

論文 コンクリート合成部材の断面算定法の研究

池田 永司*¹・釜沢 勲*²・青木 繁*³

要旨: コンクリート合成部材を構成するプレキャスト材には自重等の荷重によって一定の応力が生じ、その応力は合成部材に永続的に存在する。合成部材の断面算定において、現行の方法はプレキャスト材と合成部材の応力を単に加算する方式をとっているが、本研究はプレキャスト材の残存圧縮応力が合成部材断面の釣合条件に複合的影響を与えることを解明して、コンクリート合成部材の新しい断面算定法を導き出す。これに基づいて例題についての算定計算を行い、その結果と特徴を考察する。また本算定法の手法がP C合成部材にも適用できることを明らかにする。

キーワード: 合成部材, 断面算定, 釣合条件, 残存応力, 鉄筋応力, PRC, PC

1. はじめに

合成梁合成桁などプレキャスト(PCa)材と場所打ちコンクリートを接合して一体の合成部材を形成する工法は省力化、コスト縮減等の目的のために広く利用されている。PCa材は鉄筋コンクリート(RC)、プレストレスト鉄筋コンクリート(PRC)、プレストレストコンクリート(PC)のいずれでもよい。その断面算定法はそれらの規準、指針等^{1) 2) 3)}で明らかにされているが、合成部材についてはPC規準³⁾が明確にしている。計算手順は施工順序と密接に関係していて、合成梁を例にとると、PCa材の両端を支持して、梁、スラブ等の荷重をそれに負担させる前工程と、場所打ちコンクリートスラブと結合させて合成梁となる後工程との2段階に分かれており、正確な断面算定を行うためにはこの手順が重要である。

筆者らはPCa材に発生する応力に着目して、コンクリートの残存圧縮応力が合成部材の釣合条件に与える影響を考察し新しい断面算定法を提案した⁴⁾。本論文はその断面算定法を詳しく論証し、算定例によってその特徴等を考察する。

2. 新しい釣合条件とその断面算定法

2.1 PCa材断面の応力算出と残存応力

PCa材をPRCとして合成部材の断面算定に必要な応力度の精算値を求める。断面算定に必要な仮定および記号はPRCの構造規定に倣い、PCa材断面を長方形とし、導入プレストレスト力を P_0 、自重等による曲げモーメントを M_d とすると、次式^{5) 6)}が成立する(図-1参照)。

$$\frac{M_d}{P_0} = \frac{\frac{1}{3}bx^3 + na_c i(x-d_{c1})^2 + n_p a_p(d_p-x)^2 + na_c(d-x)^2}{\frac{1}{2}bx^2 + na_c i(x-d_{c1}) - n_p a_p(d_p-x) - na_c(d-x) + (d_p-x)}$$

n, n_p : コンクリートに対する鉄筋、PC鋼材のヤング係数比

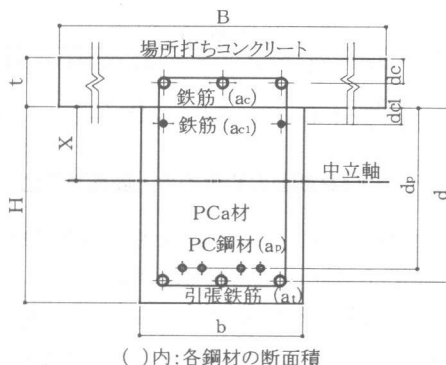


図-1 PCa材と合成部材の断面図

*1 昭和コンクリート工業(株)東京支店建築部顧問, (株)南伸 顧問(正会員)

*2 昭和コンクリート工業(株)東京支店建築部長

*3 法政大学名誉教授 工博(正会員)

これを整理すると

$$x^2 - 3e_p x^2 \frac{6n}{b} \left\{ \Sigma ad - e_p \Sigma a \right\} x + \frac{6n}{b} \left\{ e_p \Sigma ad - \Sigma ad^2 \right\} = 0$$

ただし $e_p = d_p - M_d/P_o$

$$\Sigma a = a_{c1} + n_p/n \cdot a_p + a_t$$

$$\Sigma ad = a_{c1} d_{c1} + n_p/n \cdot a_p d_p + a_t d$$

$$\Sigma ad^2 = a_{c1} d_{c1}^2 + n_p/n \cdot a_p d_p^2 + a_t d^2$$

上式の解 x_p は通常次の式で求められる⁷⁾。

$$x_p = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}} + e_p$$

ただし $p = 2n/b (\Sigma ad - e_p \Sigma a) - e_p^2$

$$q = 3n/b (2e_p \Sigma ad - e_p^2 \Sigma a - \Sigma ad^2) - e_p^3$$

P_o が小さくなり $q^2 + p^3 < 0$ となると, x_p の解法が複雑になる⁸⁾ ので, 反復計算によって上の3次方程式から x_p を求めて, σ_{t1} と σ_o を算出する (図-2)。

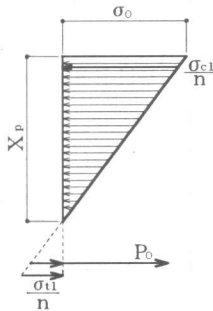


図-2 残存応力の分布図

$$\sigma_{t1} = \frac{nP_o(d-x)}{1/2bx^2 + na_{c1}(x-d_{c1}) - n_p a_p(d_p-x) - na_t(d-x)}$$

$$\sigma_o = \frac{\sigma_{t1} X}{n(d-x)} \quad (\text{ただし式中の } x \text{ は } x_p \text{ とする})$$

2.2 合成部材断面の釣合条件と断面算定法

合成部のずれは生じないものとして平面保持を仮定し, PCa と場所打ちのコンクリートのクリープおよび乾燥収縮差は無視する³⁾。初期および載荷時の釣合状態をみると, コンクリートの残存圧縮応力は復元性をもち引張材の役割をもつことがわかる。即ち載荷時の引張鉄筋, PC鋼材の応力増加分とコンクリートの残存圧縮応力の減少分の計が圧縮側の応力増加分の計と等しくなる (図-3)。

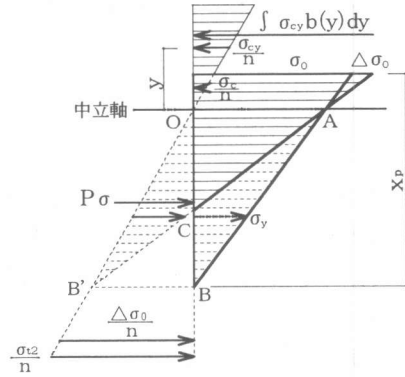


図-3 断面応力の分布図

その時の軸方向力の釣合条件式は次式となる。

$$\int \sigma_{cy} b(y) dy + a_c \sigma_c = a_p \Delta \sigma_p + a_t \sigma_{t2} + P_\sigma$$

$$\text{ただし } P_\sigma = \int_{\Delta ABC} \sigma_y b(y) dy$$

中立軸に関する曲げモーメントの釣合条件では, 従来のRC式による曲げモーメント M_t と, P_o による曲げモーメント M_σ の計が外力による曲げモーメント M_1 と等しくなる。

$$M_1 = M_t + M_\sigma$$

$$\text{ただし } M_\sigma = \int_{\Delta ABC} \sigma_y b(y) y dy$$

(1) $x \geq t$, $x_p \leq H$ の場合の検討

PCa材を長方形とし, 中立軸が場所打ちコンクリートの外にあり, 中立軸 x_p が H 以下の合について検討する (図-4)。中立軸の引張側にある残存圧縮応力度 (ΔOAB) の減少分

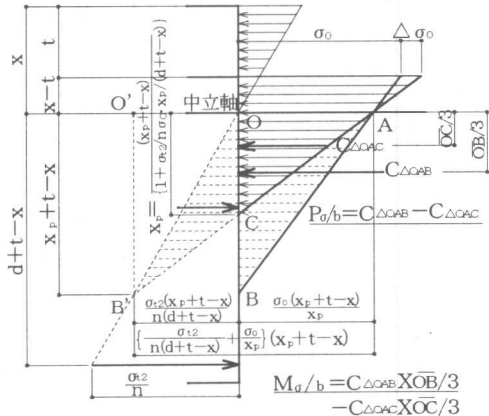


図-4 残存応力の変化と釣合式の求め方

$\triangle ABC$ は $\triangle OAB$ から $\triangle OAC$ を引いたもので、 $\triangle O'B'C$ と等しい。この関係から中立軸 x と鉄筋応力度 σ_{t2} が定まれば線分 OA と線分 OC が求められる。

$$\overline{OA} = \frac{\sigma_0}{x_p} (x_p + t - x)$$

$\triangle O'AB'$ と $\triangle OAC$ の相似関係から

$$\begin{aligned} \overline{OC} &= \frac{\sigma_0}{x_p} (x_p + t - x) / \left\{ \frac{\sigma_0}{x_p} + \frac{\sigma_{t2}}{n(d+t-x)} \right\} \\ &= (x_p + t - x) / \left\{ 1 + \frac{\sigma_{t2} x_p}{n\sigma_0 (d+t-x)} \right\} \end{aligned}$$

従って残存圧縮応力の減少分 P_σ は次式で表される。

$$\begin{aligned} P_\sigma &= 1/2 (\overline{OA} \times \overline{OB}) \times b - 1/2 (\overline{OA} \times \overline{OC}) \times b \\ &= \frac{b\sigma_0 (x_p + t - x)^2}{2x_p} \\ &\quad \times \left[1 - \frac{1}{\{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}} \right] \end{aligned}$$

軸方向力の釣合式に代入して次式となる

$$\begin{aligned} &\frac{\sigma_{t2}}{n(d+t-x)} \\ &\times \left[-\frac{b}{2}x^2 + (B-b)tx - \frac{B-b}{2}t^2 - n\Sigma a(d+t-x) \right] \\ &= \frac{b\sigma_{t2} (x_p + t - x)^2}{2n(d+t-x) \{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}} \end{aligned}$$

ここで

$$\Sigma a = a_c + a_{c1} + n_p/n \cdot a_p + a_t$$

$$\Sigma a(d+t) = a_c(d_c) + a_{c1}(d_{c1} + t)$$

$$+ n_p/n \cdot a_p(d_p + t) + a_t(d+t)$$

$$\Sigma a(d+t-x) = a_c(d_c - x) + a_{c1}(d_{c1} + t - x)$$

$$+ n_p/n \cdot a_p(d_p + t - x) + a_t(d+t-x)$$

これを整理すると次の釣合条件式を得る。

$$\begin{aligned} &\frac{b}{2}x^2 + (B-b)tx - \frac{B-b}{2}t^2 - n\Sigma a(d+t-x) \\ &= \frac{b(x_p + t - x)^2}{2\{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}} \end{aligned}$$

上式より σ_{t2} が求められる。

$$\sigma_{t2} = \frac{2n\sigma_0(d+t-x)\{b(x_p+t) + (B-b)t + n\Sigma a\}(x_0-x)}{x_p[bx^2 + 2\{(B-b)t + n\Sigma a\}x - (B-b)t^2 - 2n\Sigma a(d+t)]}$$

ただし

$$x_0 = \frac{\{b/2(x_p+t)^2 + (B-b)/2t^2 + n\Sigma a(d+t)\}}{\{b(x_p+t) + (B-b)t + n\Sigma a\}}$$

x_0 は $\sigma_{t2} = 0$ のときの中立軸 x の値で、梁せいを $[x_p+t]$ 、有効幅を B 、梁幅 b とし鉄筋とPC鋼材を有する断面の中立軸を示す。

曲げモーメント M_t はRC式により、また残存圧

縮応力の減少分による曲げモーメント M_σ は次式により求められる。

$$\begin{aligned} M_\sigma &= 1/2 (\overline{OA} \times \overline{OB}) \times b \times \overline{OB}/3 \\ &\quad - 1/2 (\overline{OA} \times \overline{OC}) \times b \times \overline{OC}/3 \\ &= \frac{b\sigma_0 (x_p + t - x)^3}{6x_p} \\ &\quad \times \left[1 - \frac{1}{\{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}^2} \right] \end{aligned}$$

曲げモーメントの釣合式

$$M = M_t + M_\sigma (= M_1)$$

前述の x と σ_{t2} を用いて M を算出して、与えられた設計曲げモーメント M_1 と一致するように反復計算を行い x 、 σ_{t2} を定める。

設計荷重時の鉄筋応力度 $\sigma_t = \sigma_{t1} + \sigma_{t2}$

PCaの圧縮縁の応力度 $\sigma_c = \sigma_0 + \Delta\sigma_0$

(2) $x \geq t$, $x_p > H$ の場合の検討

プレストレス量を多くしてPCa材の残存圧縮応力が圧縮縁で $\sigma_{0上}$ 、引張縁で $\sigma_{0下}$ となると、合成部材引張側の縁応力が圧縮時と引張時について個別に検討する(図-5)。

①引張縁が圧縮状態の時はコンクリート断面全体が有効でありPCの断面算定と同様に扱う。

$\sigma_{0下}$ が0となるまでの分担曲げモーメントは $M_{11} = \sigma_{0下} \times Z_{e下}$ となる(PC領域の計算)。

②引張縁が引張に転ずる時は $x_p = H$ 、

$\sigma_0 = \sigma_{0上} + \Delta\sigma_0$ として前項(1)に従って算定し、それぞれ M_{12} 、 σ_{t22} 、 σ_{02} とする。

③合成部材の応力度は①と②を合計する。

$$M_1 = M_{11} + M_{12}$$

$$\sigma_{t2} = \sigma_{t21} + \sigma_{t22}$$

$$\sigma_c = \sigma_{01} + \sigma_{02}$$

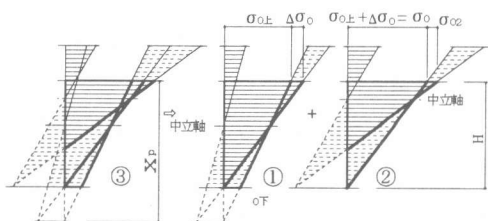


図-5 $x_p > H$ の場合

この算定法は過荷重によってひび割れを履歴したPCの断面算定にも適用できる。

(3) $x < t$, $x_p \leq H$ の場合の検討

中立軸が場所打コンクリート内にある場合の応力分布を図-6に示す。(1)に倣って $P\sigma$, $M\sigma$ を求める。

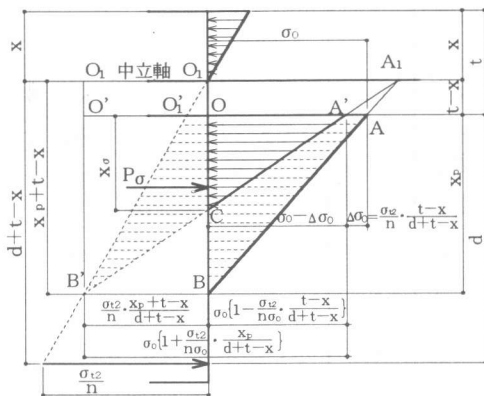


図-6 $x < t$, $x_p \leq H$ の時の応力状態

残存圧縮応力の減少分 $P\sigma$ は次式となる。

$$P\sigma = \frac{b\sigma_0 x_p}{2} \left[1 - \frac{\{1 - \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot (t-x)/(d+t-x)\}^2}{\{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}} \right]$$

軸方向力の釣合式は次式で表される。

$$\begin{aligned} & \left[\frac{B}{2} x^2 - n \Sigma a(d+t-x) \right] \\ &= \frac{b x_p}{\{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}} \\ & \times \left\{ \frac{x_p}{2} + (t-x) \frac{\sigma_{t2}(t-x)^2}{2n\sigma_0(d+t-x)} \right\} \end{aligned}$$

曲げモーメント $M\sigma$ は次式となる。

$$\begin{aligned} M\sigma &= \frac{b\sigma_0 x_p (t-x)}{2} \\ & \times \left[1 - \frac{\{1 - \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot (t-x)/(d+t-x)\}^2}{\{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}} \right] \\ & + \frac{b\sigma_0 x_p^2}{6} \\ & \times \left[1 - \frac{\{1 - \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot (t-x)/(d+t-x)\}^3}{\{1 + \sigma_{t2}/n\sigma_0 \cdot x_p/(d+t-x)\}^2} \right] \end{aligned}$$

曲げモーメントの釣合式は次式で表される。

$$M_1 = M_t + M\sigma$$

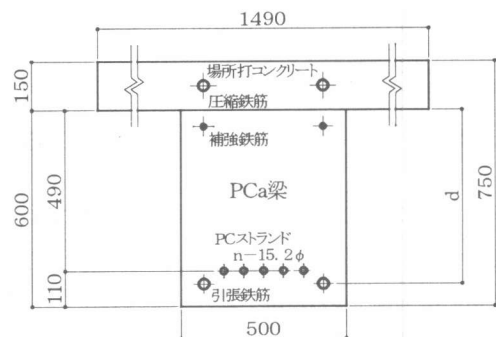
引張鉄筋応力が降伏点応力に達しても、コンクリートの弾性範囲内では、曲げモーメントは中立軸の上昇とともに、緩やかに増加する。

3. 算定例とその考察

設計曲げモーメント等の条件(表-1)で与えられた断面(図-7)をもつコンクリート合成梁について、鉄筋とPC鋼材の降伏点荷重の合計がほぼ同じになる組合せ7例とPC2例(表-2)を前章の算定式を用いて算定した。

表-1 例題の設定条件

曲げモーメント	Md	220.9	kNm
	Ml	123.0	kNm
コンクリートの設計強度	Pca	50	N/mm ²
	スラブ	21	N/mm ²
ヤング係数	Pca	33	kN/mm ²
	RC	21	kN/mm ²
	鉄筋	205	kN/mm ²
	PC鋼材	200	kN/mm ²
導入プレストレス力 P_0	$n \times 0.8 \times 0.8 \times 222$ kN		



単位 (mm)

図-7 合成梁断面

表-2 PC鋼材と引張鉄筋の組合せ

引張鋼材の組合せ		引張鋼材の降伏点荷重			プレストレス σ_0 (N/mm ²)	終局耐力 M_u (kNm)
PCストランド 径-本	鉄筋 本-径	PCストランド Py	鉄筋 Ty	合計 Py+Ty		
15-2φ	n-D	(KN)	(KN)	(KN)		
0	4-D38	0	1573	1573	0	1050
1	4-D35	222	1320	1542	0.47	1021
2	4-D32	444	1096	1540	0.95	1011
3	4-D29	666	887	1553	1.42	1010
4	3-D29	888	665	1553	1.89	1002
5	2-D29	1110	443	1553	2.37	993
6	2-D22	1332	267	1599	2.84	1014
8	2-D19	1776	198	1974	3.79	1241
10	2-D16	2220	137	2357	4.74	1475

表-3 算定結果表：残存応力と合成部材の諸応力

プレストレス量比 $n/10$	PCa材			合成部材				残存圧縮応力の影響による 曲げモーメント	
	中立軸 X_p (mm)	圧縮応力度 σ_o (N/mm ²)	引張鉄筋 応力度 σ_{t1} (N/mm ²)	中立軸 X (mm)	引張鉄筋 応力度 σ_{t2} (N/mm ²)	合計 $\sigma_{t1} + \sigma_{t2}$ (N/mm ²)	PCa上縁の 圧縮応力度 σ_o (N/mm ²)	M_o (kNm)	M_o/Ml (%)
0	190.3	9.60	105.8	160.1	39.0	144.8	9.73	5.56	4.5
0.1	206.3	9.21	90.5	160.0	41.8	132.3	9.33	11.08	9.0
0.2	232.1	8.42	68.7	160.5	44.4	113.1	8.56	15.40	12.5
0.3	278.4	7.47	43.0	163.9	45.4	88.4	7.66	23.36	19.0
0.4	387.5	6.10	14.3	179.4	38.5	52.8	6.46	40.98	33.3
0.5	537.7	5.16	-0.5	219.5	24.2	23.7	5.73	58.45	47.5
0.6	(675.1)	4.79	-6.5	253.7	14.5	8.0	5.39	81.45	66.2
0.8	(730.7)	6.42	-11.2	293.5	10.6	-0.6	7.04	—	—
1.0	(838.3)	7.36	-17.2	293.2	10.6	-6.6	7.99	—	—

結果を表-3に示す。

図-8にみられるようにPCa梁はプレストレス量の変化に伴い同じPRCの範囲でも急激に鉄筋応力度が変化しているが、合成梁での変化は全体が緩やかでRC, PRC及びPCとの連続性も極めて明瞭である。図-9は圧縮残存応力の分担する曲げモーメント M_o の変化を示しプレストレス量の増加にほぼ比例して増加する。

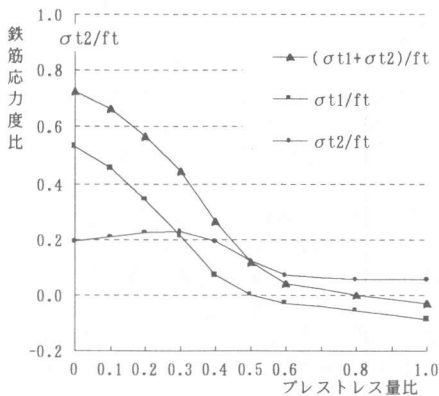


図-8 プレストレス量比と鉄筋応力

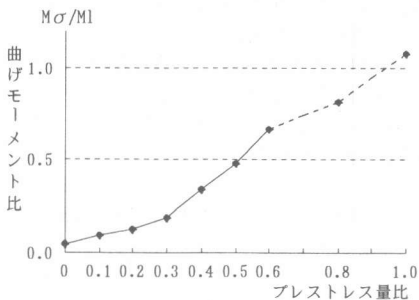


図-9 プレストレス量比と M_o/Ml

4. 算定例におけるその他の特徴

増減する曲げモーメントと断面応力度等の変化を考察する。中立軸と鉄筋応力度の関係(図-10)によれば、プレストレス量の増加に伴い中立軸の変動が大きくなる。

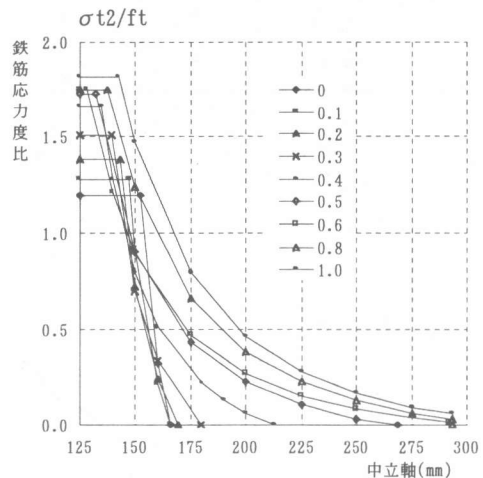


図-10 中立軸と鉄筋応力の変化

図-11で前章の例題を解くことができる。実線の曲げモーメントと設計用曲げモーメント M_1 との交点が求める中立軸 x である。例にプレストレス量を0.5とすれば、中立軸 x は219.5mmとなる。 x の値から鉄筋応力度が求められる。プレストレス量 1.0 ~ 0.6 の曲げモーメントは引張縁の圧縮残存応力が0になるまで中立軸を一定にして変化し、マイナスになると中立軸

の変化とともに大きく変動する。フルPCも過剰荷重時にはPRCと同様の变化を示す。しかしプレストレス量の少ない合成部材ほど、曲げモーメントの変化にともなう中立軸の変化は小さくなる。

鉄筋応力度と曲げモーメントの関係(図-12)ではプレストレス量が0.4位まではRCとの差はないが、0.5以上になると鉄筋応力度の上昇に比べて曲げモーメントの上昇がより大きくなる。

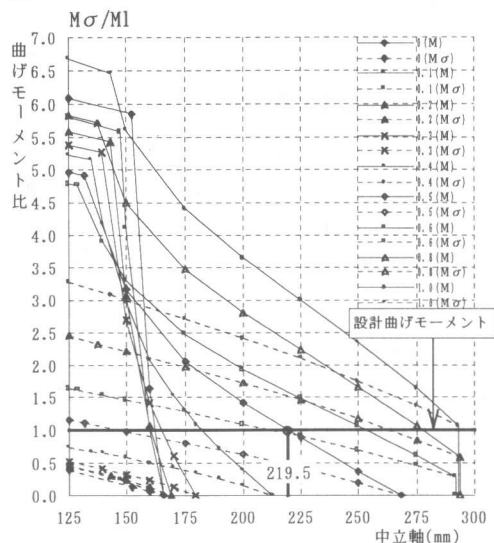


図-11 中立軸と曲げモーメントの変化図

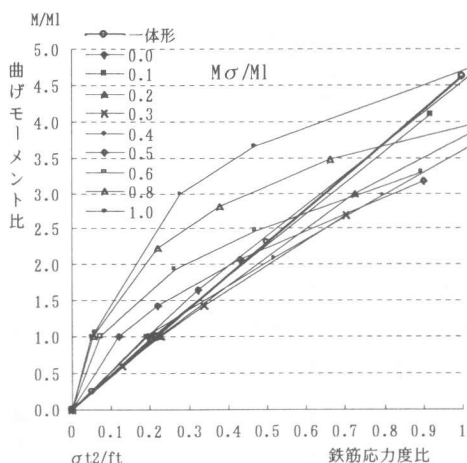


図-12 主筋応力と曲げモーメントの関係図

5. まとめ

- ①コンクリート合成部材に内在する残存圧縮応力の影響を受ける釣合条件を基にした断面算定式を導きだし、その解を求めることが出来る。
- ②例題の算定を通してこの断面算定法は精密な断面応力の算出に適用でき、高精度の鉄筋応力度の把握も可能である。
- ③算定例の結果、プレストレス量の増減に伴う鉄筋応力度の変化は連続的であり、PCとPRC、RCとの繋がりに整合性がある。
- ④その他の特徴 a. PCa材のプレストレス量は合成部材断面応力と曲げモーメントに大きな影響を与える。b. 曲げモーメントの増加に伴う中立軸の上昇が示され、ひび割れの伸展状態を把握できる。c. PC合成部材にも適用できる。
- ⑤プレストレスの有効利用の可能性について示唆が得られる。

なお本研究にご教示を寄せられた大阪大学名誉教授鈴木計夫博士に謝辞を申し上げる。

参考文献：

- 1) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説。1991,1999
- 2) 日本建築学会：プレストレス鉄筋コンクリート(Ⅲ種PC)構造設計・施工指針・同解説。
- 3) 日本建築学会：プレストレスコンクリート設計施工規準・同解説；8章各種部材1節合成梁、2節合成床版。pp.271~287.1998
- 4) 池田永司・釜沢 勲・青木 繁：プレキャストプレストレス鉄筋コンクリート合成梁断面算定法の研究；日本建築学会大会(中国)1999. 学術講演梗概集 構造Ⅳ pp.1095~6.
- 5) 猪俣俊司：Ⅲ種プレストレスコンクリート部材設計法；プレストレスコンクリート Vol 17, No3, 1975. pp.2~11
- 6) 日本建築学会：プレストレス鉄筋コンクリート(Ⅲ種PC)構造設計・施工指針・同解説 付録1 算定図表と設計 付1.1 断面設計の精算法と略算法。pp.104~.1992
- 7) 水原旭ほか：構造計算便覧 公式編；産業図書.1963
- 8) 森 毅：数学と人間の風景；NHK出版 pp.91~92.1995.