

論文 ひび割れの局所化領域を埋め込んだ要素を用いた RC 構造物の有限要素解析

恩田 雅也*1・松尾 真紀*2・二羽淳一郎*3

要旨:コンクリートが破壊に至る場合, ひび割れ部において大きなひずみが局所化し, それ以外の非破壊領域においては弾性的に除荷されるという, いわゆるひずみの局所化現象を示す。本研究では要素内にひずみの局所化領域を含む有限要素を用いて, 引張卓越型で破壊する鉄筋コンクリートはりの数値解析を行い, 解析方法の妥当性を検討した。またこの方法の一般的適用性を確認するために軸方向鉄筋比を変化させて解析を行った。

キーワード: ひび割れの局所化, 斜め引張破壊, せん断耐力, 有限要素解析

1. はじめに

コンクリートのように極めて不均質な準脆性材料は, ひび割れの発生・進展に伴う軟化過程において, ひずみの局所化現象 (*Localization phenomenon*) が現れ, その力学的挙動が構造物全体の挙動に対して支配的となることが知られている。

近年, 計算機の発達によりさまざまなアプローチによる数値解析が行われてきた。そのなかでもコンクリート構造物の有限要素解析はおもに2通りに分類される。ひとつは離散ひび割れモデル, もうひとつは分布ひび割れモデルである。離散ひび割れモデルはひび割れ箇所に2重節点を配置し, この節点間に長さのないばねを挿入し, ひび割れ開口変位と伝達応力であらわされる引張軟化特性を組み込んだものである。一方, 分布ひび割れモデルは, ひび割れを連続体内に様に分布した損傷として仮定し, 連続体における損傷を応力-ひずみ関係から考慮するものである。前者はひび割れを一つの不連続面として離散化するものであるが, ひび割れ経路を適切に選択する必要がある。また, 後者はひび割れ領域を有限要素と一致させて考えてい

るため, 要素内で消費されるエネルギーを考慮しないとその解は要素寸法の影響を受けることになる。

これに対して, 有限要素内に破壊が局所化する領域を埋め込み, 要素内に破壊が進行する局所化領域と弾性的に除荷される非破壊領域を含んだ形で定式化を行う手法も多く研究されるようになってきた¹⁾。

本研究では引張卓越型で破壊する鉄筋コンクリートはりに対して, ひび割れの局所化領域を埋め込んだ要素を用いたモデルを適用し, その解析結果の妥当性について検討を行った。

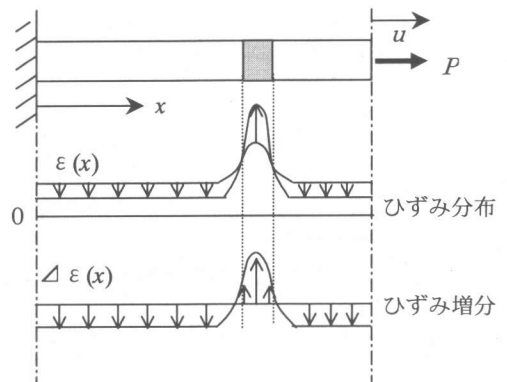


図-1 破壊の局所化現象

*1 日本道路公団 中部支社 (正会員)

*2 東京工業大学大学院助手 理工学研究科土木工学専攻 工修 (正会員)

*3 東京工業大学大学院教授 理工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

2. 解析方法

2.1 局所化領域を含む要素のモデル化

コンクリートのような準脆性材料は引張力を受けひび割れが発生すると、部材内のひずみはひび割れ部にのみ集中し、変形が進んでいるにもかかわらず、非破壊領域では弾性的に除荷されるという現象が生じる(図-1)。分布ひび割れモデルを用いて解析を行う場合、破壊の局所化幅を考慮して要素寸法を定めなくてはならない。そこで著者らは要素内にひび割れをモデル化した、ひずみの局所化領域を埋め込んだ形で次のような定式化を行った²⁾。

ひび割れが発生した要素の変形はひび割れ開口変位とひび割れ以外の弾性変形量との和であると考えることができる。そこで、最大主応力が引張強度を越えたとき、最大主応力方向と直交する方向にひび割れが発生するとして、図-2のように有限要素内にある幅 b を持たせて、局所化領域を埋め込み、以下のように局所化領域、非局所化領域のひずみと応力を定義した。ここで、 D_N 、 D_L は非局所化領域、局所化領域の剛性とし、 D_L が軟化を示すとき、 D_N は除荷されることになる。

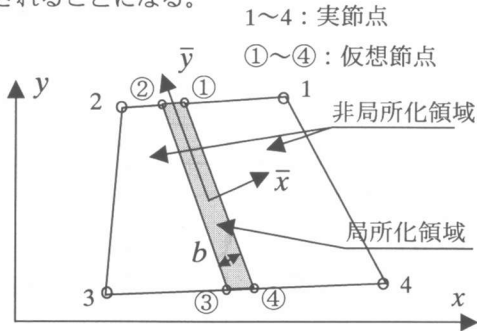


図-2 局所化領域を含む要素

$$\{\varepsilon_N\} = [B_N] \{u - u_L\} = [B_N \quad -B_N] \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\{\varepsilon_L\} = [B_L] \{u_L\} = \begin{bmatrix} 0 & B_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix}$$

$$\{\sigma_N\} = [D_N] [B_N \quad -B_N] \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix}$$

$$\{\sigma_L\} = [D_L] \begin{bmatrix} 0 & B_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、式(1)の $\{u - u_L\}$ は各節点について要素全体の変位と局所化領域の変位の差をとったものである。以上のことより仮想仕事の原理を用いると、式(4)のように局所化領域を含む要素の実節点と局所化領域の仮想節点における節点力と変位の関係式が成り立つ。

さらに、局所化領域の仮想節点の変位は各要素について静的縮約により消去することができ、式(6)のように局所化領域を含む要素の実節点のみの剛性方程式としてあらわされ、通常の剛性マトリクスの中に組み込むことができる。

また変位制御による解析を行い、非線形求解法としてステップごとに剛性マトリクスを書き換え、収束繰り返し計算を行った。

$$\begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} = \int_{V_N} \{\delta \varepsilon_N\}^T \{\sigma_N\} dV_N + \int_{V_L} \{\delta \varepsilon_L\}^T \{\sigma_L\} dV_L \\ = \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \int_{V_N} [B_N \quad -B_N]^T [D_N] [B_N \quad -B_N] dV_N \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$+ \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \int_{V_L} \begin{bmatrix} 0 & B_L \end{bmatrix}^T [D_L] \begin{bmatrix} 0 & B_L \end{bmatrix} dV_L \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta u_L \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_L \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$K_{11} = \int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N$$

$$K_{12} = - \int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N$$

$$K_{21} = - \int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N \quad (5)$$

$$K_{22} = \int_{V_N} [B_N]^T [D_N] [B_N] dV_N \\ + \int_{V_L} [B_L]^T [D_L] [B_L] dV_L$$

$$\{f\} = [K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21}] \{u\} \quad (6)$$

2.2 コンクリートの材料モデル

前節で概説した局所化領域の要素剛性はひび割れ方向に対し、異方性を考慮しなくてはならない。そこでひび割れ直交方向については連続的に剛性を徐々に低下させて解析を行った。また、ひび割れ発生後のひび割れ平行方向の剛性については弾性のままとした。せん断剛性についてはひび割れ発生後、弾性剛性の 1/1000 で一定とした(式(7)参照)。またポアソン比 ν はひ

び割れ発生後は零としている。

$$[D_L] = \begin{bmatrix} E_L & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & G' \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$G' = G/1000 \quad (G = E/2(1+\nu))$$

ひび割れ直交方向の軟化構成則は次の式で与えられる－3乗モデルを採用した。

$$\sigma_t = f_t \left(1 + 0.5 \frac{f_t}{G_F} w \right)^{-3} \quad (8)$$

ここで f_t : コンクリート引張強度, G_F : 破壊エネルギーである。本解析ではこのモデルで与えられるひび割れ幅 w を局所化領域幅 b で除し, 局所化領域における応力－ひずみ関係として与えた (図－3)。また, 式(7)におけるひび割れ直交方向の剛性としてはこの応力－ひずみ関係の割線剛性として与えた。また, ひび割れ発生後ひずみが減少する場合の除荷経路は原点指向型とした。

また, 圧縮力を受けるコンクリートについては図－4のような2次放物線を用い, 圧縮ひずみが $\varepsilon'_c = 0.2\%$ から $\varepsilon'_{cu} = 0.35\%$ までは一定応力として計算を行った。

2.3 鉄筋の材料モデル

鉄筋は軸力のみを伝えるトラス要素を用いた。降伏点以降は勾配を零とした完全弾塑性体とし, 鉄筋要素とコンクリート要素は各節点を共有する完全付着とした。

2.4 ひび割れの局所化

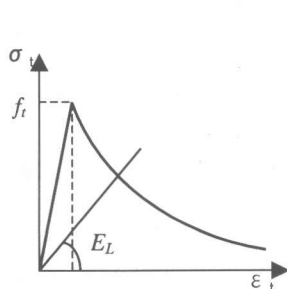
分布ひび割れモデルの特徴はあらかじめひび割れ経路を定めることなくコンクリート構造物を解析することができることである。しかし,

最大主応力が引張強度を越えた要素にひび割れが発生するとしているため, 複数の要素にひび割れが発生してしまい, ひび割れの局所化を考慮できない。内田らは分布ひび割れモデルを用いた無筋コンクリートの曲げ解析において, ひび割れの局所化を考慮しない場合, ひび割れを局所化させた場合に比べて最大荷重およびそのときの変位が大きくなることを示し, ひび割れを局所化させる方法を提案している³⁾。本研究では, ひび割れを局所化させるために, ひび割れ方向から次のステップでひび割れ発生が可能となる領域を限定し, ひび割れ方向を考慮することによりひび割れ局所化の操作を行った。図－5に示すように新たなひび割れに対して, ひび割れが発生した要素をそのひび割れ方向に投影した範囲にのみ次のステップ以降, ひび割れが発生可能であるとし, それ以外のひび割れの直交方向に位置し, ひび割れ発生要素に隣接したコンクリート要素ではひび割れ要素の軟化により除荷され, ひび割れは入らないものとして計算を行った。このことにより, あらかじめひび割れ経路を決めておかなくても, 現実的なひび割れの進展予測が可能となったと考える。

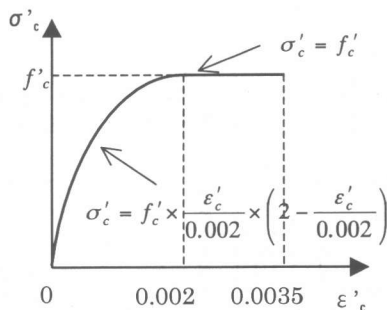
3. 実験および解析

3.1 実験概要

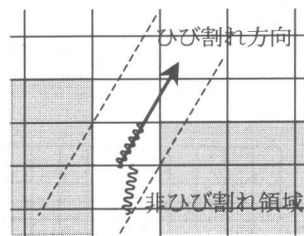
本研究では引張卓越型である斜め引張破壊をする RC はりを, 破壊局所化領域を埋め込んだ要素を用いた有限要素解析により, せん断耐力やひび割れ性状等について検討することを目的とする。そのため, せん断スパン比 $a/d=3.5$,



図－3 応力－ひずみ関係(引張)



図－4 応力－ひずみ関係(圧縮)



図－5 ひび割れの局所化

有効高さ $d = 300\text{mm}$ ，軸方向鉄筋比 $p_w = 1.77\%$ とし，せん断補強筋のない RC はりの実験を行った。供試体の寸法および配筋図を図-6に示す。またコンクリートおよび軸方向鉄筋の材料物性を表-1，2に示す。

供試体 No.1 は粗骨材として碎石を使用した鉄筋コンクリートはり，No.2 供試体は粗骨材に超軽量人工骨材を用いたものである。また軸方向鉄筋には $\phi 26$ の異形 PC 鋼棒を使用した。

表-1 コンクリートの材料物性

	f'_c (MPa)	f_t (MPa)	G_F (N/m)
No.1	27.0	3.19	115.3
No.2	22.5	1.91	67.9

表-2 軸方向鉄筋の材料物性

f_y (N/mm ²)	E_s (kN/mm ²)
930	210

表-3 実験，解析によるせん断耐力

	実験値(kN)	解析値(kN)	算出値(kN)
No.1	76.88	69.05	66.51
No.2	50.58	55.40	62.06

表-3に各供試体について実験，解析およびせん断耐力算定式から得られたせん断耐力を示す。ここで，せん断補強を行っていない RC はりのせん断耐力については現行の示方書式のものとなった式(8)により算出した。

$$V_c = 0.2 f'_c{}^{1/3} d^{-1/4} p_w^{1/3} [0.75 + 1.4 / (a/d)] b_w d \quad (9)$$

ここで f'_c はコンクリート圧縮強度(MPa)， p_w は軸方向鉄筋比(%) $=100A_s/b_w d$ ， d は有効高さ(m)を示す。

図-7に No.1 供試体のひび割れ図を示す。いずれの供試体も曲げひび割れが発生したあと，供試体 No.1 は荷重が 153.7kN，供試体 No.2 は 101.1kN に達したときにせん断スパンの中央付近から載荷点方向に斜めひび割れが発生・進展し，急激に耐力が低下する典型的な斜め引張破壊となった。

3.2 解析概要

(1) 実験との比較

解析ではコンクリート要素に4節点アイソパラメトリック要素，鉄筋要素は2節点のトラス

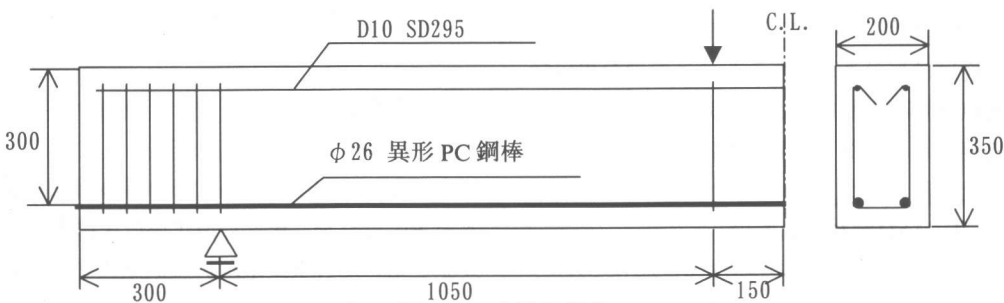


図-6 実験供試体

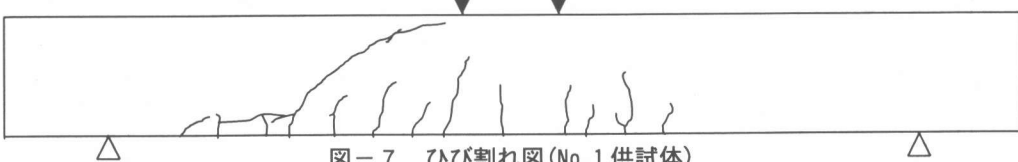


図-7 ひび割れ図 (No. 1 供試体)

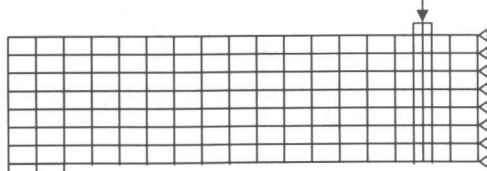


図-8 解析モデル



図-9 ひび割れ図 (No. 1 供試体)

要素を用いた。解析モデルは対称性から供試体の2分の1とし、図-8のように要素分割を行った。コンクリート要素についてはAnらの提案⁴⁾に基づき、鉄筋との付着を考慮した鉄筋コンクリート(RC)領域と引張軟化特性のみを考慮した無筋コンクリート(PL)領域に分けて異なった応力解放率を与え、PL領域ではひび割れの局所化を考慮して解析を行った。また、図-9に解析から得られたNo.1供試体の破壊時のひび割れ図を示す。各供試体について本モデルを用いて解析を行ったときの荷重と載荷点変位の関係を図-10に示す。解析における碎石と超軽量人工骨材を用いたコンクリートの違いは、圧縮強度、引張強度および破壊エネルギーに現れており、この違いをコンクリートの応力-ひずみ関係に反映させてモデル化を行った。

解析においても実験と同様に荷重がおおよそ

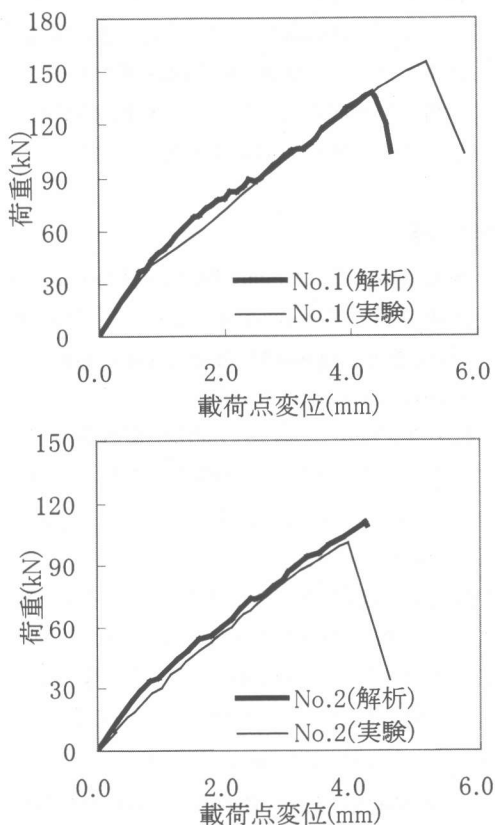


図-10 荷重-変位曲線

30kN を越えたときにスパン中央部に曲げひび割れが生じ、荷重が進むにつれて軸方向鉄筋に沿ったひび割れとせん断スパン中央付近から斜めひび割れが発生し、斜めひび割れが荷重点付近まで進展して耐力を失った。解析ではRCはりのせん断耐力に支配的となった斜めひび割れは実験ほど局所化しなかったが、ひび割れ位置や進展方向については実験結果をよくとらえている。また解析から得られるせん断耐力については表-3より実験結果と式(9)による算出値のほぼ中間の値となり、実験値と比較するとNo.1供試体では小さめ、No.2では大きめなせん断耐力となり、荷重点変位も同様の傾向を示した。

(2) 軸方向鉄筋比の影響

軸方向鉄筋量の少ない鉄筋コンクリートはりではせん断耐力が低下することが知られており、示方書によるせん断耐力算定式においても軸方向鉄筋比の影響を考慮し、斜め引張破壊では $p_w^{1/3}$ に比例する形で表されている。そこで本解析方法の適用性を検討するために、供試体の寸法、配筋および材料物性はNo.1供試体と同じとし、軸方向鉄筋比を1.0~2.0%まで変化させて解析を行った。図-11に解析により得られた荷重-載荷点変位関係、図-12に解析によるせん断強度と式(9)から算出されるせん断強度との比較を示す。図-11より、曲げひび割れ発生後おおよそ最大耐力の3分の1程度から軸方向鉄筋比に応じて差が見られた。図-12に示される通り、軸方向鉄筋比を変化させたときのせん断強度の傾向としては若干ではあるが式(9)を上回る結果となったが、ほぼ同程度となる傾向が得られた。

図-13、14に軸方向鉄筋比を1.33、2.0%のときの破壊時におけるひび割れ図を示す。これらより鉄筋比の小さい1.33%のほうが、斜めひび割れが局所化して、はり上縁まで進展していることがわかる。このことが荷重-載荷点変位関係に見られるような変形量の増加とせん断耐力の低下を引き起こしたと考えられる。また

軸方向鉄筋比が大きい場合、鉄筋が多くの引張力を分担するため、軸方向鉄筋に沿ったひび割れが顕著となっている。ただしいずれの場合においてもせん断スパン中央付近から荷点方向への斜めひび割れによって急激に耐力を失った。

4. まとめ

ひび割れの局所化領域を埋め込んだ要素を用いて鉄筋コンクリートはりモデル化し、有限

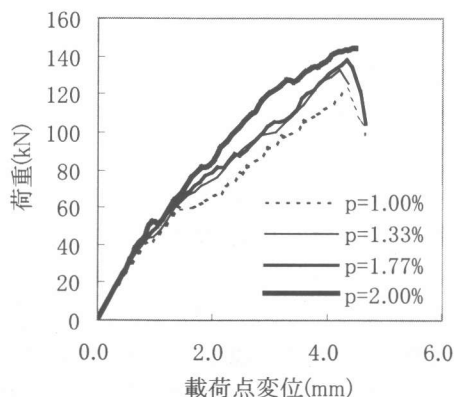


図-1-1 荷重-変位曲線

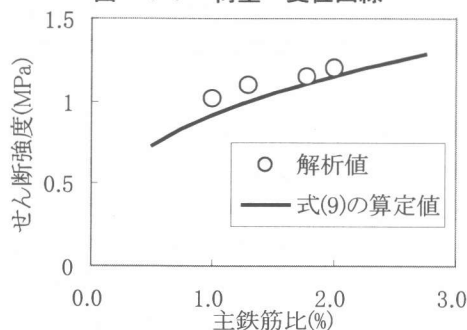


図-1-2 軸方向筋比の影響



図-1-3 軸方向鉄筋比 1.33%のひび割れ図



図-1-4 軸方向鉄筋比 2.0%のひび割れ図

要素解析を行った。以下に得られた結論をまとめる。

- (1) 粗骨材に碎石および超軽量人工骨材を用いたせん断補強筋のない RC はりの荷重実験の解析を行った。ひび割れの局所化を考慮することにより、実験と同様の荷重-変位曲線が得られた。また、破壊エネルギーを考慮することによって超軽量人工骨材を用いた RC はりに対しても適用することができた。
- (2) せん断補強筋のない RC はりに対して、本解析方法により曲げひび割れ発生後、軸方向鉄筋に沿ったひび割れおよびせん断スパン中央から荷点に伸びる斜めひび割れを予測することができた。
- (3) 本解析方法の一般的適用性を把握するために軸方向鉄筋比を 1.0% から 2.0% まで変化させて解析を行った。a/d=3.5 のせん断補強筋のない RC はりに対して式(9)による算出値とほぼ同様の傾向が得られた。また軸方向鉄筋比が大きい場合、軸方向鉄筋に沿ってひび割れが進展するという、鉄筋比の違いによるひび割れ性状の違いを表現できた。

参考文献

- 1) Belytschko, T.: A Finite Element Analysis with Embedded Localization Zones, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, No.61, pp.189-214, 1987
- 2) 松尾真紀ほか: ひずみの局所化領域を含むコンクリートの有限要素解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.151-156, 1999
- 3) 内田裕市ほか: 仮想ひびわれモデルを組み込んだ分布ひびわれモデルによるコンクリートのひびわれの有限要素解析, 土木学会論文集, No.466/V-19, pp.78-88, 1998.5
- 4) An, X.: Numerical Simulation of Size Effect in Shear Strength of RC Beams, J. Material Conc. Struct. Pavements, JSCE, No.564/V-35, pp.297-316, 1998.5