

# 論文 実測値にもとづくマスコンクリートの熱特性値の逆解析

黒後卓也<sup>\*1</sup>・坂西馨<sup>\*2</sup>・菅井幸仁<sup>\*3</sup>・遠藤孝夫<sup>\*4</sup>

**要旨:** マスコンクリートの温度ひび割れを的確に制御するためには事前の温度解析を精度良く行う必要がある。通常、温度解析で与える熱特性値は室内実験の結果や示方書の値などを参考にして定められているが、コンクリートの打設条件が解析の仮定と必ずしも一致しないこともあり、事前の予測値と温度実測値に差異が生ずることがある。そこで本論文では、マスコンクリートの温度分布に影響を及ぼす5つの熱特性値を温度実測データよりGauss-Newton法により逆解析することを試み、本手法が温度実測値を用いたマスコンクリートの熱特性値推定に適用可能であるかどうかを検討した。

**キーワード:** マスコンクリート、逆解析、Gauss-Newton法、温度解析、実測データ

## 1. はじめに

長大橋の基礎やダムなどの大型コンクリート構造物の建設の際には、初期欠陥のひとつである温度ひび割れをもたらす温度応力を定量的に評価し、設計する必要がある。この温度応力を正確に把握するためには、まず、コンクリート軸体内の温度変化を精度よく求めることが必要である。マスコンクリートの温度解析を行う場合、解析に用いる熱特性値は事前に実験を行って求めておくか、あるいは既往の文献や土木学会の標準示方書の値を参考にして与えることが考えられる。しかし、これらの熱特性値は厳密に言えばコンクリートの硬化過程で変化するものと考えられるし、また施工現場では環境の影響などで解析上の条件と必ずしも一致しない場合もあり、実際のコンクリート軸体の測定温度が事前の予測値と良い近似を示さない場合もある。そこで、これらの熱特性値を試験施工した場合などの現場のコンクリートの温度測定値から推定することができれば、本施工においてより精度の高いマスコンクリートの温度解析が可能になると考えられる。

このように結果(測定値)から原因(物性値)を推定する逆解析手法にはいくつかあるが、ここでは非線形最小二乗法の中の一つであるGauss-Newton法を用いることにした。

この手法については既に高橋<sup>1)</sup>らが二次元場温度解析の熱特性値推定問題に適用している。そこで本論文では、プレハブ室内で行われた実験の温度測定データをもとに、前述の手法によって5つの熱特性の推定を試みた。

## 2. 解析理論

### 2.1 热伝導解析

セメントの水和熱に起因するコンクリート中の熱の移動は、コンクリート内部の熱伝導とコンクリートと大気との熱伝達により決定される。二次元場において図-1のような拘束体M0に試験体M1が打設される場合を考える。

M0とM1の熱特性値が温度の影響を受けないと仮定するならば、M1内部の熱に関する支配方程式は、式(1)となる。

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = h_c^2 \left( \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} \right) + \frac{Q(t)}{dt} \quad (1)$$

$$h_c^2 = \lambda_c / (C_c \cdot \rho_c) \quad (2)$$

\*1東北学院大学大学院 工学研究科土木工学専攻（正会員）

\*2東北学院大学 工学部土木工学科 （正会員）

\*3東北学院大学講師 工学部土木工学科 （正会員）

\*4東北学院大学教授 工学部土木工学科 工博（正会員）

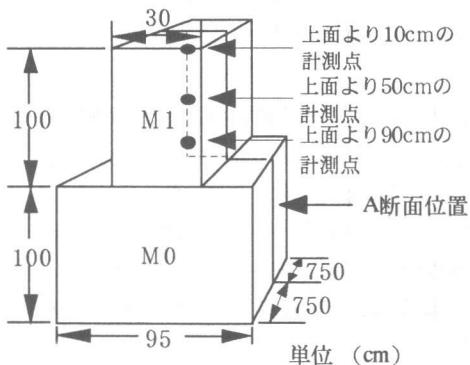


図-1 試験体

ここで、 $T_C$  : M1試験体の温度  
 $\lambda_C$  : M1試験体のコンクリートの熱伝導率  
 $\rho_C$  : M1試験体のコンクリートの密度  
 $C_C$  : M1試験体のコンクリートの比熱  
 $Q(t)$  : 任意時間  $t$  における

コンクリートの断熱温度上昇

また、拘束体M0部においては、内部では発熱しないとし、次式のように書くことができる。

$$\frac{\partial T_R}{\partial t} = h_R^2 \left( \frac{\partial^2 T_R}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_R}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$h_R^2 = \lambda_R / (\rho_R \cdot C_R) \quad (4)$$

ここで、 $T_R$  : M0拘束体の温度

$\lambda_R$  : M0拘束体のコンクリートの熱伝導率

$\rho_R$  : M0拘束体のコンクリートの密度

$C_R$  : M0拘束体のコンクリートの比熱

これらの式を解くには、初期条件と環境条件が必要になる。初期条件はコンクリート打設時の打設温度  $T_{C0}$  とそのときの拘束試験体の温度  $T_{R0}$  であり、

$$T_C(x, y, 0) = T_{C0} \quad (5)$$

$$T_R(x, y, 0) = T_{R0} \quad (6)$$

また、M0最下部ではコンクリートの発熱の影響を受けないと仮定し固定温度境界とみなせば、次式となる。

$$T_R(x, 0, t) = T_{R0} \quad (7)$$

マスコンクリートが外気や他の流体と接する部分では熱流速として次式が成り立つ。

$$\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x} = -\alpha_c (T_c - T_A) \quad (8)$$

ここで、 $\alpha_c$  : コンクリート躯体から空気への熱伝達率

$T_A$  : 外気温もしくは外部の流体温度  
 これらを離散化しFEM温度解析をおこなう。

## 2.2 逆解析手法の概要<sup>1)</sup>

ここでは、非線形最小二乗法の一つである Gauss-Newton法を採用し、誤差関数  $f$  を次のように定義する。

$$f = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \{ u_i(t) - T_i(\tilde{X}, t) \}^2 dt \quad (9)$$

ここで、 $i$  : 逆解析の測定点数

$t_0, t_1$  : 逆解析を行う時間の下限と上限

$u_i(t)$  : 時刻  $t$  における  $i$  点の測定温度

$T_i(\tilde{X}, t)$  : 時刻  $t$  における  $i$  点の解析温度

$\tilde{X} = (X_1, X_2, \dots, X_m)$  : 未知パラメータ

未知パラメータを推定するには、測定温度に解析温度が一致するように未知パラメータを与える温度解析をおこなえばよい。したがって、誤差関数  $f$  を最小とするような未知パラメータ  $\tilde{X}$  を繰り返し計算により求める。

いま、 $T_i$  を  $\tilde{X}$  について一次のオーダーまで Taylor展開で近似する。

$$T_i(\tilde{X} + \Delta \tilde{X}, t) = T_i(\tilde{X}, t) + \sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \quad (10)$$

式(9)の  $T_i(\tilde{X}, t)$  を式(10)の右辺でおきかえ、式(9)と区別するために  $\hat{f}$  とおけば次式を得る。

$$\hat{f} = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left\{ u_i(t) - T_i(\tilde{X}, t) - \sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \right\}^2 dt \quad (11)$$

そこで、誤差関数  $\hat{f}$  を最小とするような  $\Delta X_j$  を求める必要条件  $\frac{\partial \hat{f}}{\partial X_k} = 0$  を満たす式は、

$$\sum_{j=1}^m \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) dt \right\} \Delta X_j$$

$$= \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \{ u_i(t) - T_i(\tilde{X}, t) \}^2 \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) dt \quad (12)$$

( $k = 1, \dots, m$ )

式(11)は $\Delta X_j$ に関する連立方程式となる。

### 3. 実験の概要

実測値はマスコンクリートの温度応力の外部拘束効果について検討した石川<sup>2)</sup>の実験データを用いた。

試験体の寸法は、図-1に示すようなM0拘束体(高さ1.0m, 幅0.95m, 長さ15.0m)と壁状のM1被拘束体(高さ1.0m, 幅0.3m, 長さ15.0m)とから構成される実構造物を模擬して作製されたマスコンクリート試験体である。

#### 3.1 試験体の作製

試験体の作製は、M0部分のコンクリートを打設(夏期)し、M0のコンクリートが材齢55日に達したときにM1を打設し、計測を開始した。M0およびM1に使用したセメントは普通ポルトランドセメントで、単位セメント量280kg/m<sup>3</sup>、水セメント比58.9%で、呼び強度240kgf/m<sup>2</sup>の通常の土木構造物に用いられる配合である。

#### 3.2 実験の特徴

計測はプレハブ室内で行なわれ、外気温などの環境条件の変動を小さくしてM1自身の発熱による温度上昇量を大きくするため、M0には厚さ5cmの、またM1には厚さ10cmの断熱材(発砲スチロール)を貼り付けている。また、実験計測中の被拘束体M1の乾燥を防ぐため、被拘束体上面には被拘束体上面の温度と同じ温度で湛水養生を実施している。

#### 3.3 計測内容

試験体においてM0の上面にM1を打設した直後から材齢28日程度までの試験体の温度を計測している。M1の打設温度は33.3°Cであり、温度分布は断面中心部が最も高く、続いて下層部、上層部といった順で、マスコンクリート硬化時に観測される通常の温度分布となった。

断面中心部の温度は、コンクリート打設後

15.0時間で60.7°Cまで上昇し、打設温度からの上昇量は27.4°Cであった。また、鉛直方向の表面と中心部の温度差は約26°Cと大きな値を示した。壁の厚さ方向の温度差は発泡スチロールの保温効果により上層部で最大3°C、中心部で1°C以下の小さな値であった。また、試験体長手方向の温度差も3°Cと小さな値であった。

M1の打設によってM0の温度も多少変化する。試験体全体では、M1の底面を中心にして温度が上昇して、同心円状の温度分布となった。図-1のA断面の温度変化を図-2に示す。

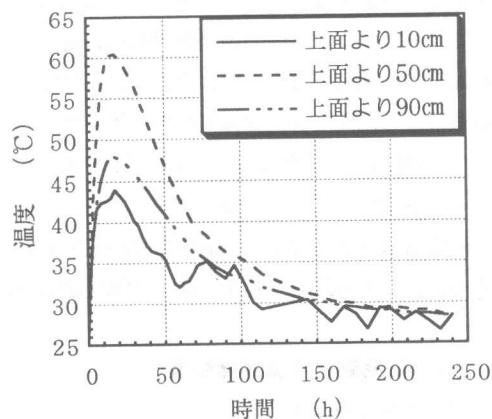


図-2 A断面の温度変化

### 4. 解析手法

#### 4.1 解析条件

逆解析中の計算値  $T(\tilde{X}, t)$  を求める計算では、M0を含めた2次元モデルを考え2次元FEM温度解析を行った。

解析対象とした試験体の図-1のA断面を図-3に示す。構造上また温度解析上、左右対称な形状であるため右半分を考慮しモデル化した。

#### 4.2 境界条件

熱的な境界条件を、図-3に示す。M0の底面では打設後から10日までの温度差のピークが0.6°Cであるので固定温度境界とした。試験体側面には断熱材として発泡スチロールが張ってあるため、熱の出入りがないとして断熱温度境

界とした。また、M1上面は熱伝達境界とした。

### 4.3 逆解析の解析手法

コンクリートの熱特性値の推定には、3.2で述べたGauss-Newton法を用いて逆解析を行う。

逆解析で推定する熱特性値を熱伝達率 $\alpha_c$ 、コンクリートの熱伝導率 $\lambda_c$ 、コンクリートの比熱 $C_c$ 、コンクリートの終局断熱温度上昇量

$Q_\infty$ 、温度上昇速度に関する定数 $\gamma$ の5つとした。これらの熱特性値を $\tilde{\mathbf{X}}$ とおくと、

$$\tilde{\mathbf{X}} = \{ \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \mathbf{X}_4, \mathbf{X}_5 \}^T$$

それぞれの要素は、5つの熱特性値に対応している。マスコンクリートの温度解析に必要な熱特性値の初期値が表-1のように与えられているものとし、温度データは実測値を用いた。そして、前出の5つの熱特性値 ( $\alpha_c$ ,  $\lambda_c$ ,  $Q_\infty$ ,  $\gamma$ ,  $C_c$ ) を未知とこれらを推定する。

外気温は実験を行った期間中の平均気温27°Cをもとに、平均27°C振幅3°Cのsin関数で表した。

### 4.4 初期値と温度計測位置

#### (1) 初期値の設定方法

初期値の選択は逆解析の収束性に影響を与えるため重要である。ここでは、終局断熱温度上昇量 $Q_\infty$ 、断熱温度上昇係数 $\gamma$ は示方書<sup>3)</sup>の推定式から求めた。また、比熱 $C_c$ 、熱伝達率 $\alpha_c$ 、熱伝導率 $\lambda_c$ はマスコンクリートの温度ひびわれ制御対策指針<sup>4)</sup>の一般的な値の範囲から設定した。5つの熱特性値の初期値を表-1に示す。

### (2) 測定点の配置

精度の良い未知パラメータの解を得るには、計測点の数や位置などが関係する。センサーの配置、数など温度測定値を得るために必要な費用を考えると、測定点数は適切な場所に適切な点数を配置すべきである。

本研究では配置が図-3のように測定点の数を6点として解析を行った。

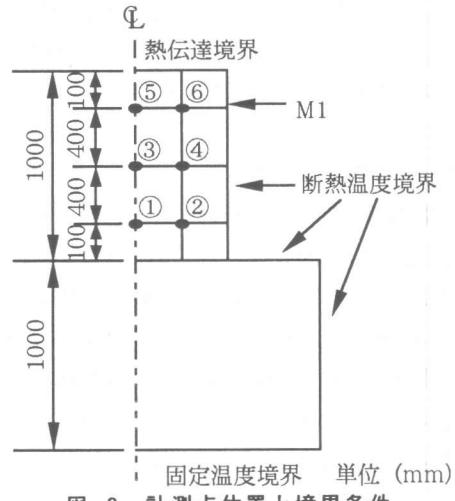


図-3 計測点位置と境界条件

### 5. 解析結果

各熱特性値・評価関数とも繰り返し回数10回以内に一様に収束しており、途中での振動や発散はみられなかった(図-4.1～図-4.6)。最終的に収束した解析結果を表-1に示す。

熱伝達率 $\alpha_c$ 、温度上昇係数に関する定数 $\gamma$ 以外の熱特性値はほぼ初期値の値またはマスコン

表-1 热特性値の既往値、初期値、解析値

	示方書(3)	マスコンクリート(4) 温度ひびわれ制御 対策指針	(5) 近久らの 研究	初期値		解析値 M1
				M0	M1	
終局断熱温度上昇量 $Q_\infty$ [°C]	推定式				42.8	43.7
温度上昇速度に関する定数 $\gamma$	推定式				1.457	2.60
比熱 C [kJ/kg°C]	1.05～14.0	0.84～1.05		1.33	1.05	1.09
熱伝導率 $\lambda$ [w/m°C]	2.60～2.80	1.50～3.61		1.98	1.98	1.81
熱伝達率 $\alpha$ [w/m <sup>2</sup> °C]	2.0～14.0	2.9～11.6	23.0～25.0		10.32	27.52
密度 [kg/m <sup>3</sup> ]				2296	2245	

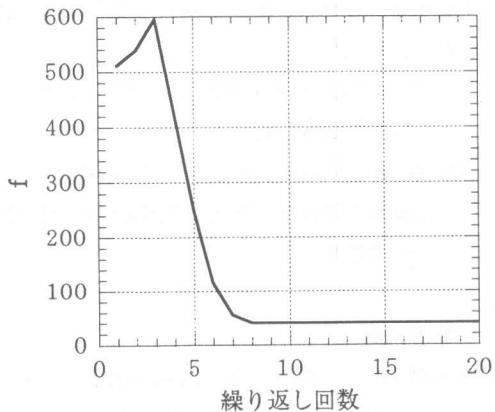


図-4.1 評価関数

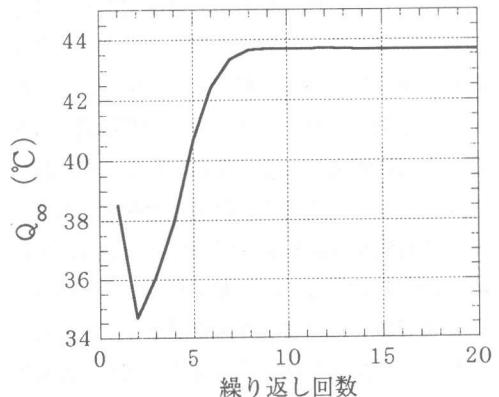


図-4.2 終局断熱温度上昇量

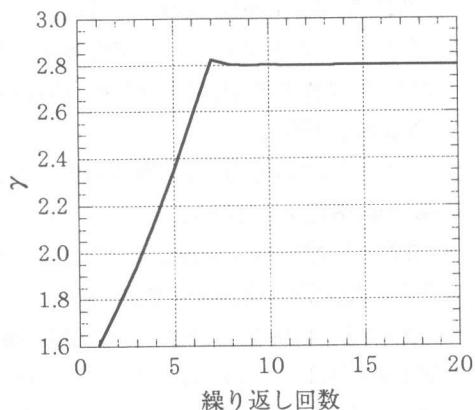


図-4.3 断熱温度上昇係数

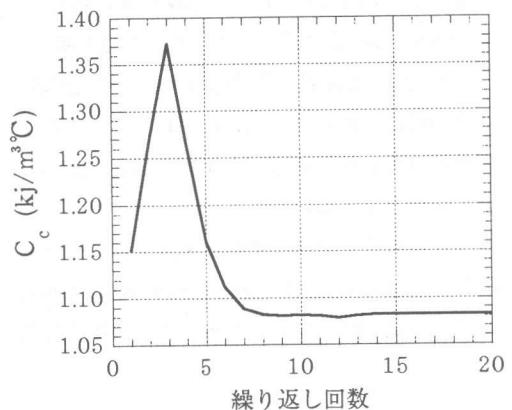


図-4.4 比熱

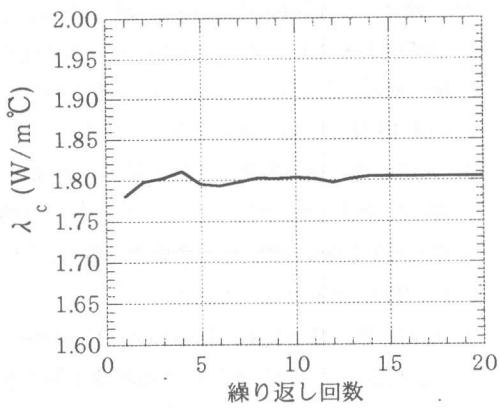


図-4.5 热伝導率

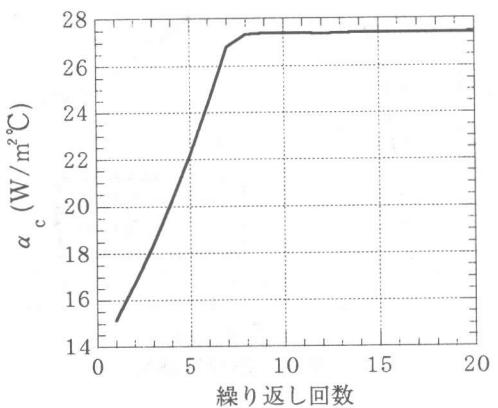


図-4.6 热伝達率

リートの温度ひびわれ制御対策指針<sup>4)</sup>の範囲内の値に収束している。熱伝達率に関しては初期値の2倍近い値となり、近久<sup>5)</sup>らの研究に近い

値になった。この実験では、湛水養生の際コンクリートから熱を逃がしにくくするため、水温をコンクリート表面の温度と同じように制御し

ていることと、外気がかなり高温であったこともあり、コンクリートと外部の温度差が小さくなり、見かけ上熱伝達率が大きく得られたものと考えられる。断熱温度上昇に関する定数は設定した初期値より大きく算出された。同じ配合のコンクリートを20°Cで打設した場合、断熱温度上昇試験結果より  $Q_\infty = 42.6^\circ\text{C}$ ,  $\gamma = 0.961$  が得られていることから、打設温度が33.3°Cと高かつたこともあって温度上昇速度がかなり大きくなつたものと推定され、妥当な値の範囲内にあると考えてよいと思われる。

次に、逆解析から求めた未知パラメータの値を2次元FEM温度解析に用い順解析を行った。その結果を図-5に示す。このグラフは上面10cm内部の位置のものであるが、ほぼ実測値と解析値が一致していることがわかる。その他の計測点でも解析結果が実測値とほとんど同じ温度変化となっている。

これらのことより、実際のマスコンクリートの熱特性値の推定にGauss-Newton法の適用の可能性が見い出されたものと考えることができる。

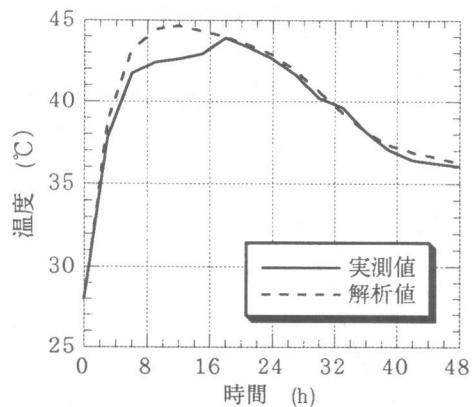


図-5 順解析結果

## 6. 結論

本論文では、室内実験によって求められたマスコンクリートの温度計測結果をもとにコンクリートの熱特性値をGauss-Newton法により逆

解析することを試みた。その結果以下のようないくつかの結論が得られた。

- (1) 热特性値は一様に収束しており、安定した収束性が得られた。
- (2) Gauss-Newton法にもとづく逆解析は、実測値を用いた二次元場の熱特性値の推定に有効である。

## 参考文献

- 1) 高橋真一, 川原場博美, 遠藤孝夫: 二次元場におけるマスコンクリートの熱特性値の逆解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.20,No.2,pp.1045-1050, 1998
- 2) 石川雅美: マスコンクリートの温度応力問題における外部拘束に関する研究, 法政大学学位論文, 1996.3
- 3) 土木学会: コンクリート標準示方書〔施工編〕 pp.184-189, 1996.3
- 4) 日本コンクリート工学協会: マスコンクリートの温度ひびわれ制御対策指針, 1986.3
- 5) 近久博志, 津崎淳一, 荒井幸夫, 櫻井春輔: 逆解析手法によるマスコンクリートの熱伝達係数の評価, 土木学会論文集, No.451/V-17, pp.39-47, 1992.8
- 6) 松井邦人, 西田徳行, 土橋吉輝, 潮田和司: 逆解析手法によるマスコンクリートの熱特性値の推定, コンクリート工学年次論文報告書 Vol.16,No.1,pp.1347-1352, 1994.6
- 7) 西田徳行, 潮田和司, 土橋吉輝, 松井邦人: 現場計測データに基づくコンクリートの熱特性の推定とその考察, 土木学会論文集, No.544/V-32, pp.89-100, 1996.8
- 7) 潮田和司, 亀谷英樹, 松井邦人: 実測データに基づくマスコンクリートの熱特性値の推定, 土木学会第49回年次学術講演会, pp.1146-1147, 1994.9
- 8) 佐藤忠信: 講座「地盤工学における逆解析」 土質工学会誌 土と基礎, No.477, pp.50-60, 1995.4