

# 論文 水和反応によるクリープ特性としての自己収縮に関する解析的研究

加藤克規<sup>\*1</sup>・笠井哲郎<sup>\*2</sup>・大下英吉<sup>\*3</sup>

**要旨：**本研究は、セメント・コンクリート材料の自己収縮を詳細に評価することのできる数値モデルの確立を目的として、大下らが構築した水・コンクリート骨格連成解析手法に自己収縮の影響を考慮したモデルの導入を行った。そして、実測結果との比較により本モデルの適用性評価を行った。さらに、現在の自己収縮実測値の問題点を指摘するとともに、自己収縮に含まれる1大気圧によるクリープ特性の影響評価を行った。

**キーワード：**自己収縮、水和収縮、間隙水圧、有効応力、粘弾性

## 1. はじめに

セメント・コンクリートの自己収縮の研究は、水結合材比が小さく、単位結合材量の多い高流動コンクリートや高強度コンクリートの開発、進歩に伴って、現在多くの実績が積み重ねられており、既に土木学会コンクリート標準示方書において自己収縮を考慮した記述を行っている。この種のコンクリートに限らず、マスコンクリートにおいても、温度応力やひび割れに及ぼす自己収縮の影響は非常に大きく<sup>1)</sup>、その導入も検討されつつある。

自己収縮の発生メカニズムは、水和発熱反応により形成される内部空隙（水隙）の負圧と骨格の圧縮力という不安定な応力状態によるものであり、安定な状態に移行する現象に起因して生じる両物質間の応力緩和により発生するものである。言い換えれば、水和発熱反応による一種のクリープ現象である。このような現象に加えて、1大気圧の外力によるクリープ現象が加わったものと考えられる。特に、後者は水和発熱進行過程において生じる上述のような不安定応力状態においては、非常に大きな影響を及ぼすため<sup>2)</sup>、自己収縮をより複雑なものとしているであろう。すなわち、既存の自己収縮の実測値は、単に水和発熱反応によるクリープ変形と

しての値のみを測定しているのではなく、1大気圧の外力によるクリープ変形も同時に測定していることになる。したがって、1大気圧以外の新たな外力が作用した場合の変形特性に及ぼす自己収縮の影響を詳細に評価するためには、まず、不安定応力状態にあるセメント・コンクリートに1大気圧が作用することによるクリープ特性を詳細に評価しておく必要がある。このことはすなわち、水和発熱反応によるクリープ変形としての自己収縮と1大気圧によるクリープ現象との分離を行うことを意味しており、1大気圧以外の外力が作用した場合の自己収縮の影響を詳細に評価することにつながることは言うまでもない。

そこで本研究では、自己収縮を評価することのできるモデルを導入した水・コンクリート骨格連成解析手法の構築を行い、構築した解析手法に1大気圧の影響を考慮した結果と既存の自己収縮実測結果との比較により、その適用性評価を行った。そして、1大気圧の影響を除去した自己収縮、すなわち水和発熱反応のみによる自己収縮とクリープ変形との完全な分離を行った。さらに、既存の実測された自己収縮に含まれる1大気圧によるクリープ変形の影響評価も実施した。

<sup>\*1</sup> 東海大学学生 工学部土木工学科 (正会員)

<sup>\*2</sup> 東海大学講師 工学部土木工学科 工博(正会員)

<sup>\*3</sup> 中央大学助教授 理工学部土木工学科 工博(正会員)

## 2. 水和発熱反応によるクリープ変形としての自己収縮モデル

水和発熱反応過程におけるセメント・コンクリート内部の応力状態は、図-1 に示すように、内部空隙（水隙）の負圧と骨格の圧縮力という不安定な初期応力状態である。外力をゼロと仮定すると、安定な応力状態は両物質の応力ともゼロであり、同図に示すように、不安定な初期応力状態から安定応力状態へと移行するために両物質間での応力のやり取りが生じることになる。すなわち、この現象がゼロ外力下における自己収縮であり、両物質の応力状態が安定になるように図-2 に示すクリープ現象が生じることになる。

そこで本研究では、水和発熱反応によるクリープ変形としての自己収縮モデルである粘弾性ひずみ  $d\{\varepsilon^w\}$  に次式で示す石川ら<sup>3)</sup>が構築した Dirichlet 級数近似により増分型で表した粘弾性モデルを採用し、セメント・コンクリート骨格および間隙水の両者に導入することにした。

$$d\{\varepsilon^w\} = \frac{\Delta\sigma}{E''} + \Delta\varepsilon'' \quad (1)$$

$$\frac{1}{E''} = \sum_{\mu=1}^N \frac{1-\lambda_{\mu}}{C_{\mu(r+1/2)}}$$

$$\Delta\varepsilon'' = \sum_{\mu=1}^N \left\{ 1 - \exp(-\Delta y_{\mu}) \right\} \gamma_{\mu(r)}$$

ここで、 $\Delta\sigma$  は応力増分であり、 $E''$ 、 $\Delta\varepsilon''$  は級数展開にて算出される項である。

粘弾性モデルをセメント・コンクリート骨格および間隙水に導入することにより、両物質間における応力のやり取りによるクリープ現象が評価できるわけである。

### 3. 自己収縮モデルを導入した水・コンクリート骨格連成解析手法

セメント・コンクリートは、凝結によりセメント硬化体が形成されると、水和の進行により空隙が硬化体中に形成される。これは、水和により形成される空隙（水隙）であり、これに凝結開始時点における収縮と自己収縮とを合わせ

たものが水和収縮<sup>4)</sup>と呼ばれている。このような空隙（水隙）の水和による形成すなわち水和の進行による体積収縮により、空隙（水隙）の負圧と骨格の圧縮力という不安定な初期応力状態を生じるわけであり、この体積収縮が水和発熱反応によるクリープ特性としての自己収縮を生じさせる原因と考えることができるであろう。したがって、水和による自己収縮を詳細に評価するためには、水和の進行による体積収縮を精度良く評価するとともに、その影響を水・コンクリート骨格連成解析手法に導入しなければならない。

#### 3.1 水和の進行による体積収縮

水和の進行による体積収縮は、次式のように表すことができる。

$$\frac{\eta\gamma_p}{\rho_w} \frac{dC_H}{dt} \quad (2)$$

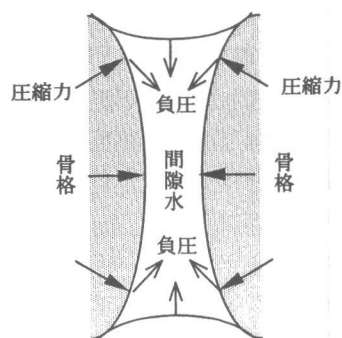


図-1 不安定初期応力状態

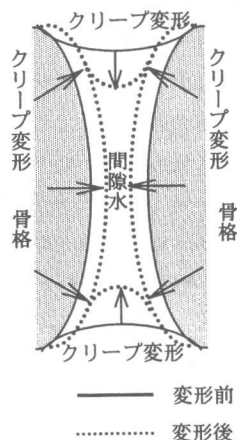


図-2 不安定初期応力状態による変形

ここで、 $\eta$  は水和反応によりゲル空隙となる割合、 $\gamma_p$  はセメントの完全水結合比であり 0.25～0.38 の値（本解析では 0.25）を取り、 $\rho_w$  は水の密度、 $C_H$  は単位体積当たりのセメント中で水和しているセメントの重量であり、セメントの反応率に比例する量である。笠井ら<sup>9)</sup>は、図-3に示すように、セメントの各鉱物組成の反応率を材齢の関数で実験的に求めている。そして、セメントの反応率は近似的ではあるが次式に示すように、各鉱物組成の反応率に含有率を乗じたもので表すことにする。

$$\begin{aligned} hyd(t)_{cem} = & hyd(t)_{C3S} \times w_{C3S} + \\ & hyd(t)_{C2S} \times w_{C2S} + \\ & hyd(t)_{C3A} \times w_{C3A} + \\ & hyd(t)_{C4AF} \times w_{C4AF} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $hyd(t)$  は、各材齢での反応率、 $w$  は含有率である。また、下添え字 *cem*, *C3S*, *C2S*, *C3A*, *C4AF* は、それぞれセメント、エーライト、ビーライト、アルミネートおよびフェライトを表している。

このように、セメントの反応率を各鉱物組成の反応率で記述することにより、体積収縮にセメントの種類による影響を考慮することができるわけである。

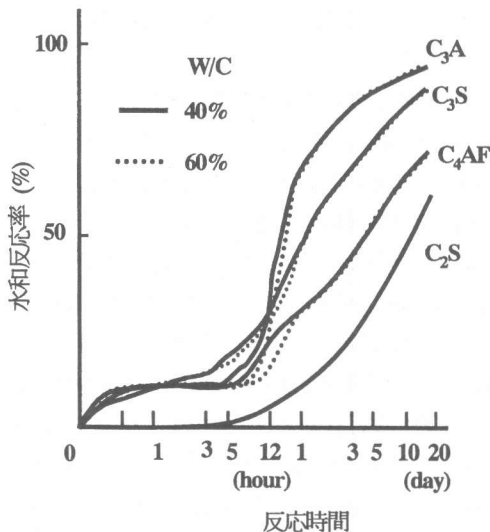


図-3 セメントの各鉱物組成の水和反応率<sup>9)</sup>

### 3.2 自己収縮モデルを導入した2相多孔質材料の支配方程式

2相多孔質材料としてのセメント・コンクリートの支配方程式は、間隙水の質量保存則と力の釣り合い式を同時に満足しなければならない<sup>2)</sup>。

まず、間隙水の質量保存則に自己収縮モデルおよび水和の進行による体積収縮を考慮すると、間隙水の質量保存則は次式のようなマトリックス形式で表すことができる。

$$\begin{aligned} -H\{\bar{p}\} - L^T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - S \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} \\ - W \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} - \frac{d\{g_p\}}{dt} - \frac{d\{f_p^{vs}\}}{dt} + \{f_p^{ext}\} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $d\{\bar{u}\}$ 、 $d\{\bar{p}\}$  は、それぞれ節点変位ベクトル増分、節点間隙水圧増分である。また、各マトリックスおよびベクトルは、以下に示す通りであり、詳細は文献2)に記載されている。

$$H = \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T \frac{k}{\rho_w} \nabla \bar{N} d\Omega, S = \int_{\Omega} \bar{N}^T \frac{\xi}{k_f} \bar{N} d\Omega$$

$$L^T = \xi \int_{\Omega} \bar{N}^T \{m\}^T B d\Omega$$

$$W = \int_{\Omega} \bar{N}^T \{3(1-\xi)\alpha - 3\xi\mu\} \bar{N} d\Omega$$

$$\begin{aligned} f_p^{ext} = & \int_{\Omega} \bar{N}^T q / \rho_w d\Omega - \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T \frac{k}{\rho_w} \nabla \rho_w z d\Omega \\ & + \int_{\Gamma} \bar{N}^T \{v\}^T \cdot n \mu \Gamma \end{aligned}$$

$$g_p = \int_{\Omega} \bar{N}^T \frac{V_c}{V} \frac{\eta \gamma_p}{\rho_w} C_H d\Omega$$

$$f_p^{vs} = \int_{\Omega} \{ (1-\xi) \frac{V_c}{V} - \xi \} \{m\}^T \{e^{ve}\} \mu d\Omega$$

次に、有効応力増分は既往の研究<sup>2)</sup>に自己収縮モデルおよび水和の進行による体積収縮を考慮すると、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} d\{\sigma'\} = & [D_s^{ep}] d\{e^t\} - d\{e^{pr}\} - \\ & d\{e^p\} - \frac{V_c}{V} d\{e^{ve}\} - \frac{V_c}{V} d\{e^{hyd}\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、ひずみ成分の上付き添え字 *t*, *pr*, *p*, *ve*, *hyd* は、それぞれ全ひずみ、間隙水圧による骨格のひずみ、塑性ひずみ、粘弾性（自己収縮）ひずみおよび水和の進行による体積収縮ひずみを表している。また、 $V, V_c$  は、それぞれコンク

リート体の全体積およびセメントペーストの体積である。

いま、間隙水圧  $p$  が存在する場合の全応力  $\{\sigma\}$  と有効応力  $\{\sigma'\}$  の関係は、次式により表すことができる。

$$\begin{aligned}\{\sigma\} &= \{\sigma'\} - \{m\}p \\ \{m\} &= [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]\end{aligned}\quad (6)$$

ここで、符号の定義は、応力に関しては引張を正、水圧に関しては圧縮を正としている。

そして、仮想仕事を用いた力の釣り合い式は次式のマトリックスで表すことができる。

$$K_T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - L \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} - A \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} - \frac{d\{\bar{f}\}}{dt} = 0 \quad (7)$$

なお、各マトリックスおよびベクトルは、以下に示す通りであり、詳細は文献2) にゆずる。

$$\begin{aligned}K_T &= (1-\xi) \int_{\Omega} B^T D_s^{ep} B d\Omega \\ L &= \xi \int_{\Omega} B^T \{m\} \bar{N} d\Omega \\ A &= (1-\xi) \int_{\Omega} B^T D_s^{ep} \{m\} \alpha \bar{N} d\Omega \\ \{\bar{f}\} &= \int_{\Omega} N^T \{b\} d\Omega + \int_{\Gamma} N^T \{t\} d\Gamma + \\ &\quad (1-\xi) \frac{V_c}{V} \int_{\Omega} B^T D_s^{ep} \{\epsilon^{cr}\} d\Omega \\ \{\bar{f}\} &= \int_{\Omega} N^T \{b\} d\Omega + \int_{\Gamma} N^T \{t\} d\Gamma + \\ &\quad (1-\xi) \frac{1}{3} \frac{V_c}{V} \frac{\eta \gamma_p}{\rho_w \rho_c} C_H \int_{\Omega} B^T D_s^{ep} \{m\} \bar{N} d\Omega + \\ &\quad (1-\xi) \frac{V_c}{V} \int_{\Omega} B^T D_s^{ep} \{\epsilon^{ve}\} d\Omega\end{aligned}$$

そして、式(4)、(7)を連成させることにより、自己収縮モデルを導入した2相多孔質材料の支配方程式が次式のように求まるわけである。

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_T & -L \\ -L^T & -S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} \\ \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \frac{d\{\bar{f}\}}{dt} + A \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} \\ W \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} - \frac{d\{f_p^{ve}\}}{dt} - \{f_p^{ext}\} + \frac{d\{g_p\}}{dt} \end{Bmatrix} \quad (8)\end{aligned}$$

すなわち、節点変位ベクトルと節点間隙水圧

を未知数として境界条件を代入することにより、水和進行過程における内部空隙（水隙）の負圧の程度と骨格の圧縮力が求まり、これを不安定初期応力としたクリープ変形が自己収縮として自動的に求まることになるわけである。

#### 4. 自己収縮モデルを導入した水・コンクリート骨格連成解析手法の適用性評価

自己収縮測定実験に3.において構築された水・コンクリート骨格連成解析手法を適用し、その適用性の評価を行う。解析の対象とした自己収縮測定実験は、宮沢ら<sup>6)</sup>が行った4×4×16cmの形状寸法を持つセメントペースト供試体である。なお、セメントの種類は普通セメントおよび早強セメントの2種類であり、W/Cは30%である。解析に用いたヤング係数は、材齢28日の時点において普通セメントでは38.9kN/mm<sup>2</sup>、早強セメントで39.1kN/mm<sup>2</sup>であり、各解析ステップにおける値はACI-363式<sup>7)</sup>を用いて推定を行った。また、それぞれのセメントの鉱物組成は、文献5に記載された値を用いた。このような材料定数を用いて自己収縮の解析的評価を行うわけであるが、解析を行う上での特徴は、実現象を詳細に模擬するために、解析中は常に1大気圧を外力として供試体全表面に作用させていることである。

自己収縮の実測結果と解析結果を図-4、5に示す。図-4は普通セメント、図-5は早強セメントに対応するものであり、各図中の記号○は実測結果、●は解析結果を表している。

まず、両図から、本解析手法は実測結果を非常に精度良く評価しており、本解析手法の適用性評価が確認できる。自己収縮は、セメントの凝結開始（実験では0.1日を基準）後徐々に増加し、その勾配は材齢とともに急激になっており、本解析範囲内での最大値は普通セメントで約1300μ、早強セメントで約2000μである。解析結果は、このような傾向も精度良く評価していることが確認できる。

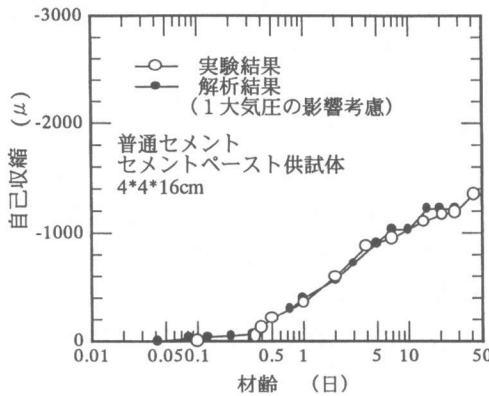


図-4 自己収縮解析結果（普通セメント）

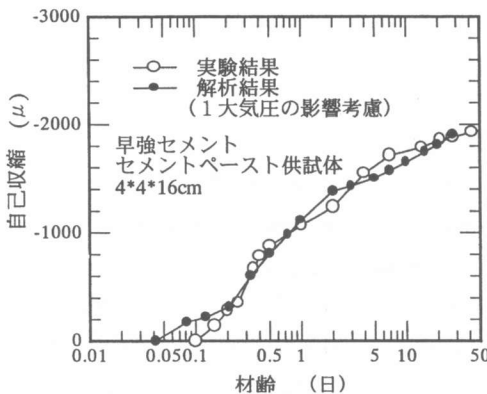


図-5 自己収縮解析結果（早強セメント）

### 5. 水和発熱反応によるクリープ変形としての自己収縮と1大気圧によるクリープ変形

現存の自己収縮実測値には、水和発熱反応によるクリープ変形としての自己収縮と1大気圧によるクリープ変形が同時に混在したものである。したがって、両クリープ変形を分離することは、自己収縮の詳細な評価を行うためにも、自己収縮の精度良い予測式の確立のためにも、さらには1大気圧以外の外力が作用した場合の変形特性に及ぼす自己収縮の影響を詳細に評価するためにも必要である。これらのことは、セメントの種類などの影響により、自己収縮に及ぼす外力作用時のクリープ変形の影響が全く異なるためである<sup>4)</sup>とともに、初期応力状態により

外力によるクリープの影響が異なるためである。

前章と全く同じ条件の下で水和発熱反応によるクリープ変形としての自己収縮と1大気圧によるクリープ変形が同時に混在した結果（実測値に対応のため、以下では実測の自己収縮と称する）と水和発熱反応のみによる自己収縮の解析結果を図-6、7に示す。図-6は普通セメントに対する結果、図-7は早強セメントに対する結果であり、各図中の記号●は水和発熱反応のみによる自己収縮、○は水和発熱反応と1大気圧による

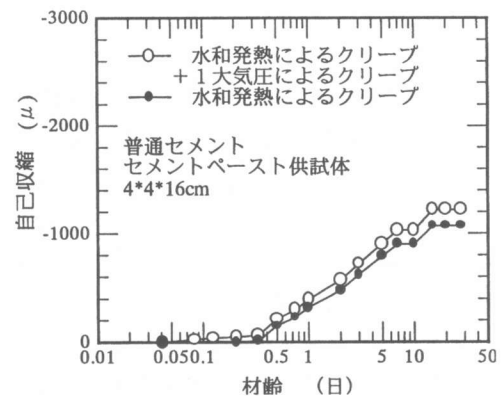


図-6 水和発熱反応としてのクリープ変形と1大気圧によるクリープ変形  
の分離（普通セメント）

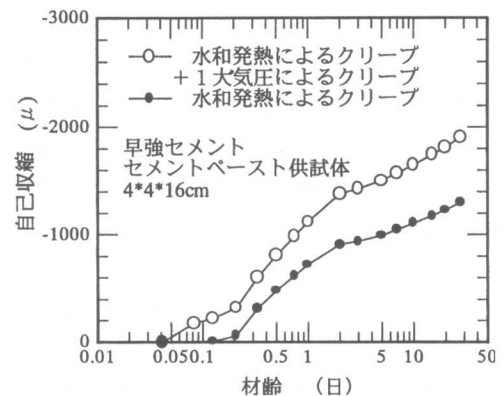


図-7 水和発熱反応としてのクリープ変形と1大気圧によるクリープ変形  
の分離（早強セメント）

よるクリープ（実測値に対応）である。すなわち、2つの曲線の差が、1大気圧によるクリープ変形を示していることになる。

まず、普通セメントでは、両クリープ変形の差異は殆どなく、1大気圧による影響は材齢28日の時点で約 $100\mu$ である。一方、早強セメントでは、両者の差異は材齢とともに大きくなり、1大気圧による影響は材齢28日の時点で約 $600\mu$ であり、これは実測された自己収縮の約 $1/3$ に相当する。このことから推測すると、水結合材比が小さく、単位結合材量が多くなると、実測された自己収縮に及ぼす1大気圧によるクリープ変形の影響が大きくなるとともに、1大気圧以外の外力作用時の変形特性にも大きな影響を及ぼすことも予想される。このように、初期応力状態によっては、1大気圧という比較的小さな外力であっても、クリープ変形は水結合材比や単位結合材量により無視し得ない程の大きな影響を及ぼすことが判明した。

一般のコンクリート構造物では、表面からの水分逸散現象により断面内で含水率分布を生じするため、不安定初期応力状態も断面内で異なってくる。したがって、1大気圧によるクリープ変形も断面内で異なるため、1大気圧の影響も考慮に入れた従来の自己収縮測定法では、より一層の不均一性を生じることになる。すなわち、自己収縮は水和発熱反応のみによるクリープ変形として捉えることが重要であるものと考えられる。なお、ここで示した結果は、解析のみによるものであるため、実現象の確認は今後の重要な課題である。

## 6. まとめ

本研究では、既存の自己収縮を水和発熱反応によるクリープ変形と1大気圧によるクリープ変形との和であると捉え、自己収縮を詳細に評価することのできるモデルを導入した水・コンクリート骨格連成解析手法の拡張を行い、自己収縮実測結果との比較により、その適用性評価

を行った。さらに、既存の自己収縮実測結果に含まれる1大気圧の影響を評価するとともに、水和発熱反応によるクリープ特性としての自己収縮と1大気圧によるクリープ変形との完全分離を行った。以下に、その結果をまとめる。

1) 拡張された水・コンクリート骨格連成解析手法は、既存の自己収縮実測結果を精度良く評価可能なものである。

2) 既存の自己収縮実測結果が、水和発熱反応によるクリープ変形と1大気圧によるクリープ変形に分離可能となった。

3) 既存の自己収縮が大きなセメントに関しては、1大気圧によるクリープ変形は大きく、既存の自己収縮実測結果に大きな影響を及ぼしている。

## 参考文献

- 1) Schrage, I., Mangold, M. and Sticha, J. : An Approach to High-Performance Concrete in Germany, 4<sup>th</sup> CANMET/ACI International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, Supplementary Papers, pp.493-511, 1992.
- 2) 大下英吉, 田辺忠顕 : コンクリート内部に発生する間隙水圧の予測とその影響評価に関する解析的研究, 土木学会論文集, No.514/V-27, pp.29-41, 1995.
- 3) 石川靖晃, 安藤直樹, 阿部博俊, 菊川浩治 : ビンガム流体から固体への遷移過程におけるコンクリートの構成則に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.1, pp.627-632, 1995.
- 4) 自己収縮研究委員会報告書, 日本コンクリート工学協会, 1996.
- 5) 笠井哲郎, 田澤栄一 : 硬化収縮の測定によるセメントの水和度の簡易推定法, 広島大学工学部研究報告, Vol.37, No.1, pp.23-29, 1988.
- 6) 宮澤伸吾 : 自己収縮および乾燥収縮によるコンクリートの自己応力に関する研究, 広島大学博士論文, 1992.
- 7) ACI Committee 363 : State of the Art Report on High Strength Concrete, ACI Journal, 1984.