

論文 RC 梁のポストピーク挙動に関する 2 次元非線形有限要素法解析

成川 将人^{*1}・柏崎 隆志^{*2}・野口 博^{*3}

要旨: 本研究では、鉄筋コンクリート(RC)梁部材の最大耐力以降における変形性能および破壊現象を、構造物の不安定問題と結びつけることにより数学上の分岐問題と位置づけ、RC 構造物の多様な破壊現象に対する有限要素法の適用を試みた。曲げおよびせん断破壊型の RC 梁を対象とした解析結果から、部材の応力状態に応じて荷重-変位関係の履歴形状や bifurcation point における固有モードに違いが生じることを確認した。また、負の固有値に対応する固有モードを変位増分とした分岐解析を行うことにより、実際の構造物が崩壊する際に生じる現象であるひずみの局所化を再現できることを確認した。

キーワード: ポストピーク挙動, bifurcation point, 固有モード, RC 梁, 有限要素法

1. はじめに

建築物構造設計は、近年の地震災害を教訓にした性能評価型の設計へと移行しつつある。建築構造物の持つ性能を利用者に対し明確に表現するためには、修復可能な限界、日常の使用に対して支障のない限界などについて、あるレベルを示す必要が出てくる。そういった観点から、構造物の最大荷重時及びその点以降のポストピーク挙動を解明することは非常に重要である。

鉄筋コンクリート(RC)構造のポストピーク挙動に関しては、構造物および部材の変形性能の定量化に関する実験的研究が近年数多く行われてきた。しかしながら、その挙動は非常に複雑であり、多様な影響因子を含んでいるために実験変数が多くなり、各主要因の力学的挙動を精度良く評価し得る非線形理論の構築は中村^[1]、田邊等^{[2], [3], [4]}による研究以外は、ほとんどなされていないのが現状である。

そこで、本研究ではポストピーク挙動を解明することを目的とし、固有値解析を行うことにより最大耐力点および破壊点を解析的に評価することを試みた。

2. 不安定問題の解析

大変形問題では、要素剛性を組み立てて得られる全体剛性方程式は式(1)の形を有している。増分形の定式化では、

$$[K_{eff}]\{\dot{U}\} = \{\dot{F}\} + \{\dot{R}\} \quad (1)$$

となる。ここで、 $[K_{eff}]$ は構造物の接線剛性マトリックス、 $\{\dot{F}\}$ は荷重増分、 $\{\dot{R}\}$ は反復計算における残差ベクトルを表す。

変形あるいは負荷の全過程を何段階に分割し求解を進めていくと、

$$\det[K_{eff}] = 0 \quad (2)$$

で定義されるような状態に到達する。式(2)によって定まる状態を限界荷重点という。また限界荷重点は、接線剛性マトリックスの固有値(λ_i)を用いて表現すると、 $[K_{eff}]$ が正定値を失い、固有値の一つが零となった点として確定することができる。

$$\prod_{i=1}^n \lambda_i = 0 \quad (3)$$

限界荷重点は、limit point と bifurcation point

*1 (株)熊谷組 技術本部 (前千葉大学大学院生) 工修 (正会員)

*2 千葉大学助手 工学部デザイン工学科 (建築系) 工修 (正会員)

*3 千葉大学教授 工学部デザイン工学科 (建築系) 工博 (正会員)

の二つに分類できる。各増分区間における外荷重増分が単一のパラメータ α によって表されるものとする、 $\lambda_i = 0$ に対応して、

$$\alpha \{f_i\} = 0, \quad \{f_i\} = \{\phi_i\} \{F'\} \quad (4)$$

となる。ここで、 $\{\phi_i\}$ は零の固有値 (λ_i) に対応する固有ベクトル、 $\{F'\}$ は荷重ベクトルを表わす。式(4)を満たす条件の中で、 $\alpha = 0$ で定義されるのが limit point であり、この時点以降荷重が低下するという意味において構造物が不安定状態にあることを示す。一方、 $\alpha \neq 0$ の場合において定義されるのが bifurcation point であり、構造物が今までとは全く別の平衡状態に移行する可能性を持つという意味において構造物が不安定状態にあることを示す。

以上のことから、構造解析においては接線剛性マトリックスの負の固有値の存在を調べることにより、構造物の安定・不安定の判別を行うことが出来ると考えられる。¹⁾

3. 解析方法

本解析は、当研究室で開発された 2 次元非線形 FEM 解析プログラム^{[5], [6]}を使用した。

3. 1 材料の構成則

コンクリートは、要素内剛性の評価を内部積分点で評価する 4 節点平面応力要素を用いた。二軸応力下の構成則は Darwin らの等価一軸ひずみに基づく直交異方性モデルを用い、破壊条件は Kupfer らの研究に基づく。圧縮応力-ひずみ関係の上昇域には Seanz モデルを用い、引張軟化域には白井式を用いた。また、ひび割れたコンクリートの圧縮低減係数には濱田・野口式を用いた。コンクリートの主軸方向の材料特性を図-1 に示す。主軸方向の接線剛性は、図-1 に示す材料特性の接線勾配により決定している。

鉄筋は bi-linear 型の材料特性を仮定し、降伏後の剛性は初期剛性の 1/100 とした。

3. 2 解析手順¹⁾

本解析では、最大荷重点以降の挙動を調べる

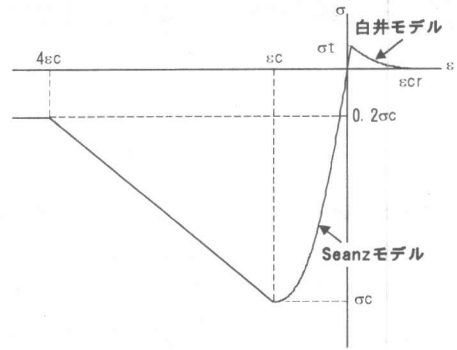


図-1 コンクリートの材料特性

ため、変位制御解析とした。

(step1) 各変位段階において構造物の接線剛性マトリックスの固有値を調べる。

(step2) 負の固有値が生じた段階で、負の固有値に対応する固有ベクトルを求め、limit point と bifurcation point の分類を行う。

(step3) bifurcation point からの増分変位を負の固有値に対応する固有ベクトルで表す。

$$\{\dot{U}\} = \beta \cdot \{\phi\}$$

(step4) 任意の係数 β を与え、Newton Raphson 法により収束計算を行う。収束しない場合は β の値を変え、収束するまで繰り返す。

4. RC 部材のポストピーク挙動

ポストピーク挙動での変形性能に差のある曲げ変形、及びせん断変形がそれぞれ顕著な挙動を示す RC 梁部材各 1 体ずつを対象に解析を行い、本手法の妥当性を検討した。

4. 1 解析対象試験体

本章では、池田らが行った実験試験体を解析対象とした^[7]。試験体の材料特性を表-1 に、

表-1 材料特性

鉄筋		
	降伏強度 (MPa)	ヤング係数 (10^5 MPa)
主筋(D13)	354	1.99
補強筋(D6)	447	1.83
コンクリート		
圧縮強度 (MPa)	引張強度 (Mpa)	ヤング係数 (10^4 MPa)
26.4	2.7	2.36

試験体の形状寸法、配筋詳細及び断面を図-2にそれぞれ示す。曲げ変形の卓越する試験体 RC-1 は $a/d = 2.3$ の単純梁であり、せん断変形の卓越する試験体 RC-4 は $a/d = 1.3$ の比較的短いディープビーム状の単純梁である。実験における荷重方法は、対称2点集中荷重による単調荷重である。

試験体の要素分割図を図-3に示す。数値計算上の誤差から左右非対称の固有モードが生じることを避けるために、対称性を利用して試験体の右半分について解析を行った。なお、太線は主筋を表す。

4. 2 曲げ型 RC-1 試験体の解析結果

試験体の支間中央における荷重-変位曲線に関する、実験値と解析値の比較を図-4に示す。解析結果は、実験結果と比較して剛性低下が遅れているが、これは、本解析を完全付着で行ったために鉄筋の抜け出しが考慮されなかったことが原因と考えられる。また、現段階の解析では曲げ降伏後の挙動が不安定となり、限界変位を追跡できていない。これは本研究において鉄筋の抜け出しを考慮していないことから、曲げ降伏後の鉄筋ひずみの増大にともない、コンクリートの変形が大きくなってしまふことが原因と考えられる。

RC-1 試験体の解析において、図-4に示す●印を越えたところで1つの負の固有値が発生し、その後■印までは構造物は1つの負の固有値を持ち続け、■印を越えたところで2つの負の固有値が発生した。負の固有値の存在は、構造物が不安定な釣合状態にあることを示し、limit point あるいは bifurcation point の存在を示す。

図-5に●印直前での変形状態を、図-6に●印直後で生じた負の固有値に対する固有モードおよび変形状態を示す。図-4中の●印は荷重-変位曲線の最大耐力点に対応しており、●印直前における変形挙動と、●印直後の固有モードの形状に違いが見られないことから、limit point であると思われる。

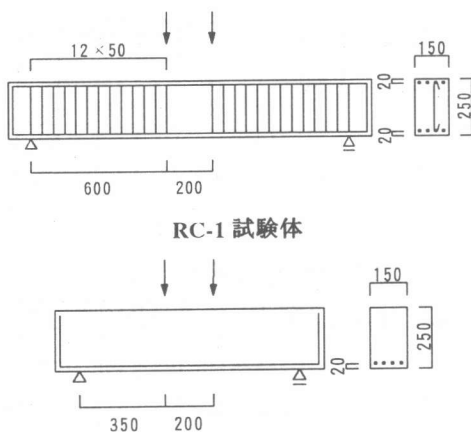


図-2 試験体詳細図

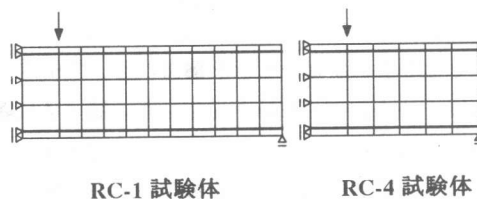


図-3 要素分割図

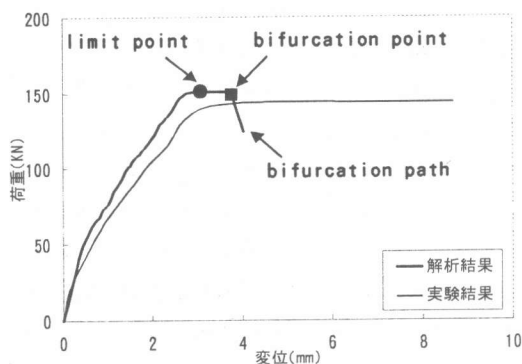


図-4 荷重-変位関係

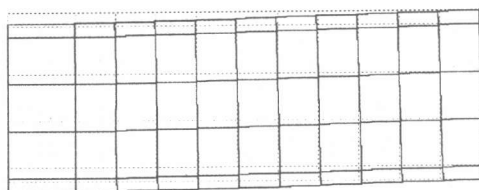
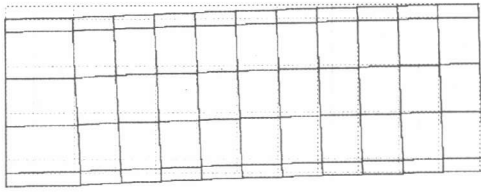
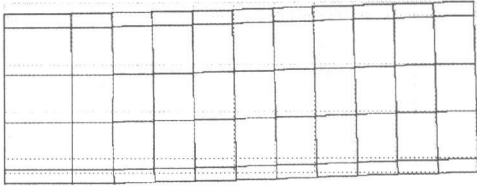


図-5 ●印直前の変形状態 (倍率: 5/1)



固有値：-401.19747

1次モード(倍率：10/1)



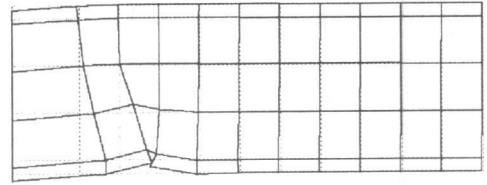
変形状態(倍率：5/1)

図-6 ●印直後の固有モードおよび変形

その後解析を進めると、■印において構造物には2つの負の固有値が発生した。図-7に■印で生じた2つの負の固有値に対する固有モードおよび変形状態を示す。■印において新たに負の固有値が発生したことから、この点は明らかに bifurcation point と定義され、この点から今までとは全く変形状態が異なる釣合経路が発生する。■印において、図-7に示す1次モードを変位増分として分岐解析を行うと、図-4に示す bifurcation path を得ることができる。この釣合経路によれば、荷重が急激に低下していく、解析上構造物が破壊に至る性状を表現し得たと考えられる。急激に荷重低下を生じているときの鉄筋コンクリート梁の変形状態は図-7に示すように、曲げ変形の卓越する部分においてひずみの局所化が生じていることが確認できる。

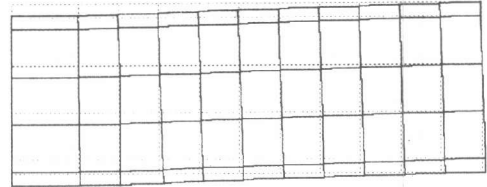
4. 3 セン断型 RC-4 試験体の解析結果

試験体の支間中央における荷重-変位関係を図-8に示す。解析値は、実験値と比較して剛性低下が遅れているが、これは、実験時の破壊形式が定着破壊であるのに対し、解析においては鉄筋の抜け出しを考慮していないことが原因であると思われる。また、実験においては局所的な斜ひび割れによるせん断変形が大きくなる



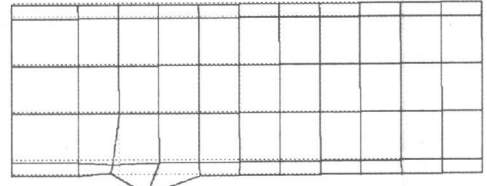
固有値：-51.46750

1次モード(倍率：10/1)



固有値：13300.97257

2次モード(倍率：10/1)



変形状態(倍率：1/1)

図-7 ■印直後の固有モードおよび変形

のに対して、本解析では分布ひび割れモデルを用いて間接的なひび割れを表現したことも剛性低下の遅れる原因となったと考えられる。

RC-4 試験体の解析において、図-8に示す■印において負の固有値が1つ生じた。最大耐力点において負の固有値が生じたという意味において、この点は limit point と考えられる。し

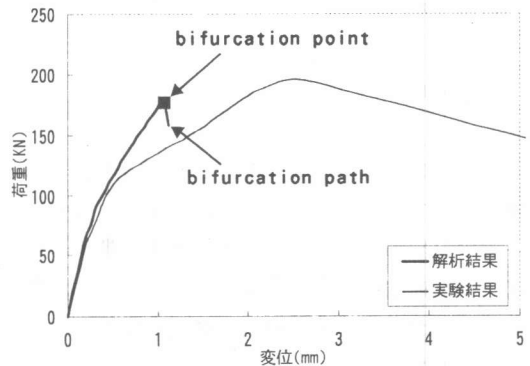


図-8 荷重-変位関係

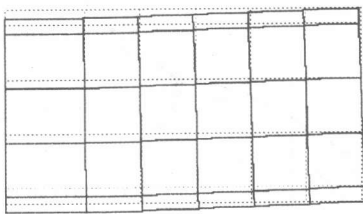


図-9 ■印直前の変形状(倍率:10/1)

かし、図-9に示す■印直前の変形状と、図-10に示す■印直後に生じた固有モードの形状には大きな違いが見られることから図-8中の■印は bifurcation point と定義される。

この後、図-8中の■印において図-10に示す固有モードを変位増分として分岐解析を行うと図-8に示す bifurcation path が得られ、その際の変形状態は図-10に示すものとなった。同図から、圧縮ストラットに沿った要素においてひずみが局所化していることが観察できる。

以上2体の試験体の解析結果を比較すると、部材の応力状態に応じて荷重-変位関係の履歴や bifurcation point で生じる固有モードに違いが生じることが確認できた。

5. せん断破壊型 RC 梁の解析

本章では、4章の解析結果を踏まえ、せん断破壊型の破壊形式で鉄筋の抜け出しの影響が顕著に見られなかった RC 梁部材を対象に解析を行った。

表-2 材料特性

鉄筋		
	降伏強度(Mpa)	ヤング係数(10^5 MPa)
主筋(D19)	333.35	1.70
補強筋(D6)	415.63	1.97
コンクリート		
圧縮強度(Mpa)	引張強度(Mpa)	ヤング係数(10^4 MPa)
26.40	2.61	3.07

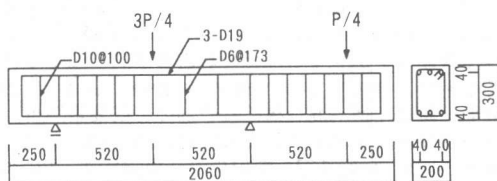
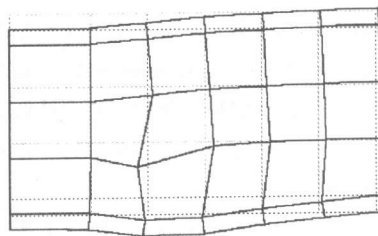
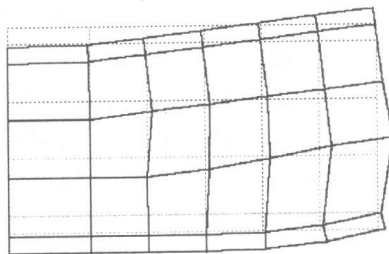


図-11 試験体詳細図



固有値: 2825.59051

1次モード(倍率:10/1)



変形状(倍率:20/1)

図-10 ■印直後の固有モードおよび変形

5.1 解析対象試験体

試験体の材料特性を表-2に、試験体の形状寸法、配筋詳細及び断面を図-11にそれぞれ示す。試験体 S1 は $a/d=1.0$ の梁であり、実験における載荷方法は逆対称加力による単調載荷である。

試験体の要素分割図を図-12に示す。前章の解析と同様に、非対称な固有モードの発生を避けるため、支間中央の中立軸位置に関する点対称条件を用いて解析を行った。

5.2 解析結果および検討

荷重-変位関係を図-13に示す。S1 試験体の解析において、ひび割れが構造物全体へと広がっていく初期段階において、解が不安定と

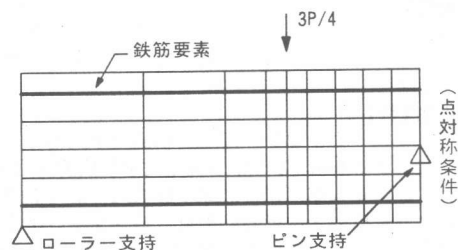


図-12 要素分割図

なり発散してしまった。解を安定させるために図-1に示す引張軟化域の σ_{cr} の値に大きな値を入れたため、実験値と比較して剛性低下が遅れる結果となったが、耐力劣化が起こる変位の値は実験値とよく対応していることが分かる。

S1 試験体の解析において、図-13に示す■印において負の固有値が1つ生じた。■印直前の変形状態と、■印直後の固有モードおよび変形状態をそれぞれ図-14、15に示す。図-13に示す■印は、前章で解析を行った RC-4 試験体と同様に bifurcation point と定義される。分岐解析後の変形状態から、圧縮ストラットに沿った要素においてひずみが局所化し、破壊に至っていることが確認できる。

6. まとめ

本解析手法を用いて負の固有値の存在を調べることにより、せん断破壊型の RC 梁部材の最大耐力および限界変位を定義することが可能であることを示した。また、負の固有値に対応する固有モードを変位増分とした分岐解析を行うことにより、実際の構造物が崩壊する際に生じる現象であるひずみの局所化を再現できることを確認した。さらに、部材の応力状態に応じて荷重-変位関係の履歴や bifurcation point において生じる固有モードに違いが生じることが確認できた。

今後は、鉄筋の付着を考慮したモデル化を行い、限界変位を追跡できることを確認した上で、曲げ降伏後にせん断破壊する試験体を対象に補強筋をパラメータとした解析を行い、靱性能の定量化を行う必要があると考える。

【謝辞】

本研究を行うに当たり、山梨大学の中村光博士には貴重な御意見を頂きました。ここに厚くお礼申し上げます。

【参考文献】

- 【1】 中村 光：コンクリート構造のポストピーク挙動に関する解析的研究，名古屋大学学位論文，1992
- 【2】 姫野正太郎，田邊忠顕：長大スパンコンクリートアーチ橋の非線形動的解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.21，No.3，pp.385-390，1999
- 【3】 園部 丁，田邊忠顕：繰り返し荷重を受ける鉄筋コンクリート Timoshenko はりの大変形解析，

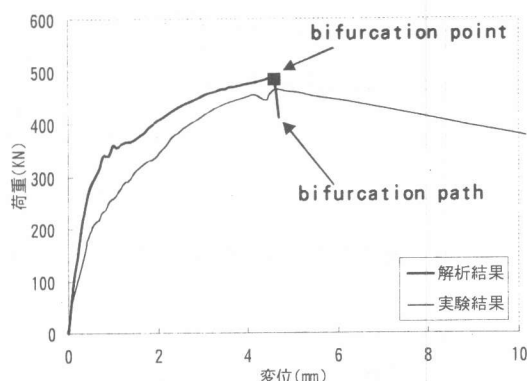


図-13 荷重-変位関係

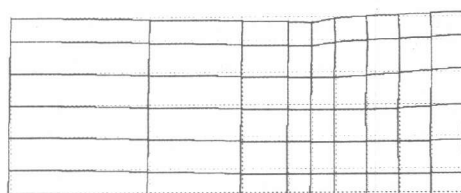
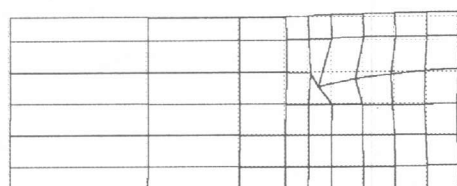
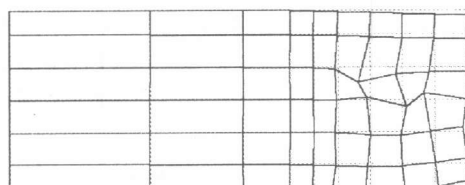


図-14 ■印直前の変形状態(倍率：10/1)



固有値：-4067.75798

1次モード(倍率：5/1)



変形状態(倍率：1/1)

図-15 ■印直後の固有モードおよび変形

コンクリート工学年次論文報告集，Vol.21，No.3，pp.433-438，1999【4】 横山文彦，田邊忠顕ほか：平面格子の等価連続体法による RC 梁の弧張法を用いた非線形挙動解析：コンクリート工学年次論文報告集，Vol.21，No.3，pp.385-390，1999【5】 張 愛暉：鉄筋コンクリート部材のせん断挙動に関する非線形解析，千葉大学学位論文，1991.1【6】 内田和弘，野口 博：混合構造接合部の有限要素解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.13，No.2，pp.475-478，1992【7】 池田尚治，南雲広幸：RC および PC 構造物への有限要素法の合理的適用方法に関する研究，土木学会論文集，第 414 号，V-12，1990