

# 論文 円形鋼管横補強 RC 柱の曲げ終局強度の算定法

孫 玉平\*1・崎野健治\*2

**要旨：**円形鋼管による拘束効果を考慮に入れたコンクリートの応力—ひずみ関係を用いて、円形断面の曲げ圧縮域におけるコンクリートの等価応力ブロックの形状係数および終局ひずみの算定式を構成した。ついで、円形鋼管により補強・補修された鉄筋コンクリート柱の曲げ終局強度を求めるための算定方法を提案した。また、既往の実験結果との比較により、提案した算定方法の妥当性を検証した。

**キーワード：**円形鋼管、拘束効果、曲げ終局強度、等価応力ブロック、終局ひずみ

## 1. はじめに

既存不適格鉄筋コンクリート柱の耐震補強法として、補強材料に鋼管を用いた鋼管横補強法が広く採用されている。鋼管横補強法の合理的な設計を行うには、鋼管横補強柱の曲げ終局強度を正確に求める必要があり、そのために鋼管による拘束効果を考慮に入れた算定方法の確立が必要である。

鋼管横補強法を大別すると角形鋼管による補強と円形鋼管による補強の二つがある。著者らはこれまで正方形鋼管により拘束されたコンクリートの応力—ひずみ関係を提案し<sup>1)</sup>、それを用いて正方形鋼管横補強柱の曲げ終局強度の算定方法を提案してきた<sup>2)</sup>。一方、円形鋼管横補強柱に関しては、補強された柱の耐震性能に関する実験的研究が幾つかなされているが<sup>3), 4), 5), 6)</sup>、その曲げ終局強度の算定法はまだ確立されていない。

このような現状を踏まえて、本論では、まず円形鋼管により拘束されたコンクリートの応力—ひずみ関係を仮定し、それを用いて柱断面の曲げ圧縮域における拘束コンクリートの等価応力ブロックの形状係数および終局ひずみの算定式の提案を行った。次に、柱断面に配置されている主筋を等価軸鋼管に置き換えることにより、円形鋼管横補強 RC 柱の曲げ終局強度の算定式を定式化した。さらに、計算値と既往の実験結果との比較により、提案する計算方法の妥当性を実証した。

## 2. 拘束コンクリートの等価応力ブロック

### 2.1 コンクリートの応力—ひずみ関係

柱断面の曲げ圧縮域におけるコンクリートの等価応力ブロックの形状係数の誘導に必要な、円形鋼管により拘束されたコンクリートの応力—ひずみ関係は Table.1 に示す応力—ひずみ関係を用いる。この応力—ひずみ関係は、著者らが文献 1 で提案した、正方形鋼管により拘束されたコンクリートの応力—ひずみ関係である。ただし、同じ幅厚比の鋼管を用いた場合、円形鋼管と正方形鋼管

Table.1 Stress-strain model of concrete [1]

$$f_c = K f_p \frac{AX + (d-1)X^2}{1 + (A-2)X + dX^2} \quad (1)$$

where

$$X = \varepsilon_c / \varepsilon_{co}, \quad A = E_c \varepsilon_{co} / (K f_p), \\ E_c = (0.69 + 0.332 \sqrt{f_p}) \times 10^4 \quad (2)$$

$$\frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_o} = \begin{cases} 1 + 4.7(K-1), & K \leq 1.5 \\ 3.35 + 20(K-1.5), & K > 1.5 \end{cases} \quad (3)$$

$$\varepsilon_o = 0.94(f_p)^{1/4} \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$d = 1.5 - 0.017 f_p + 2.4 \sqrt{(K-1)f_p / 23} \quad (5)$$

Notations:

|                        |                                       |
|------------------------|---------------------------------------|
| $f_c, \varepsilon_c$ : | Stress and strain of concrete         |
| $K$ :                  | Strength enhancement ratio            |
| $\varepsilon_{co}$ :   | Strain of confined concrete at peak   |
| $f_p$ :                | Unconfined concrete strength (in MPa) |
| $E_c$ :                | Young's modulus of concrete (in MPa)  |

\*1 九州大学助教授 工学部建築学科 工学博士 (正会員)

\*2 九州大学教授 工学部建築学科 工学博士 (正会員)

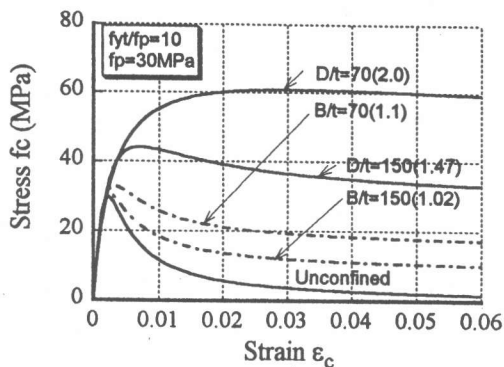


Fig.1 Examples of stress-strain curve of confined concrete

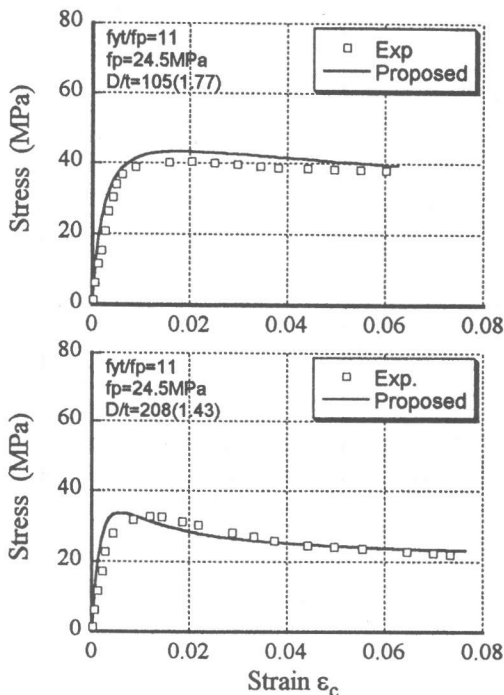


Fig.2 Comparison of stress-strain curves

による拘束効果が異なることから、Table.1 に示す応力—ひずみ関係を円形鋼管により拘束されたコンクリートに適用する際には、円形鋼管の拘束度合いを表すパラメーターである強度上昇率  $K$  の算定式に肖ら<sup>9)</sup>の実験式である式(6)を用いる。

$$K = \frac{f_{cc}}{f_p} = 1 + 3.5 \frac{2t}{D - 2t} \frac{f_{yt}}{f_p} \quad (6)$$

ここで、 $f_{cc}$  は拘束コンクリートの強度、 $D$  と  $t$  は

鋼管の外径と板厚で、 $f_{yt}$  は鋼管の降伏点応力である。また、肖らは無拘束コンクリート強度  $f_p$  (MPa) をシリンダー強度  $\sigma_B$  と等しいと仮定して式(6)を得ている。従って、本論においても、 $f_p = \sigma_B$  としてコンクリートの応力—ひずみ関係を求める。

式(1)～式(6)から分かるように、鋼管の径厚比 ( $D/t$ ) や降伏点応力  $f_{yt}$  及び無拘束コンクリートの強度  $f_p$  の値が分かれば、円形鋼管により拘束されたコンクリートの応力—ひずみ関係が完全に決まる。これが Table.1 に示すモデルの特徴である。式(1)より得られたコンクリートの応力—ひずみ関係の一例を Fig.1 に示す。図中の一点鎖線は、比較のために示した正方形鋼管により拘束されたコンクリートの応力—ひずみ関係<sup>1)</sup>である。また、図中に鋼管の径 (幅) 厚比  $D/t$  ( $B/t$ ) 値の後の ( ) 内に記している数値は、その径 (幅) 厚比に対応する強度上昇率を表す。鋼管の鋼材量が同じである場合、円形鋼管によりもたらされたコンクリートの強度および変形能力の上昇率は正方形鋼管のそれよりはるかに高いことが Fig.1 から分かる。

本論で仮定したモデルの妥当性を検証するために、式(1)で求めた計算結果と佐藤らの中心圧縮実験結果<sup>8)</sup>との比較を Fig.2 に示す。Fig.2 より分かるように、本モデルは円形鋼管により拘束されたコンクリートの最大応力と応力—ひずみ関係の形状のいずれにおいても実験結果と良好な対応を示している。

## 2.2 等価応力ブロックの概念

円形断面柱の圧縮域におけるコンクリートの応力状況を、Fig.3 に示す等価応力ブロックの概念を用いて定式化する。即ち、圧縮域のコンクリート部分を幅  $\alpha D_c$ 、深さ  $\beta X$  を有する矩形応力ブロッ

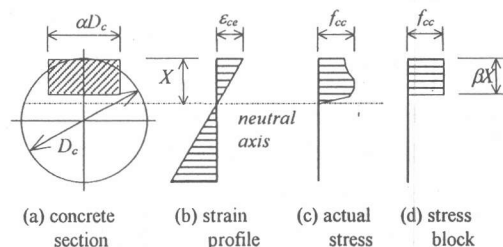


Fig.3 Idealization of equivalent stress block

クに置き換える。コンクリートの引張強度を無視すれば、この矩形応力ブロックが負担する軸力  $N_B$  および断面中央軸に関するモーメント  $M_B$  は次のように求められる。

$$\begin{aligned} N_B &= \alpha \beta K f_p D_c X \\ M_B &= \alpha \beta K f_p D_c X \left( \frac{D_c}{2} - \frac{\beta}{2} X \right) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $D_c$  と  $X$  はそれぞれ拘束コンクリート断面の直径と中立軸深さを表す。

曲げ圧縮域のコンクリートが実際の応力分布に従う時に負担する軸力と断面中央軸回りのモーメントを等価応力ブロックのそれらと等しくし、更に式(1)を用いれば、応力ブロックの形状係数  $\alpha\beta$  と  $\beta/2$  は任意の圧縮縁ひずみ  $\varepsilon_{ce}$  の関数として次のように表される。

$$\alpha\beta = 2 \int_0^1 f(u, \xi) g(u, X_n) du \quad (8)$$

$$\frac{\beta}{2} = \frac{\int_0^1 f(u, \xi) g(u, X_n) (1-u) du}{\int_0^1 f(u, \xi) g(u, X_n) du} \quad (9)$$

ここで、

$$f(u, \xi) = \frac{A\xi u + (d-1)(\xi u)^2}{1 + (A-2)\xi u + d(\xi u)^2} \quad (10)$$

$$g(u, X_n) = \sqrt{X_n(1-u) - X_n^2(1-u)^2} \quad (11)$$

$$u = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{ce}}, \quad X_n = \frac{X}{D_c}, \quad \xi = \frac{\varepsilon_{ce}}{\varepsilon_{co}} \quad (12)$$

式(8)と式(9)を積分できないので、応力ブロックの形状係数を陽な形で求める算定式は得られない。式(2)～式(6)と合わせてみると、円形断面の圧縮域コンクリートの等価応力ブロックの形状係数は鋼管の拘束度合い  $K$  とコンクリートの強度  $f_p$  の影響のみならず、断面内における中立軸深さの影響をも強く受けることが予想される。

### 2.3 終局ひずみ及び応力ブロックの形状係数

曲げ終局強度を算定する際に必要なのは任意の圧縮縁ひずみ  $\varepsilon_{ce}$  に対応する形状係数の一般的な表現式ではなく、曲げ耐力時の圧縮縁ひずみ  $\varepsilon_{cm}$  (以下終局ひずみと称す) に対応する算定式である。従って、本論では一般式に関する検討は省略

する。

終局ひずみ  $\varepsilon_{cm}$  について、ACI 規準では 0.003 という一定値が推奨されている。しかしながら、この値は鋼管のような横補強材の拘束効果を考慮に入れない場合の値である。この値を用いて計算した曲げ終局強度が実験結果を過小評価することは著者らの正方形鋼管横補強柱について行われた実験研究により明らかにされている<sup>9)</sup>。一方、円形鋼管横補強柱の終局ひずみに関しては、実験結果が殆どないので実験式を構成することはできないのが現状である。

このような現状を踏まえて、本論では、コンクリートの応力ブロックの形状係数  $\alpha$  が最大値をとる時の圧縮縁ひずみを終局ひずみと定義する。そう定義する理由は、式(7)からも分かるように、 $\alpha$  が極大値を取る時にコンクリートの負担曲げモーメントが最大となるからである。

断面の中立軸深さ比  $X_n$  をパラメータに取り、式(8)と式(9)を数値積分することによって得られた形状係数  $\alpha$  と圧縮縁ひずみの関係例を Fig.4 に示す。Fig.4 より分かるように、形状係数  $\alpha$  が極大

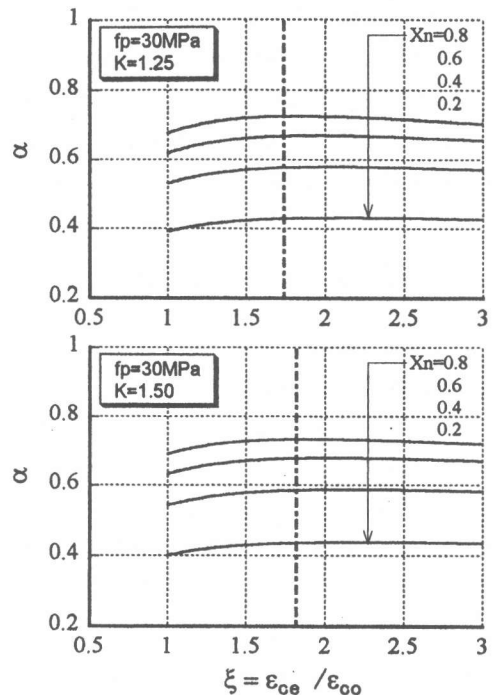


Fig.4 Relationship between  $\alpha$  and  $\varepsilon_{ce}$

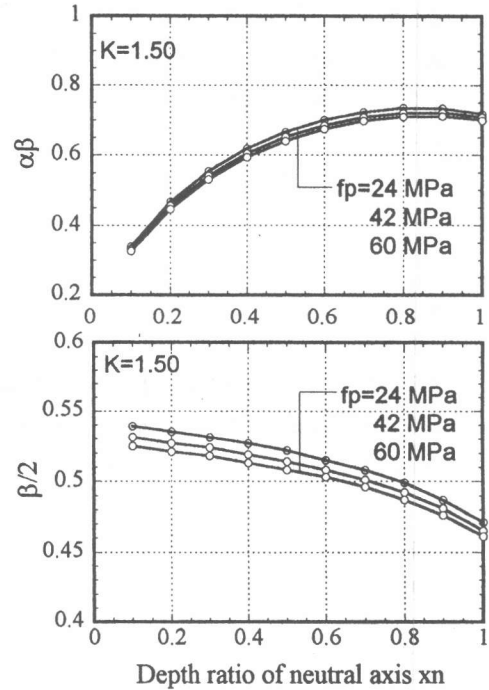
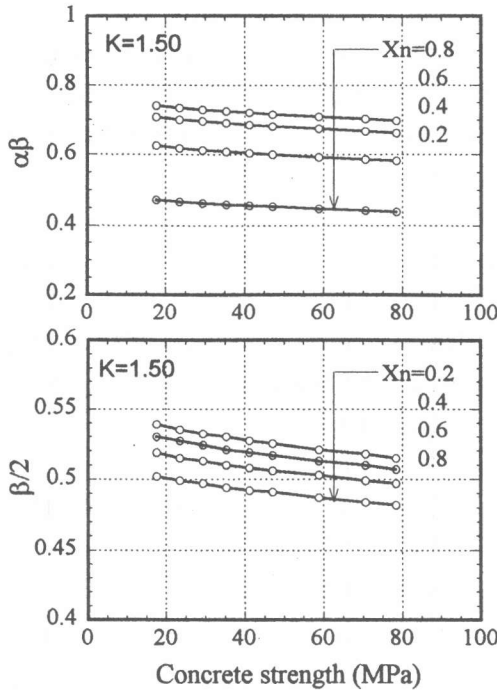


Fig.5 Examples of characteristic coefficient  $\alpha\beta$  and  $\beta/2$

値を取るときの圧縮縁ひずみの値は、強度上昇率  $K$  とコンクリートの強度  $f_p$  の影響を受けるが、中立軸深さの影響を殆ど受けない。従って、 $\alpha$  が極大値を取るときの圧縮縁ひずみ  $\varepsilon_{cm}$  の値はコンクリートの強度  $f_p$  と強度上昇率  $K$  の関数として表すことができる。一組の  $(f_p, K)$  に対応する  $\varepsilon_{cm}$  を多数求め、それに重回帰分析を行って求めた式(13)を終局ひずみの算定式として提案する。

$$\frac{\varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{co}} = 1.465 + 0.315K - 0.168 \frac{f_p}{42} \quad (13)$$

ここで、 $\varepsilon_{co}$  は拘束コンクリート強度時のひずみであり、式(3)で与えられる。

次に、終局ひずみ  $\varepsilon_{cm}$  に対応する形状係数の算定式の誘導について述べる。式(13)を式(8)と式(9)に代入し更に数値積分することによって得られた形状係数の計算結果を、強度上昇率  $K=1.5$  の場合について Fig.5 に示す。 $\alpha\beta$  と  $\beta/2$  はともにコンクリート強度の増加に伴いほぼ直線的に減少するが、中立軸深さとは非線形的な関係にある。なお、Fig.5 に示すような結果は異なる  $K$  値の場合につ

いても成立することが、数値計算により確かめられている。

Fig.5 に示す結果より、形状係数の算定式は、 $K, f_p, X_n$  の関数として次式により表される。

$$\alpha\beta = A(K, X_n) - B(K, X_n) \frac{f_p}{42} \quad (14)$$

$$\frac{\beta}{2} = C(K, X_n) - D(K, X_n) \frac{f_p}{42} \quad (15)$$

更に、強度上昇率  $K$  と中立軸深さ比  $X_n$  を変動させることによって、式(14)と式(15)における4つの係数を多数求めたうえ、回帰分析を行った結果、次式が得られた。

$$A(K, X_n) = \frac{0.723 + 0.061K}{0.112 + X_n} X_n \quad (16)$$

$$B(K, X_n) = \frac{0.048K^{-2}}{0.072K^{-1.5} + X_n} X_n \quad (17)$$

$$C(K, X_n) = (0.476 + 0.051K)(1 - 0.132X_n^2) \quad (18)$$

$$D(K, X_n) = 0.017[1 - (0.024 + 0.187K)X_n^2] \quad (19)$$

### 3. 曲げ終局強度の算定方法

#### 3.1 計算手順

柱の曲げ終局強度の計算は、断面の軸力と曲げモーメントの相関関係（以下  $N$ - $M$  相関関係と称す）の計算に帰結することができる。円形鋼管横補強柱の  $N$ - $M$  相関関係を求めるにあたって設けた仮定は以下の通りである。

- 1) 平面保持の仮定
- 2) コンクリートは引張応力を負担しない。
- 3) 主筋は剛塑性材料とする。
- 4) 主筋が負担する軸力および曲げモーメントは、主筋を Fig.6 に示す方法で置換した等価軸鋼管を用いて計算する。

仮定 3)と 4)は主筋の軸力と曲げモーメントの算定式を陽な形で構成するための仮定である。

円形鋼管横補強柱断面の  $N$ - $M$  相関関係の計算手順は以下の通りである。

- 1) 補強用鋼管の径厚比や材料の強度を式(3)と式(6)に代入し、拘束コンクリートの強度上昇率  $K$  及び強度時ひずみ  $\epsilon_{co}$  を求める。
- 2) 断面の中心角  $\theta$  ( $0 \sim \pi$  (rad)) の初期値（例えば  $0.02\pi$ ）を与える。
- 3) 中立軸深さ比  $X_n$  と深さ  $X$  を次式で求める。  

$$X_n = X/D_c = 0.5(1 - D_s \cos \theta / D_c) \quad (20)$$
式中各記号の意味は Fig.6 を参照されたい。
- 4) 式(14)～式(19)により等価応力ブロックの形状係数  $\alpha\beta$  と  $\beta/2$  を求める。
- 5) コンクリートが負担する軸力  $N_B$  及び断面中央軸回りのモーメント  $M_B$  を式(7)で求める。
- 6) 上記の仮定 3)と仮定 4)に基づき、主筋が負担する軸力  $N_s$  及び断面中央軸回りの曲げモーメント  $M_s$  を次式で求める。

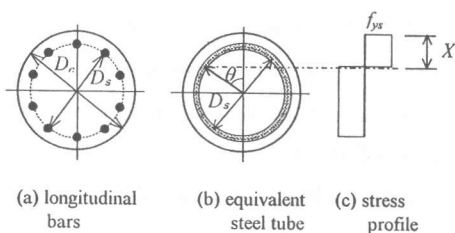


Fig.6 Idealization of equivalent axial steel tube

$$N_s = f_{ys} p_g D_c^2 (2\theta - \pi) / 4 \quad (21)$$

$$M_s = f_{ys} p_g D_c^2 D_s \sin \theta / 4$$

ここで、 $f_{ys}$  は主筋の降伏点応力である。

- 7) 断面の軸力  $N$  と曲げモーメント  $M$  を次式により求める。

$$N = N_B + N_s, \quad M = M_B + M_s \quad (22)$$

- 8)  $\theta$  の値を漸増させ、ステップ 3)に戻る。この操作を  $\theta = \pi$  になるまで繰り返す。

#### 3.2 提案手法の妥当性に関する検証

本論で提案した計算方法の妥当性を、既往の実験結果と比較することによって行う。比較に用いた試験体の詳細と比較の結果をそれぞれ Table.2 と Fig.7 に示す。なお、曲げ耐力の実験値は部材角が  $0.02\text{rad}$  までの正加力時の最大水平力に対応する材端曲げモーメントで、軸力による二次モーメントを含んでいる。また、比較のため、鋼管の拘束効果を無視した場合の曲げ終局強度の計算値と実験値との比較も Fig.7 に示す。

Fig.7 より分かるように、鋼管の拘束効果を考慮に入れた提案手法で求めた曲げ終局強度の計算

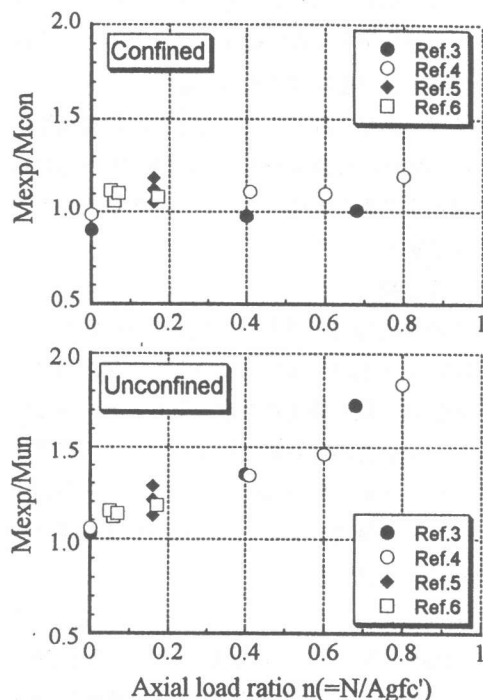


Fig.7 Comparison between experimental and theoretical ultimate moments

Table.2 Details and results of circularly retrofitted columns available

| Specimen                                                                  | Ref.                              | $f_c$ | $p_g$ | $D_c$ | Steel tube |          | M   | N    | N    | $V_{max}$ | $R_{max}$ | $M_{exp}$ | $M_{con}$ | $M_{un}$                     | $M_{exp}$ | $M_{exp}$ |      |      |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|------------|----------|-----|------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------------------------|-----------|-----------|------|------|
|                                                                           | No.                               | (MPa) | (%)   | (mm)  | D/t        | $f_{yt}$ | VD  | (kN) | Agfp | (kN)      | (rad)     | (kN-m)    | (kN-m)    | (kN-m)                       | $M_{con}$ | $M_{un}$  |      |      |
| CH10-0                                                                    | 3                                 | 42.9  | 5.87  | 166   | 30         | 330      | 1   | 0    | 0.00 | 169       | 0.06      | 25.6      | 28.2      | 24.8                         | 0.91      | 1.03      |      |      |
| CH10-35                                                                   |                                   | 42.5  |       |       |            |          |     | 370  | 0.40 | 258       | 0.06      | 44.0      | 45.1      | 32.6                         | 0.98      | 1.35      |      |      |
| CH10-58                                                                   |                                   | 40.1  |       |       |            |          |     | 588  | 0.68 | 301       | 0.06      | 51.6      | 51.2      | 29.9                         | 1.01      | 1.73      |      |      |
| CH10-0                                                                    | 4                                 | 46.5  | 5.64  | 165   | 74         | 288      | 1   | 0    | 0.00 | 177       | 0.06      | 26.3      | 26.2      | 24.9                         | 1.00      | 1.05      |      |      |
| CH10-40                                                                   |                                   | 41.4  |       |       |            |          |     | 356  | 0.41 | 240       | 0.03      | 42.7      | 38.5      | 31.8                         | 1.11      | 1.34      |      |      |
| CH10-60                                                                   |                                   | 40.3  |       |       |            |          |     | 518  | 0.60 | 250       | 0.025     | 44.7      | 40.7      | 30.6                         | 1.10      | 1.46      |      |      |
| CH10-80                                                                   |                                   | 43.2  |       |       |            |          |     | 741  | 0.80 | 274       | 0.02      | 50.5      | 42.3      | 27.5                         | 1.19      | 1.84      |      |      |
| 2                                                                         | 5                                 | 38.6  |       |       | 133        | 290      | 6   | 1800 | 0.16 | 250       | 0.025     | 1013      | 964       | 901                          | 1.05      | 1.12      |      |      |
| 4                                                                         |                                   | 38.1  |       |       |            | 1800     |     | 0.16 | 285  | 0.045     | 1086      | 969       | 898       | 1.12                         | 1.21      |           |      |      |
| 6                                                                         |                                   | 37.5  |       |       |            | 1800     |     | 0.16 | 298  | 0.053     | 1152      | 974       | 895       | 1.18                         | 1.29      |           |      |      |
| C2R                                                                       | 6                                 | 34.0  | 2.46  | 622   | 133        | 347      | 2   | 599  | 0.06 | 734       | 0.044     | 796       | 752       | 712                          | 1.06      | 1.12      |      |      |
| C4R                                                                       |                                   | 1800  |       |       |            |          |     | 0.17 | 957  | 0.041     | 1056      | 977       | 896       | 1.08                         | 1.18      |           |      |      |
| C6R                                                                       |                                   | 199   |       |       | 286        |          | 599 | 0.05 | 1024 | 0.055     | 1100      | 986       | 957       | 1.12                         | 1.15      |           |      |      |
| C8R                                                                       |                                   |       |       |       |            |          | 1.5 | 599  | 0.07 | 1228      | 0.052     | 1062      | 963       | 935                          | 1.10      | 1.14      |      |      |
| M/VD:                                                                     | shear span ratio of test column   |       |       |       |            |          |     |      |      |           |           |           |           | Ag: area of concrete section |           | mean      | 1.07 | 1.29 |
| Vmax:                                                                     | experimental maximum lateral load |       |       |       |            |          |     |      |      |           |           |           |           | Rmax: drift ratio at Vmax    |           | St.dev    | 0.08 | 0.24 |
| Mexp: measured ultimate moment before R=0.02rad                           |                                   |       |       |       |            |          |     |      |      |           |           |           |           |                              |           |           |      |      |
| Mcon: ultimate moment calculated by the proposed method                   |                                   |       |       |       |            |          |     |      |      |           |           |           |           |                              |           |           |      |      |
| Mun: ultimate moment calculated ignoring confinement effect of steel tube |                                   |       |       |       |            |          |     |      |      |           |           |           |           |                              |           |           |      |      |

値は実験結果を比較的精度良く評価している。曲げ終局強度の実験値と計算値との比は 0.91~1.19 で、平均値が 1.07、標準偏差が 0.08 となっている。一方、鋼管の拘束効果を無視して得られた計算値は実験結果を平均で約 30%過小評価し、実験値と計算値との差は軸力の増大に伴い大きくなっていく傾向が見られる。このことは、円形鋼管横補強柱の曲げ終局強度を適切に評価するためには、鋼管の拘束効果を考慮に入れることが重要であることを示唆している。

#### 4. まとめ

鋼管の拘束効果を考慮に入れた、円形断面柱の曲げ圧縮域におけるコンクリートの等価応力ブロックの形状係数の算定式を定式化し、それを用いた曲げ終局強度の略算法を提案した。この略算法により求めた曲げ終局強度の計算値は、実験結果を精度良く評価できることを既往の実験結果との比較により実証した。

#### 「参考文献」

- 1) 崎野健治, 孫玉平: 直線型横補強材により拘束されたコンクリートの応力-ひずみ関係, 日本建築学会構造系論文集, No. 461, pp. 95-104, 1994.7
- 2) 孫玉平, 崎野健治: 正方形鋼管横補強鉄筋コンクリー

ト柱の曲げ終局強度の算定法, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No. 2, pp. 131-136, 1996.6

- 3) Tomii, M. et al.: Ultimate Moment of Reinforced Concrete Short Columns Confined in Steel Tube, Pacific Conference on Earthquake Eng., New Zealand, pp. 11-22, August 1987
- 4) 崎野健治ほか: 薄肉鋼管で横補強された鉄筋コンクリート短柱の繰返し曲げせん断性状, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 11, No.2, pp. 513-518, 1996.6
- 5) Priestley, M.N.J. et al.: Seismic Retrofit of Circular Bridge Columns for Enhanced Flexural Performance, ACI Structural Journal, Vol.88, No.5, pp.572-584, Sep./Oct. 1991
- 6) Priestley, M.N.J. et al.: Steel Jacket Retrofitting of Reinforced Concrete Bridge Columns for Enhanced Shear Strength, ACI Structural Journal, Vol. 94, No. 5, p. 537-, Sep./Oct. 1994
- 7) 肖岩, 富井政英, 崎野健治: コンファインドコンクリートの3軸圧縮挙動に関する実験的研究, コンクリート工学論文集, Vol.2, No. 1, pp. 1-14, 1991.1
- 8) Sato, T.: Effect of Confinement on Ductile Behavior of Reinforced Concrete Short Columns, Transactions of the JCI, Vol. 10, pp. 337-344, 1988
- 9) 孫玉平, 崎野健治, Akdan Amin: 鋼管横補強鉄筋コンクリート柱の曲げ圧縮性状, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No. 2, pp. 393-398, 1995.6