ：平均曲率

$\psi_{2t_1}$ :  $t_1$  日におけるひび割れ断面の  $M$  に対応する曲率

$\psi_{ct}$ :  $t_1$  日におけるひび割れ断面引張域のコンクリートのたわみを示す。

$\psi_{bt}$ :  $t_1$  日における付着による引張剛性による  
比率

$\psi_{1r,t2}$ ,  $\psi_{2r,t2}$ : ひび割れ発生時点  $t_2$  日における全断面およびひび割れ断面の  $M_r$  に対応する曲率

$M$ : 作用モーメント

$M_r$ : ひび割れ発生モーメント

$M_o$ : 引張鉄筋位置のコンクリート応力が0のときの曲げモーメント

$C_c$ : 開口変位などの影響を表す係数

$C_b$ : 付着特性などの影響を表す係数

$\alpha_t$ : ひび割れ断面引張域のコンクリート応力  
負担の経時変化を表す係数

$\gamma_t$ : 付着による引張剛性の経時変化を表す係数

### (1) 仮定

- ・ひび割れ位置断面においてもコンクリートおよび鉄筋ひずみの間で平面保持が成立する。
  - ・コンクリートの引張応力度が引張強度 ( $f_{ct}$ ) に達する位置からひび割れが発生すると考えてこの位置での開口変位を零とし、けた高さ方向に引張側最外縁鉄筋位置での開口変位量と結んだ直線分布とする。
  - ・引張側最外縁鉄筋位置での開口変位は、土木学会の規定を準用する。

## (2) 引張軟化を考慮したひび割れ断面での力の

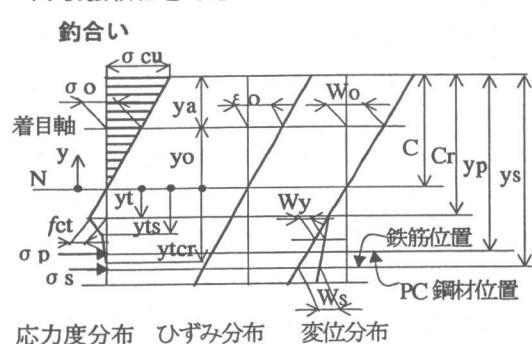


図-1 ひび割れ断面での  
応力度・ひずみ・変位分布

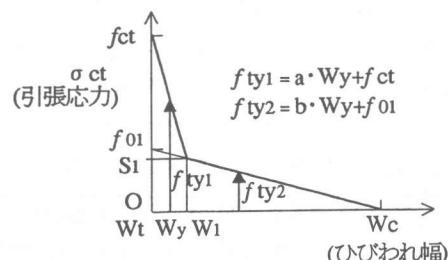


図-2 引張軟化特性モデル  
ひび割れ幅 - 引張応力の関係

ひび割れ断面における応力度分布、ひずみ、開口変位の分布を図-1に示す。

断面での力の釣り合いから引張軟化特性を図-2に示す2直線モデルに仮定すれば、引張軟化も含めた次式が得られる。

$$N = \frac{\sigma_{cu}}{C} \cdot (Q_{cnt} + np \cdot Q_{pn} + ns \cdot Q_{sn}) \\ + \frac{W_s \cdot (S_1 - f_{ct})}{W_1 \cdot (Cr - ys)} \cdot (Q_{cf1} - yt \cdot A_{cf1}) + f_{ct} \cdot A_{cf1} \\ + \frac{W_s \cdot S_1}{(W_1 - W_c) \cdot (Cr - ys)} \cdot (Q_{cf2} - yt \cdot A_{cf2}) \\ - \frac{W_c \cdot S_1}{W_1 - W_c} \cdot A_{cf2} \quad (2)$$

$$M = -\frac{\sigma_{cu}}{C} \cdot [(I_{cnt} - Q_{cnt} \cdot yo) \\ + n \cdot p \cdot (I_{pn} - Q_{pn} \cdot yo) + n \cdot s \cdot (I_{sn} - Q_{sn} \cdot yo)] \\ + \frac{W_s \cdot (S_1 - f_{ct})}{W_1 \cdot (Cr - ys)} \cdot I_{cf1} \\ - [\frac{W_s \cdot (S_1 - f_{ct}) \cdot (yo + yt)}{W_1 \cdot (Cr - ys)} - f_{ct}] \cdot Q_{cf1} \\ + [\frac{W_s \cdot (S_1 - f_{ct}) \cdot yt}{W_1 \cdot (Cr - ys)} - f_{ct}] \cdot yo \cdot A_{cf1} \\ + \frac{W_s \cdot S_1}{(W_1 - W_c) \cdot (Cr - ys)} \cdot I_{cf2} \\ - [\frac{W_s \cdot S_1 \cdot (yo + yt)}{(W_1 - W_c) \cdot (Cr - ys)} + \frac{W_c \cdot S_1}{W_1 - W_c}] \cdot Q_{cf2} \\ + [\frac{W_s \cdot S_1 \cdot yt}{(W_1 - W_c) \cdot (Cr - ys)} + \frac{W_c \cdot S_1}{W_1 - W_c}] \cdot yo \cdot A_{cf2} \quad (3)$$

C : 圧縮域深さ

Cr : 断面有効深さ

fct : コンクリートの引張強度

yo, ya, yts : 図-1 参照

N, M : 断面照査用断面力

$\sigma_{cu}$  : 部材上縁のコンクリート応力度

$\sigma_o$  : 断面着目軸位置でのコンクリート応力度

Qcnt, Icnt : ひび割れが発生しないコンクリート断面領域（深さ Cr まで；コンクリートの応力度が  $\sigma_c \leq f_{ct}$  の領域）の (N - N) 軸に関する断面一次モーメント、断面二次モーメント  
Qcf1, Icf1 : ひび割れが発生しているコンクリート

表-1 供試体諸元

実験の種別	名称	引張鉄筋 (PC異形鋼棒) -圧縮鉄筋	引張(圧縮) 鉄筋断面積 As(cm <sup>2</sup> )	PC鋼棒	PC鋼棒繋 張応力 (N/mm <sup>2</sup> )	載荷荷重 (kN)
長期	HL-22	Dm16-(7.1)-D16	3.175 (3.972)	0.8	900	33.354
短期	HM-11	Dm19-(無し)-Dm13	4.790 (1.850)	-	-	破壊まで
	HM-21	Dm16-(7.1)-D13	3.175 (1.849)	0.8	900	破壊まで

(鉄筋呼径の Dm は異形鉄筋に溝切り加工を施したもので断面積が規格値と異なる。)

ト断面領域（深さ Cr から Cr+yts まで；開口変位が W1 までの領域：ひび割れ域 I）の (N - N) 軸に関する断面一次モーメント、断面二次モーメント

Qcf2, Icf2 : ひび割れが発生しているコンクリート断面領域（深さ Cr+yts から Cr+ytrc まで；開口変位が W1 までの領域：ひび割れ域 II）の (N - N) 軸に関する断面一次モーメント、断面二次モーメント(図-1, 2 参照)

Acf1 : 断面ひび割れ域 I の断面積

Acf2 : 断面ひび割れ域 II の断面積

n p, n s : PC 鋼材および鉄筋のコンクリートに対する弾性係数比

Qpn, Qsn, Ipn, Isn : PC 鋼材および鉄筋の (N - N) 軸に関する断面一次モーメント、断面二次モーメント

Wc : 軟化応力度が零のときの開口変位(図-2 参照)

W1, S1 : 引張軟化特性を2直線モデルで表す際の中間の開口変位と軟化応力度(図-2 参照)

式 (2), (3) を用いて C を収束計算によって定める。

### 3. 実験概要

#### 3.1 供試体

供試体は、幅 20×高さ 25×長さ 240cm の等断面矩形はりでプレストレス量、鉄筋量をパラメータとして数タイプの供試体を製作した。供試体断面、供試体諸元を各々、表-1、図-3 に示す。なお、プレストレス導入はコンクリート材

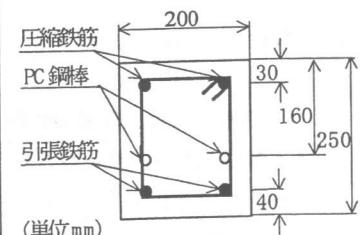


図-3 供試体断面図

表-2 コンクリートの配合

W/C (%)	s/a (%)	単位量 (kgf/m <sup>3</sup> )					
		W	C	SF	S	G	SP
25	45	150	540	60	766	640	12.2

ただし、B=C+SF、高性能 AE 減水剤 (SP) は混練水 (W) に含む。

表-3 コンクリートの材料特性

材齢 (日)	プレストレス導入時 (材齢9日)	持続荷重・ 短期載荷時 (材齢16日)	標準養生 (材齢28日)
圧縮強度 (N/mm <sup>2</sup> )	95.4 94.3	100.0 112.2	105.4 121.5
引張強度 (N/mm <sup>2</sup> )	— —	4.27 5.61	6.43 5.57
ヤング係数 (kN/mm <sup>2</sup> )	35.2 35.5	36.6 37.8	38.7 41.0

上段は長期供試体、下段は短期供試体の値を示す。

齢9日目に、荷重載荷は16日目に行った。また、同一断面で長さが50cm プレーンコンクリート供試体をクリープ係数および収縮測定用に作成した。

### 3.2 計測の概要と材料特性

試験区間は、2点載荷を行ってできる中央部の長さ0.8mの等曲げ区間とし、鉄筋の縦リブに深さ3mm、幅4mmの溝を切削加工してひずみゲージを2cm間隔で支間中央から左右50cmの区間に貼付し、(以後、溝切り鉄筋と称し、記号にはDmを用いる。) 鉄筋ひずみを計測した。引張側鉄筋の平均ひずみは、試験区間内のひずみ計測値の平均値として求めた。また、支間中央位置に変位計(精度1/1000mm)を設置したわみ量を計測し、たわみ量から平均曲率を求めた。なお、両供試体とも約10cm間隔でひび割れが発生した。また、供試体に用いたコンクリートの配合および材料強度を表-2、表-3に示す。

## 4. 解析値と計測結果の比較

### 4.1 数値解析の仮定と概要

解析は、クリープ・収縮ひずみが断面圧縮域及び引張域で進行し、圧縮・引張とも同一の性状であると見なして行う。また、引張軟化曲線について種々の評価法が提案されているが<sup>8)</sup>、ここ

では、圧縮強度の適用範囲が80N/mm<sup>2</sup>を逸脱しているが便宜的にMC90の規定による値GF=0.228 N/mm/mm<sup>2</sup>、Wc=0.207mm、W1=0.038mm、S1=0.84 N/mm<sup>2</sup>を用いる。なお、引張鉄筋位置でのひび割れ幅は、コンクリートと鉄筋の付着からアプローチした研究<sup>5),9)</sup>もあるが、本解析法に容易に取り込めるという面から敢えてひび割れ安定域を対象とした土木学会のひび割れ幅算定式<sup>2)</sup>を用いて求めることとした。この場合ひび割れ不安定域ではひび割れ幅を過大評価し<sup>9)</sup>、引張軟化の影響を過小評価することが考えられるが、この点については今後の課題とした。なお、土木学会式の $\epsilon'_{csd}$ の値は零とした。数値解析を実験モデルについて行い、短期解析でのひずみ・曲率、時間依存解析での変位などの解析値からテンションスティフニングモデルの妥当性を検討する。この際、クリープ係数は、MC90により曲線を定義し、クリープ供試体で計測した応力度とクリープひずみ計測値を用いて段階的な応力減少下でのクリープひずみを重ね合わせ法で算出し、各解析材齢ごとのクリープひずみ計測値と一致するようなクリープ係数を算定した値を用い、収縮ひずみの進行とヤング係数の経時変化は、計測値の近似曲線を求めて算定した値をそれぞれ用いる( $\phi_\infty=3.425$ ,  $\epsilon_{cs,\infty}=568 \times 10^{-6}$ 、ただし、解析対象材齢が9日からとしているので解析上では、この値より小さい係数を用いている。材齢係数 $\rho=0.8$ 、表-3参照、)。

### 4.2 結果と考察

#### (1) 短期ひび割れ解析の結果

図-4,5は支間中央断面での曲げモーメントと平均曲率の関係を示し、図-6,7は同断面での曲げモーメントと引張鉄筋の平均ひずみとの関係を示したもので、各々、曲げモーメントのみを載荷した場合(RC:HM11供試体)と曲げモーメントと軸力を載荷した場合(PRC:HM21供試体)について表している。この際与えた軸力は、プレストレス力(P=72.0kN)によるものである。図中の記号は、用いたテンションスティフニングモデルを表しており、各々、MC90はMC90に規定さ

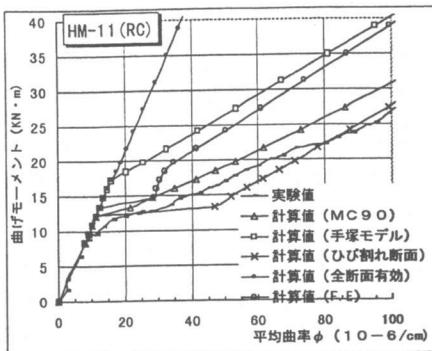


図-4 支間中央断面での  
曲げモーメントー平均曲率の関係(RC)

れた方法、手塚モデルは式(1)のモデル、FEは今回の軟化特性を断面解析に取り込んだ方法を用いた結果を示す。

平均曲率、平均ひずみとも、ひび割れ発生初期段階での引張軟化の寄与が大きく、ひび割れの進展に伴って付着成分の寄与が大きくなる傾向を示している。しかし、初期段階での引張軟化成分が予測していたより小さめの値であった。これは、解析に用いた引張鉄筋位置でのひび割れ幅の算出に土木学会式<sup>2)</sup>を用いたことが要因の一つと考えられる。つまり、同式はひび割れ定常状態を対象としており、ひび割れ初期状態に用いることに若干の無理があったともいえる。また、RCの解析値では、平均曲率が30E-6(1/cm)、平均ひずみが400E-6付近で急激に変化する曲線となっている。これは、手塚モデルが実験計測結果を基にして付着、引張軟化の成分で構築されたものであり、その引張軟化成分のみを取り出して解析的に扱って得られた結果が手塚モデルに比べて小さかったために、付着成分が卓越して現れたことにより両者のバランスが崩れたためである。また、同モデルに取り込んでいるディコンプレッション力(Mo)（式(1)参照）に軸力による応力度が含まれているため軸力作用のないRC供試体(HM11)での誤差が大きくなつたと推測される。なお、ひび割れは、RCがM=13.386 kN・m、PRCがM=22.085 kN・mで発生する結果が得られ、初期段階でのひび割れ幅、鉄筋応力は、RCがWs=0.108 mm、σs=113.7 N/mm<sup>2</sup>、

PRCがWs=0.096 mm、σs=101.0 N/mm<sup>2</sup>であった。短期載荷実験のひび割れ幅の計測値が平均ひび割れ幅で0.02～0.09 mmであるのに比べて大きな値である。このことからも解析は、軟化域の長さを短く、軟化特性を小さく評価しておこなつたものといえる。解析値から、本解析法によるテンションスティフニング評価は、MC90に比していずれの結果からも剛性が高めに評価さ

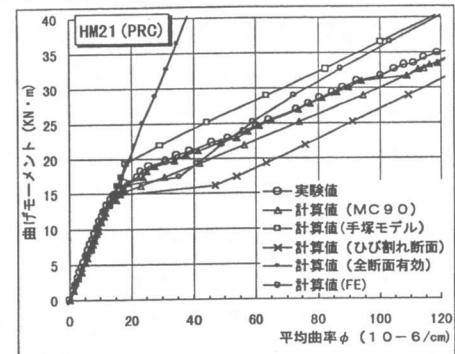


図-5 支間中央断面での  
曲げモーメントー平均曲率の関係(PRC)

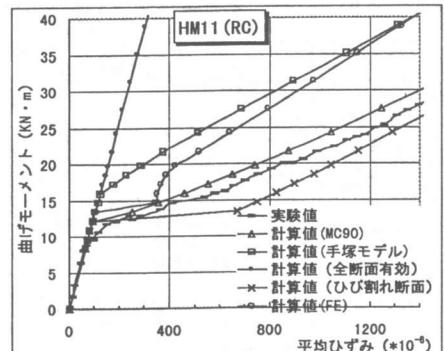


図-6 支間中央断面での  
曲げモーメントー平均ひずみの関係(RC)

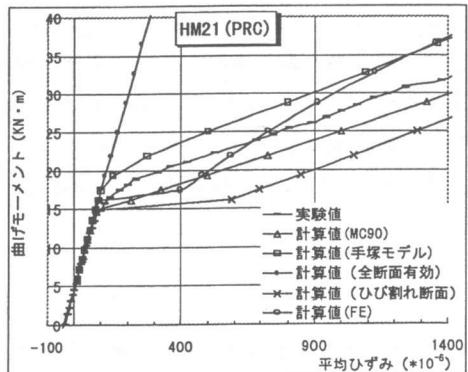


図-7 支間中央断面での  
曲げモーメントー平均ひずみの関係(PRC)

れている。ベースとなっている手塚モデルが剛性を高めに評価する傾向がみられ、この点を若干改善してはいるが計測値との比較から、まだ剛性評価は高すぎる傾向があるといえる。軟化成分は過小傾向であるので、付着成分を過大評価していると考えられる。

## (2)ひび割れ発生を考慮した時間依存解析

図-8 は一定の持続曲げモーメント (257 kN・m) を載荷した単純はりの支間中央での鉛直たわみ量の経時変化を示す (PRC : HL22 供試体)。解析では、持続荷重を載荷したコンクリート材齢 16 日にひび割れが発生し、手塚モデルと本解析法では部材剛性を大きめに評価する結果となった。この原因は、ひび割れ発生時点での各モデルによるたわみ量の差がほとんど支配的で、高強度コンクリートを用いたモデルでクリープの進行が若材齢で大きいこともあるが、その後のたわみの進行量のモデルによる差は、大きいものではない。本解析法は、短期載荷実験の結果でも

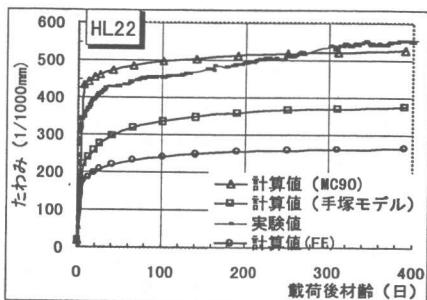


図-8 支間中央位置での  
鉛直たわみの経時変化 (PRC)

平均曲率、平均ひずみを過小評価する傾向であったが、その影響がここでも現れたと考えられ、要因は、同一のものと推測される。また、材齢の若い段階でのクリープたわみの進行が大きく、その後の進行量は少ないという高強度コンクリートのクリープ性状の特性を裏付ける解析値が得られた。

## 5. まとめ

本研究をまとめると以下のことがあげられる。

- (1) ひび割れた骨組み解析方法の一般性を高めるために、コンクリートの引張軟化特性を断面

解析に取り込み、付着によるテンションスティフニング効果と組み合わせる方法を示した。

- (2) プレストレスが導入されると式(1)のモデルは実測値と一致する傾向を示したが、RC との比較では軟化特性を過小に、付着特性を过大に評価する傾向を示した。

今後の課題として、自己収縮の影響、式(1)のモデルを軸力成分と曲げ成分に分離したテンションスティフニングモデルに改良、ひび割れ不安定域のひび割れ幅の評価がある。

## 参考文献

- 岡村甫,前川宏一,小沢一雅:平成 11 年度版土木学会標準示方書[施工編]~耐久性照査型への概要,コンクリート工学,Vol.38,No4,pp.10-15,2000.4
- コンクリート標準示方書(設計編) 平成 8 年制定 土木学会 1996 年
- CEB-FIP: MODEL CODE 1990
- コンクリートの破壊力学研究委員会:コンクリートの破壊力学に関するコロキウム,日本コンクリート工学協会,1990.3
- 氏家勲,佐藤良一,許明,安斎慎介:引張軟化を考慮した RC 部材のクリープ解析,コンクリート工学年次論文報告集,Vol.20,No3,pp.133-138,1998.6
- 手塚正道,佐藤良一,廣河和男,安斎慎介:引張軟化の影響と付着に基づくテンションスティフニングモデル,コンクリート工学年次論文報告集 Vol.21,No3,pp.199-204,1999.6
- 廣河和男,野村貞広,鳥取誠一,佐藤良一:ひび割れた部材を有する骨組構造系の長期変形解析法に関する提案,コンクリート工学年次論文報告集,Vol.20, No3, pp.913-918, 1998.7
- 破壊力学の応用研究委員会 報告書, 日本コンクリート工学協会,pp.90-110,1993.10,
- R. Sato, M. Tezuka and S. Anzai: Deformation and Crack Width of Prestressed Reinforced High Strength Concrete Members, Utilization of High Strength/High Performance Concrete, 5th International Symposium, Volume 1, pp.598-607, 1999.6