

# 論文 クリープ・乾燥収縮モデルのばらつき感度

高海克彦<sup>\*1</sup>・浜田純夫<sup>\*2</sup>

**要旨:**コンクリート構造物の長期挙動を解析するために用いられる、各種予測式から得られる材齢修正有効弾性係数に着目し、影響要因をパラメーターとする1次近似2次モーメント法により、材齢修正有効弾性係数の感度およびばらつき感度(影響感度係数)を検討した。さらに、材齢修正有効弾性係数が正規分布に従うとして、確率分布関数を求め、確率特性について述べた。

**キーワード:**クリープ・乾燥予測式、材齢修正有効弾性係数、ばらつき感度、1次近似2次モーメント法

## 1.はじめに

コンクリート構造物の長期挙動の予測において、クリープ・乾燥収縮を如何に正確に捉えるかが予測精度を左右する。現在、我が国においては、標準示方書には独自のクリープ・乾燥収縮予測式<sup>1)</sup>が用いられている。そのほか、CEBコード式<sup>2)</sup>、ACIコード式<sup>3)</sup>、Bazantによる式<sup>4), 5)</sup>、Gardner式<sup>6)</sup>等、様々な予測式が提案されている。

これらの予測式は、長期にわたる数多くの実験に基づき提案されたものである。しかし、実験結果にはばらつきが多く、その程度も激しく40%にも達するという報告もある。こうしたばらつきを含むクリープ係数および乾燥収縮の予測式の精度については、過去にも様々な検証が試みられており、実験値との整合性や、強度や配合の内的要因および環境条件の外的要因に対する影響度解析が精力的に行われてきた<sup>7), 8)</sup>。

これら予測式を用いて、コンクリートはり構造物の長期解析を行う場合、履歴理論を用いる場合が多い。履歴理論では、クリープ構成則は最終的にクリープ係数あるいはクリープコプライアンスを用いた材齢修正有効弾性係数を短期解析のコンクリートのヤング係数に置き換えた、応力-ひずみ関係となる。

はり構造物の長期挙動解析においては、その解析結果は材料の特性や環境条件のみではなく、構造形態および断面構成により現象の現われ方

が異なる。例えば、斜張橋では、中央径間と側径間の径間比により中央径間の長期たわみは異なり、また断面に配置される鉄筋比によりクリープ、乾燥収縮の拘束度が異なるために、クリープひずみおよびクリープ応力の発現の仕方は異なる。しかし、履歴理論を用いる限り、コンクリートの特性として材齢修正有効弾性係数により、コンクリートの経時的特性値が表される。

著者らは先に鋼-コンクリート合成桁およびPRCはりの長期挙動解析において<sup>9), 10)</sup>、材料の特性値および環境要因のばらつきがはりの長期挙動に及ぼす影響を、1次近似2次モーメント法を用いて評価する手法を提示した。またその解析法の精度を別途行ったモンテカルロシミュレーションとの比較により検証した。その定式化において、クリープ・乾燥収縮変位の変動率決定方程式は、材齢修正有効弾性係数および乾燥ひずみ式に対する材料特性および環境要因による微係数によって終局的に構成されることがわかった。従って、構造解析の観点から、この微係数の経時変動を把握することは、解析精度の信頼性、および設計時の機能安全性を評価する上から重要と考えられる。

本論文は、クリープおよび乾燥収縮に関するCEBモデル<sup>2)</sup>、土木学会標準示方書のモデル(以下SCEモデル<sup>2)</sup>と記述する)、およびB3モデルとその簡略形(以下B3Fモデル<sup>4)</sup>とB3Sモデル<sup>5)</sup>と記述する)から求められる材齢修正有効弾性係数を

\*1山口大学助教授 工学部社会建設工学科 工博(正会員)

\*2山口大学教授 工学部社会建設工学科 Ph.D(正会員)

対象として、これに影響する各要因に対する感度と、これらのばらつきが材齢修正有効弾性係数に与える影響(影響感度係数)を、1次近似2次モーメント法により検討するものである。

## 2. 材齢修正有効弾性係数

クリープ係数およびクリープコプライアンスによって表示されるCEBモデル、JSCEモデル、B3SモデルおよびB3Fモデルを用いた材齢修正有効弾性係数 $E_a$ は次のように表される。

・CEBモデル

$$E_a = \frac{E_c(t_1)}{1 + \chi(t_2, t_1) \frac{E_c(t_1)}{E_c(28)} \phi_{CEB}(t_2, t_1)} \quad (1)$$

・JSCEモデル

$$E_a = \frac{E_c(t_1)}{1 + \chi(t_2, t_1) \phi_{JSCE}(t_2, t_1)} \quad (2)$$

・B3Fモデル、B3Sモデル

$$E_a = \frac{E_c(t_1)}{1 + \chi(t_2, t_1) [E_c(t_1) J(t_2, t_1) - 1]} \quad (3)$$

ここに、 $t_1$ は載荷時材齢、 $t_2$ は着目材齢である。 $E_c(t_1)$ 、 $E_c(28)$ は載荷時および28日におけるコンクリートの弾性係数である。 $\chi$ 、 $\phi$ 、 $J$ はそれぞれ材齢係数、クリープ係数、クリープコプライアンスを表す。なお、各モデルのクリープ係数およびクリープコプライアンスの詳細な記述ならびにその特性と適用範囲は、原文に譲る。

載荷材齢におけるコンクリートの弾性係数 $E_c(t_1)$ は、各コードの規定によるものであるが、JSCEモデルでは、CEBコードの経時式を用いている。また、B3SおよびB3Fモデルの $E_c(t_1)$ は各々クリープコプライアンスから算定される。

材齢係数は、クリープによるコンクリート応力のリラクセーションを考慮するために考慮される材齢とともに変化する係数であり、通常 0.6~0.9 の値を探る。この算定法にはいくつかあるが<sup>3)</sup>、ここでは個々のクリープ係数およびクリープコプライアンスを用いたリラクセーション関数から求める逐次算定法<sup>12)</sup>を使用した。

## 3. 1次近似2次モーメント法

材齢修正有効弾性係数は載荷時コンクリート弾性係数 $E_c(t_1)$ とコンクリート材齢 $t$ および内的・外的影響要因 $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )の関数として次のように表される。

$$E_a = E_a(E_c(t_1), x_1, x_2, \dots, x_n, t) \quad (4)$$

1次近似2次モーメント法によると、材齢修正有効弾性係数の期待値は、各影響要因の平均値 $\bar{x}_i$ を用いてそのまま計算できる。また、材齢修正有効弾性係数の分散は次式で表される。

$$Var[E_a] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial E_a}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \left( \frac{\partial E_a}{\partial x_j} \right)_{\bar{x}_j} \text{cov}[x_i, x_j] \quad (5)$$

ここに、 $\text{cov}[x_i, x_j]$ は影響要因 $x_i$ と $x_j$ の共分散を表す。なお、本研究では影響要因間に相関はないものと考えるので、影響要因の共分散は分散のみとなる。

個々の影響要因の材齢修正有効弾性係数に対する感度は、上の式(2)に現れる微係数によって表される。さらに、各影響要因のばらつきが材齢修正有効弾性係数のばらつきに与える程度(影響感度係数)は、次式によって表すことができる。

$$\alpha_i = \frac{V(E_a)_{x_i}}{V_{x_i}} \quad (6)$$

ここに、 $V_{x_i}$ は影響要因 $x_i$ のばらつきの変動係数であり、 $V(E_a)_{x_i}$ は影響要因 $x_i$ のみのばらつきによる材齢修正有効弾性係数のばらつきの変動係数である。

材齢修正有効弾性係数が他の材料定数と同じように正規分布に従うとすると、1次近似2次モーメント法で求めた、期待値および標準偏差から、確率分布関数が算定できる。確率分布関数は、材齢修正有効弾性係数の確率特性を表すものである。

## 4. 数値計算

### 4. 1 入力データ

計算対象はりは、文献11)で採り上げた支間長 18m の単純T型PRCはりとする。断面諸寸法は文献に譲るが、材齢修正有効弾性係数

表-1 材齢修正有効弾性係数の構成要因の平均値と変動係数

注) ○: 考慮する, ×: 考慮しない

確率量	単位	平均値	変動係数 %	CEBモデル		JSCEモデル		B3Fモデル		B3Sモデル	
				クリープ	乾燥ひずみ	クリープ	乾燥ひずみ	クリープ	乾燥ひずみ	クリープ	乾燥ひずみ
圧縮強度 $f_{ck}$	MPa	30	15	○	○	×	×	○	○	○	○
相対湿度 RH	%	70	20	○	○	○	○	○	○	○	○
部材仮想厚さ $h_0$	mm	277.4	5	○	○	×	×	×	×	×	×
有効断面厚さ $v_{os}$	mm	273.2	2	×	×	○	○	○	○	○	○
単位水量 $W_{at}$	Kg/m <sup>3</sup>	168	3	×	×	○	○	○	○	×	○
単位セメント量 $C_{em}$	Kg/m <sup>3</sup>	298	2	×	×	○	○	○	×	×	×
単位骨材量 $A_{gr}$	Kg/m <sup>3</sup>	1834	3	×	×	×	×	○	×	×	×
乾燥開始材齢 $t_0$	日	14	20	×	○	○	○	○	○	○	○
載荷開始材齢 $t_1$	日	14	5	○	×	○	×	○	○	○	×
載荷時弾性係数 $E_c(t_1)$	MPa	*	20	○	×	○	×	○	×	○	×
材齢修正係数 $\chi$	-	*	5	○	×	○	×	○	×	○	×

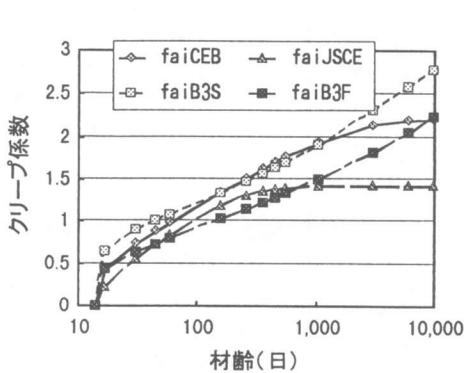


図-1 クリープ係数

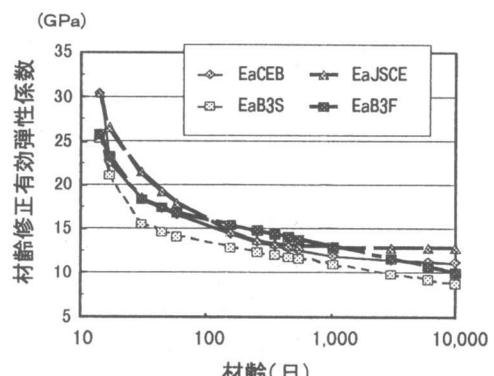


図-3 材齢修正有効弾性係数

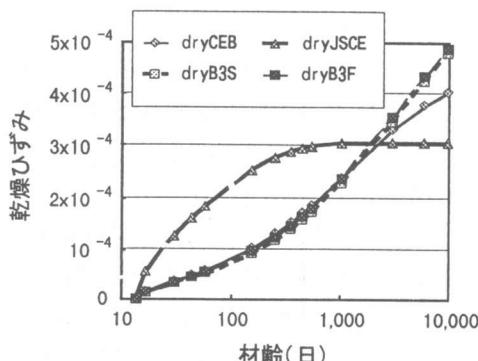


図-2 乾燥ひずみ

および乾燥ひずみの構成要因とその平均値ならびに変動係数を文献4)を参考とし表-1に示す。環境条件として湿度と温度があるが、いずれのモデルにも考慮される湿度のみをここではパラメーターとした。載荷材齢時の弾性係数は各コードによって規定されるが、この例ではコンクリートの圧縮度から、CEBモデルとJSCEモデルでは 30.4Gpa, B3Sモデルで 25.8Gpa, B3Fモデルで 25.3Gpa である。

#### 4.2 クリープ係数、乾燥ひずみおよび材齢修正有効弾性係数の期待値

本対象はりに対して、クリープ係数、乾燥ひずみ

みおよび材齢修正有効弾性係数の期待値を各モデルについて示すと、図-1,2,3のようになる。

材齢修正有効弾性係数の期待値は、CEBモ

デルとJSCEモデルでは材齢 10000 日でほぼ収束していると思われる。しかし、B3SモデルおよびB3Fモデルではクリープおよび乾燥が進行し、材齢修正有効弾性係数はさらに低減している。

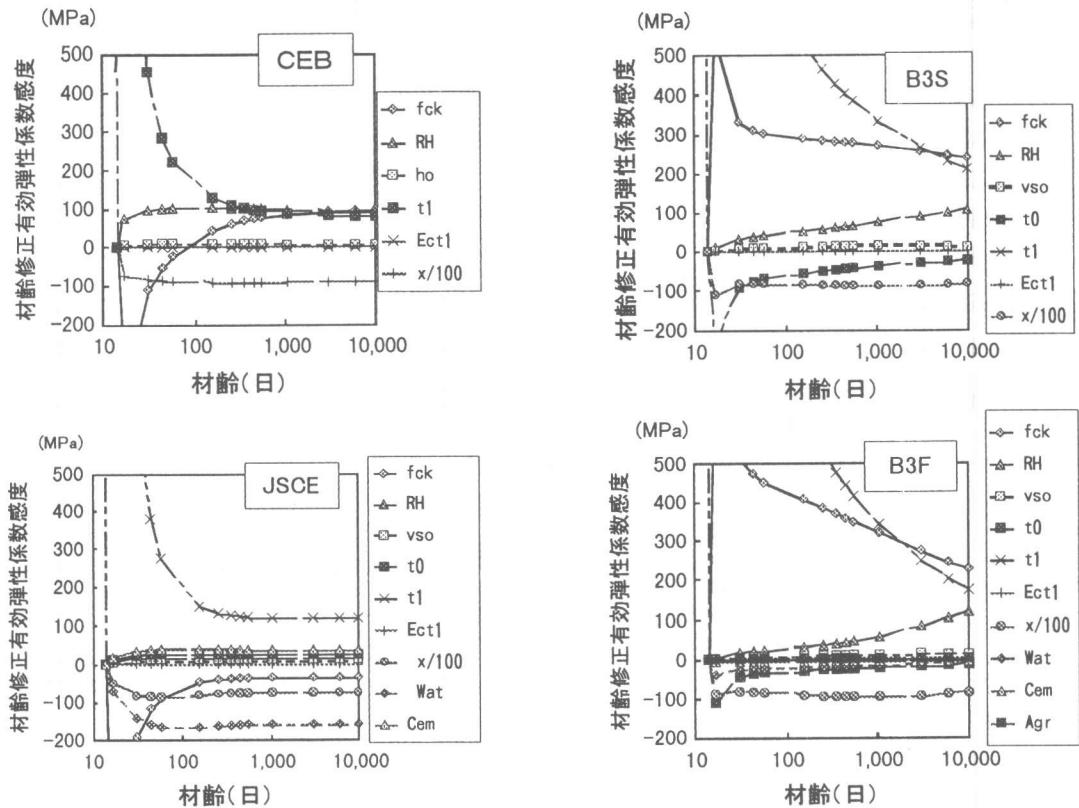


図-4 材齢修正有効弾性係数の感度(CEBモデル, JSCEモデル, B3Sモデル, B3Fモデル)

#### 4.3 材齢修正有効弾性係数の感度

図-4に、材齢修正有効弾性係数の各々の要因に対する感度を示す。ただし、材齢係数に関しては単位量の 1/100 として表した。また一部要因に対する感度は極めて大きくなるため、図面上そのピークは省いた。

4つのモデルとも材齢初期の段階(50~300 日)で載荷材齢 $t_1$ に対する感度が極めて大きい。即ちこの時期には載荷時材齢が材齢修正有効弾性係数に与える影響が大きいことを意味している。材齢修正有効弾性係数が低減関数であることから、載

荷材齢が1日のびると、その材齢における材齢修正有効弾性係数は期待値よりかなり大きくなる。1000日においても、載荷時材齢に対する感度は、他の要因に比べても大きい。

コンクリート強度は、CEBモデルとJSCEモデルでは、初期(材齢50日未満)で大きな負の感度を有し、その後増加している。ところが、B3SモデルとB3Fモデルでは、逆に初期材齢で大きな正の感度を有し、その後減少している。

CEBモデルとJSCEモデルでは、相対湿度による感度は材齢50日以降は一定で、CEBモデルにあっては材齢10000日で載荷時材齢およびコンク

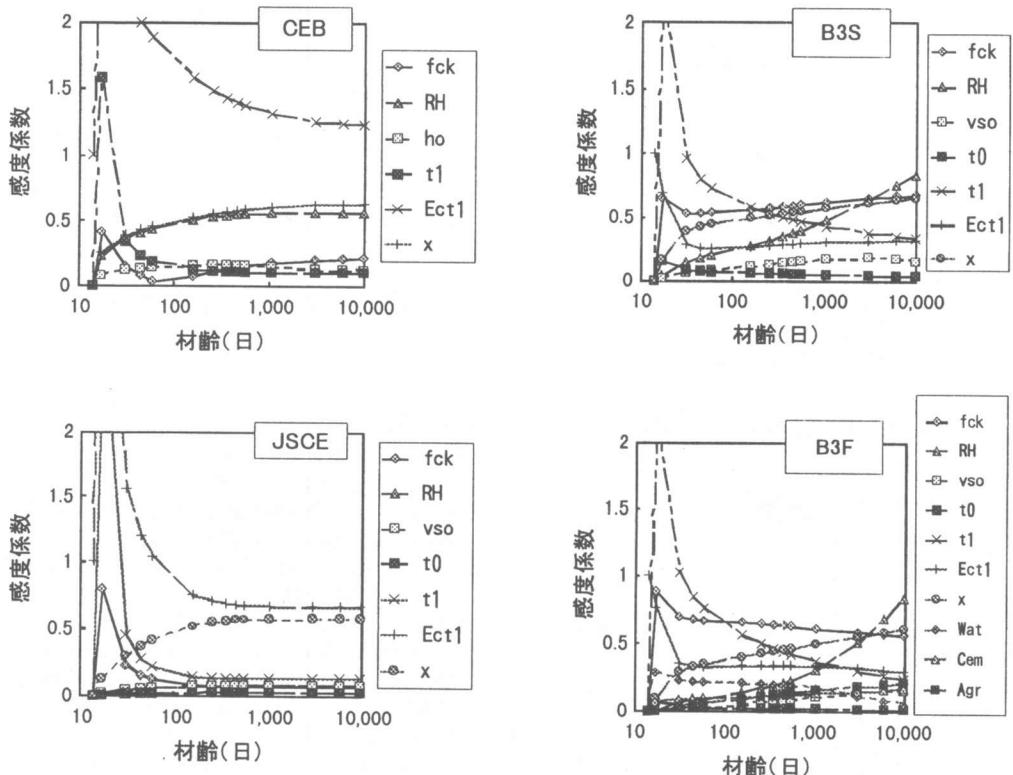


図-5 影響感度係数(CEBモデル, JSCEモデル, B3Sモデル, B3Fモデル)

リート強度に対する感度とほぼ同じとなっている。これに対し、B3Sモデル、B3Fモデルでは、材齢とともに相対湿度に対する感度が増加している。

#### 4.4 影響感度係数

材齢修正有効弾性係数のばらつきに対する各構成要因のばらつきの影響(影響感度係数)を、図-5に示す。材齢が50日未満では、CEBモデルとJSCEモデルでは載荷時のコンクリート弾性係数と載荷時材齢が、B3SモデルとB3Fモデルでは載荷時材齢、載荷時コンクリート弾性係数およびコンクリート強度 $f_{ck}$ のばらつきが、材齢修正有効弾性係数のばらつきに与える影響が大きいことがわかる。CEBモデルでは相対湿度と材齢係数のばらつきが材齢とともに影響感度係数を高めている。JSCEモデルでは材齢500日以降、載荷時弾性係数と材齢係数の影響がほぼ同程度に材齢修正弾性係数のばらつきに影響している。

一方、B3SモデルとB3Fモデルでは、CEBモデルやJSCEモデルと異なり載荷時弾性係数のばらつきの影響感度係数は急激に低下している。材齢1000日以降は、コンクリート強度と相対湿度のばらつきの影響感度係数が載荷時弾性係数のそれを上回り、特に相対湿度の影響感度係数は一層増加している。それ以外の要因(乾燥開始材齢、単位骨材量、体積表面積比)の影響感度係数は小さく、そのばらつきは材齢修正有効弾性係数にはほとんど影響しないと考えられる。

#### 4.5 確率分布関数

図-6、7に、材齢160日と10000日において、材齢修正有効弾性係数の構成要因が表-1の変動係数によってばらついたときの、材齢修正有効弾性係数の確率分布を示す。

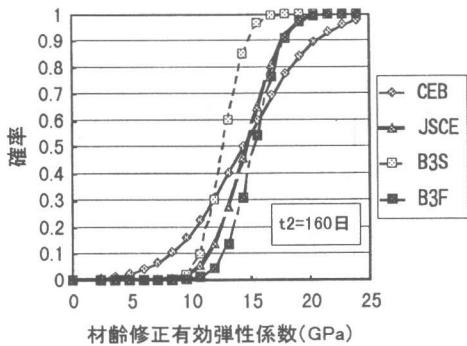


図-6 確率分布関数(160日)

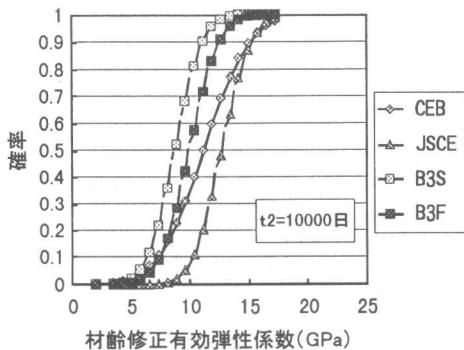


図-7 確率分布関数(10000日)

この図から、材齢160日ではCEBモデルが他のモデルに比べてばらつきが大きく、またJSCEモデルとB3Fモデルは同様の確率分布を有することがわかる。材齢10000日では、各モデルのばらつきの差異は小さく、期待値は異なるものの、JSCEモデルとB3SモデルおよびB3Fモデルのばらつきはほぼ同程度である。

## 5. まとめ

1次近似2次モーメント法を用いて、クリープ・乾燥収縮ひずみ式から導かれる材齢修正有効弾性係数の構成要因に対する感度とばらつきの影響度係数を求めた。得られた結論は以下のようである。

(1) 材齢初期では載荷時材齢および載荷時コンクリート弾性係数のばらつきの影響が大きい。

- (2) コンクリート強度の影響度係数はCEBモデルとJSCEモデルでは材齢とともに小さくなり、影響度は減るが、B3の両モデルにおいては他のパラメーターに比べ影響度は増加する。
- (3) 材齢修正有効弾性係数の確率分布において、材齢10000日では、CEBモデル以外期待値は異なるが、分布関数はほぼ同じである。

## 参考文献

- 1) 土木学会:コンクリート標準示方書[設計編], 土木学会, pp.26-33, 1996
- 2) COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB-FIP MODEL CODE 1990
- 3) ACI: ACI MANUAL OF CONCRETE PRACTICE 1994
- 4) Bazant, Z. P. and Baweja, S.: Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures- Model B3, RILEM Draft Recommendation, Material and Structures , Vol. 28, pp.357-365, 1995
- 5) Bazant, Z. P. and Baweja, S.: Short Form of Creep and Shrinkage Prediction Model B3 for Structures of Medium Sensitivity, Material and Structures, Vol.29, pp.587-593, Decem.1995
- 6) Gardner, N. J. and Zhao, J. W.: Creep and Shrinkage Revised, ACI Material Journal, pp. 236-246, May-June 1993
- 7) 椿 龍哉:コンクリートのクリープと乾燥収縮の予測式に関する感度、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.11-1, pp.217-222, 1989.6
- 8) 椿 龍哉:コンクリートの乾燥収縮とクリープの予測精度、第5回プレストレスコンクリートの有効利用に関するシンポジウム論文集, pp.33-38, 1995.10
- 9) Teply, B., Kersner, Z. and Novak, D.: Sensitibity Study of BP-KX and B3 Creep and Shrinkage Models, Material and Structures, Vol.29, pp.500-505, Oct.1996
- 10) 高海克彦, 浜田純夫:クリープ係数のばらつきを考慮した不完全合成桁のクリープ解析, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.1077 - 1083, 1995.3
- 11) 高海克彦, 浜田純夫:クリープ係数のばらつきを考慮したPPCばかりの長期解析, 第51回土木学会年次学術講演会概要集, V, pp. 906 - 907, 1996. 9
- 12) Ghali,A. and Favre, R.:コンクリート構造物の応力と変形[クリープ・乾燥収縮・ひび割れ], 技法堂出版, 1995