

# 論文 衝撃的地震動を受ける RC 橋脚の動的応答解析

石川 達也<sup>\*1</sup>・石原 和典<sup>\*2</sup>・余 国雄<sup>\*3</sup>・田辺 忠顕<sup>\*4</sup>

**要旨**：阪神大震災において、地震計では計測できないような上下の衝撃的地震動が作用した可能性があると考えられている。そこで本論文では、波動伝播の観点から、有限要素法を用いた RC 橋脚の動的解析を行い、マスの影響など境界の条件の違いについて調べた。その結果、構造物の固有周期に近い周期の加速度が作用すると、柱部の断面の応力は増幅することが明らかになった。さらに、衝撃地震動によって段落とし部でどの程度応力が増幅するかについて検討することを試みた。

**キーワード**：衝撃破壊、応力波伝播、RC橋脚、阪神大震災

## 1. はじめに

1995年の1月に発生した兵庫県南部地震により被害を受けた多くの土木構造物の中に、煙突や RC 橋脚の円周上のひび割れがある。これらは、地震計がとらえることのできなかった衝撃的な地震動の影響である可能性も示唆されており、衝撃的地震力を考慮した解析<sup>(1)</sup>や、衝撃的地震動の実験的再現の研究が盛んに行われている。

構造物を解析する際には、上載質量の影響により上部が固定端と自由端の中間的な境界条件となっている。そのため橋脚の応答初期においては、波動伝播による応答と振動状態の間の応答となる。しかしながら、上部にマスが付加されたような条件についてはあまり明らかになっていない。そこで本研究では、RC 橋脚を解析対象にして加速度入力の周期と断面内に発生する応力の関係や、上部積載のマスによる影響について波動論的検討を行い、鉛直方向の衝撃的地震動による引張破壊の可能性について考察した。

## 2. 解析手法の概要

### 2.1 有限要素法の概要

解析対象の動的応答を解析するにあたり、有限要素法を用いた。運動方程式は一般に、次式のように表すことができる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (1)$$

$x$ は、場合によって、相対座標であったり、絶対座標であったりする。境界点に加速度を与える場合には拘束点からの相対座標系で全体の方程式を導き、外力項は次式、

$$\{F\} = -[M]\{a\}. \quad (2)$$

とすればよい。ここで、 $\{a\}_0$ は拘束点に与える加速度である。

<sup>\*1</sup> 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

<sup>\*2</sup> 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

<sup>\*3</sup> 名古屋大学助手 工学部 土木工学科、工博 (正会員)

<sup>\*4</sup> 名古屋大学教授 工学部 土木工学科、工博 (正会員)

各要素は、四辺形4節点要素として、剛性マトリックス $[K]$ を平面応力問題として定式化した。質量マトリックス $[M]$ には、形状関数により導かれる整合質量マトリックスを用いた。また、減衰マトリックス $[C]$ は、本解析においては考慮していない。

応答の数値解析を行うにあたっては、Newmarkの $\beta$ 法 ( $\beta=1/4$  : 平均加速度法) を用いて直接積分している。

## 2.2 衝撃力の入力方法

衝撃力の入力方法としては、境界点に加速度を与える方法と、直接力を入力する方法がある。境界点に加速度を与える場合では、その場所は固定端となる。一方、力を与える場合にはその場所の境界は、自由端となる。このような境界条件の違いはあるが、1次元波動理論<sup>(2)</sup>を用いて加速度入力による方法と衝撃力入力による方法の2つは互いに関連づけることができる。本解析では、拘束点に加速度を与える方法をとるが、その際に等価な衝撃力に換算する必要あるため、以下にその手順を簡単に示すことにする。

いま、構造物の底面に上下方向の加速度の振幅 $a_0$ 、円振動数 $\omega$ で表される余弦波が入力した場合について考える。

$$a(t) = a_0 \cos(\omega t) \quad (3)$$

上式を $v(0) = 0$ を初期条件として積分すると

$$v(t) = \frac{a_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (4)$$

一方、一次元波動理論より衝撃力 $F$ は、断面積 $A$ 、物体中の縦波の伝播速度 $c_0$ 、密度を $\rho$ とすると、

$$F(t) = -\rho A c_0 v(t) \quad (5)$$

と表すことができる。式(4)を式(5)へ代入すると

$$F(t) = -\rho A c_0 \left( \frac{a_0}{\omega} \right) \sin(\omega t) \quad (6)$$

最終的に $a_0$ と $F_0$ の関係において次式が得られる。

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t) \quad \text{ただし, } F_0 = -\rho A c_0 \frac{a_0}{\omega} \quad (7)$$

すなわち、式(7)より振幅 $a_0$ 、円振動数 $\omega$ の余弦波の加速度を与えることは、振幅 $F_0 = -\rho A c_0 \frac{a_0}{\omega}$ 、

円振動数 $\omega$ の正弦波の衝撃力を与えることと等価である。

さらに、衝撃力を断面積 $A$ で割ると入射応力が得られる。

$$\sigma(t) = F(t)/A = -\rho c_0 \frac{a_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (8)$$

## 3. R C 橋脚の解析

### 3.1 解析モデル

本論文では、図-1のような柱部分の高さが13.4m、断面積が約17m<sup>2</sup>のRC橋脚を、解析の対象とする。固定端は無限大の質量が上載している場合に相当し、本解析の上載質量は境界条件で言えば固定端と自由端の間の条件を考えることができ、上載質量がある場合とない場合の2種類のケースを解析する。上載質量を考える場合は、1スパン分の橋桁の質量分として2,200tとした。また、上下方向に加速度を与える場合、軸方向鉄筋の段落とし部等の断面急変点を考慮する必要があるが、まずは簡便のため

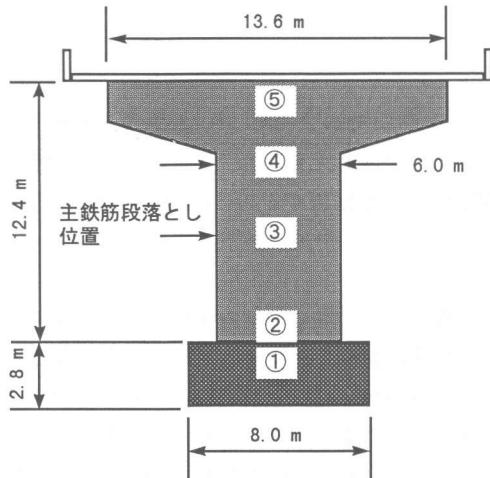


図-1 解析対象となるRC橋脚

全断面コンクリートとしている。フーチング底面は固定端として扱い、自重による初期応力も無視している。

解析に用いた材料定数は表-1に示す。図-2のように124節点、92要素に分割し、質量が上載される場合は、上部節点に集中質量として付加した。なお、橋脚内部の応力を検討するために5点を代表点としてとった。

入力する加速度については、フーチング下部節点の鉛直方向を拘束し、それらの節点に次式で表される半周期分の余弦波を与える。

$$a(t) = -a_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

ただし、( $t \leq T_0$ ) (9)

加速度の振幅と入力時間は、(8)式の関係を用いて鉛直方向の入射応力の振幅が常に  $\sigma_0 = 1(kgf/cm^2)$  となるように定めた。すなわち、図-3のようにいずれの入力時間に対しても、等価な入射応力の振幅  $\sigma_0$  が常に等しくなり、入力時間をパラメータにして内部の鉛直方向の応力がどのように増幅されるかをみることにする。解析のパラメータを表-2に示す。解析に用いる加速度入力時間は、通常の地震計のサンプリング間隔(20msec)と同程度であり、地震計では櫛波されてしまうぐらいのオーダーの時間である。なお、数値積分の時間ス

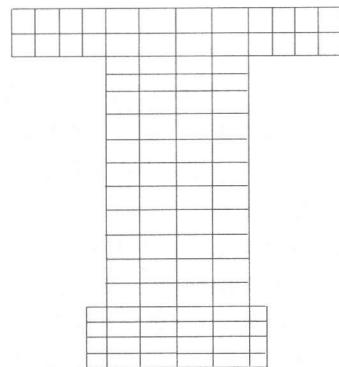


図-2 要素分割図

表-1 コンクリートの材料定数

| ヤング率<br>$E_c(kgf/cm^2)$ | ポアソン比<br>$\nu$ | 密度<br>$\rho(g/cm^3)$ |
|-------------------------|----------------|----------------------|
| $2.0 \times 10^5$       | 0.2            | 2.5                  |

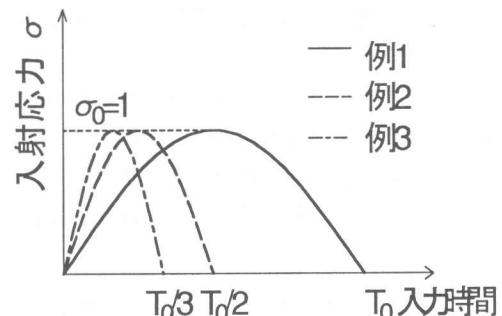


図-3 入射応力の例

表-2 加速度の入力時間と振幅

| 加速度入力時間<br>$T_0(msec)$ | 加速度の振幅<br>$a_0(cm/sec^2)$ |
|------------------------|---------------------------|
| 1.77                   | 2490                      |
| 10.6                   | 415                       |
| 17.7                   | 248                       |
| 31.8                   | 138                       |
| 53.0                   | 83.1                      |
| 70.7                   | 62.8                      |

ステップは  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-5}$  とし、15000ステップ計算した。

### 3.2 解析結果

図-4は、表-2の6種類の加速度入力時間を横軸にとり、その入力によって生じる各断面の鉛直応力の最大値を入射応力の振幅 ( $\sigma_0 = 1\text{kgf/cm}^2$ ) で除した値を縦軸にとった。本解析では、このように応答応力を入射応力の振幅で除したものと增幅率と呼ぶことにして各断面の增幅率を検討する。

#### (1) 橋脚上に上載質量がある場合

上載質量がある場合には、柱部分での最大の応力の増幅率は、ほとんどの場所で図-4より3倍程度になっており、フーチング部(断面1)ではそれほど増幅されていないことが分かる。加速度の1周期の半分にあたる入力時間が橋脚の1次の固有周期60(msec)に近づくほど増幅率が大きくなる。また、増幅率が最大となるときは、柱中央部付近で応力値が大きくなる傾向がある。

次に、柱部分での増幅率が最大となるとき、すなわち加速度の入力時間が31.8(msec)で、振幅が138(gal)、となる加速度を与えたときの時間経過に伴う各断面の応力値を図-5に示す。このように1種の共振現象が起きていることが確認できる。図より各断面で鉛直応力が最大となるのは、約115(msec)であることが分かる。縦波がRC橋脚内を一往復(約30m)するのに要する時間は、コンクリート内の縦波の伝播速度を  $c_0 = \sqrt{E/\rho} = 2.8 \times 10^3 (\text{m/sec})$  とすると、10.7(msec)である。従って、最大応答となる115(msec)の時間が経過したときには、フーチング底面から入射された応力波がすでに橋脚内を約10往復していることになる。すなわち、衝撃問題といつても、今の場合、衝撃一波の入力伝播する時間内よりもかなり長い時間経ったときに、断面内の応力値が最大応答となる。

また、その他の加速度入力時間の結果からは、いずれの入力時間に対しても、加速度入力が終了した時間以降は橋脚の固有周期に従った定常応答となっているといえる。そして、加速度入力の周期が、橋脚の固有周期よりも短いときは、断面内に生じる応力は波動伝播の影響が支配的であり、固有周期に近づくにつれ系の固有周期に従った伸縮運動の影響が支配的になる。

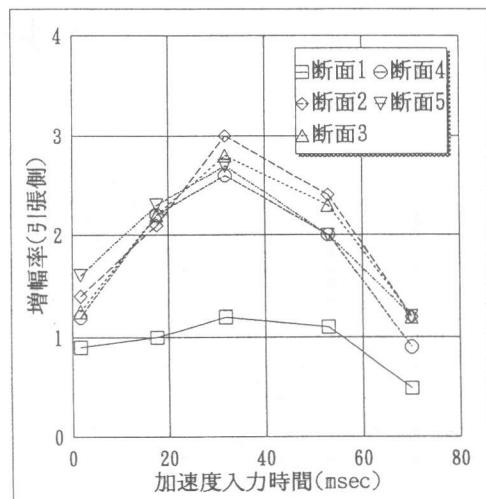


図-4 入力時間と増幅率(上部質量あり)

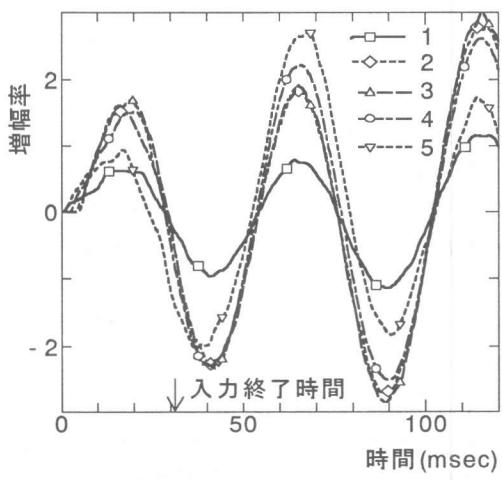


図-5 各断面の応答結果(応力)

$$T_0 = 31.8(\text{msec}), a_0 = 138(\text{gal})$$

## (2) 上載質量がない場合の結果

まず、上載質量がない場合には当然のことながら、系の固有周期は短くなる。そのため、柱部の増幅率が最大となる入力時間は、10.59(msec)と短くなっている(図-6)。また、柱上部の断面の増幅率は柱下部断面よりもよりも小さくなっている。さらに増幅率が最大となる断面では増幅率が2を切っており、上載質量があるときよりは増幅しないことが分かった。

## 4. 段落とし部周辺での応力分布の算定

本章では、加速度入力時間が31.8msecのときの加速度入力があったとき、段落とし部周辺ではどの程度の応力が発生するかを算定する。この入力時間を選んだのは、各入力時間の中で増幅率が最大となるからである。図-1で主鉄筋段落とし部は断面3に存在する。3章の解析で、粗い要素分割での、柱断面3に相当する要素の節点変位すでに得られており、最大応答時の節点変位は、表-3の通りである。

そこで、この節点変位を利用して、鉄筋端部周辺での応力分布を求めるることを考えた。鉄筋段落とし部周辺の主鉄筋の配筋状態は、段落としされる鉄筋と、上まで伸びる鉄筋が交互に10cm程度の間隔で配置されている。そこで、段落とし部を考慮している細かい要素分割のモデル(幅43cm×高さ80cm)に強制変位を与え、静的解析を行う。その手順を、以下にもう少し詳細に示す(図-7)。

3章で得られた段落とし部の断面に相当する要素(断面3)の節点変位を線形補間し、鉄筋段落とし部を有するモデル(幅43cm、高さ80cm、厚さ4cm)の上下端の節点に、補間されたx、y方向の強制変位を与えることにした。モデルの側方は、自由端として扱っている。

以上 の方法により、鉄筋段落とし部を有するモデルの上下端に強制変位を与え静的解析を行ったので、その結果を示す。代表点における内部の鉛直応力は、表-4に示してある。粗い要素分割によって得られた鉛直応力は、段落とし部を周辺の代表的な応力値であると考えられ、2.7(kgf/cm<sup>2</sup>)である。

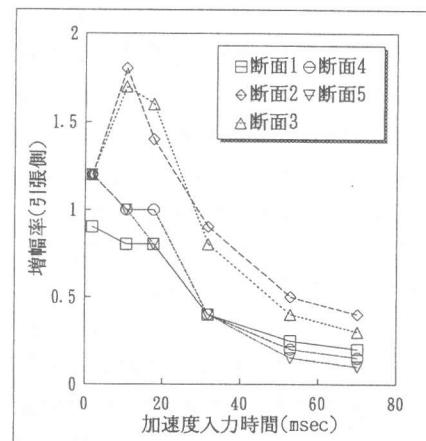


図-6 入力時間と増幅率(上部質量なし)

表-3 柱断面3での節点変位

|     | x 方向変位<br>(水平方向変位)<br>( $\times 10^{-4}$ cm) | y 方向変位<br>(鉛直方向変位)<br>( $\times 10^{-3}$ cm) |
|-----|--|--|
| 節点1 | 2.831  | 7.562  |
| 節点2 | -1.472                                       | 7.427  |
| 節点3 | 3.814  | 9.025  |
| 節点4 | -4.269                                       | 8.923  |

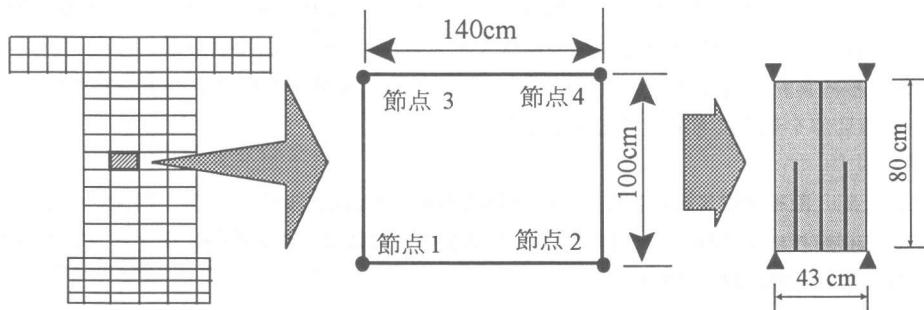


図-7 静的解析の強制変位の与え方

この値は、表-4のように鉄筋により拘束効果の働いている点4での応力と同程度である。鉄筋端部周辺の点3では、鉛直応力が $5.6(\text{kgf/cm}^2)$ 程度となっていて、2倍程度の応力集中が局部的に存在していると考えられる。入力した加速度は、鉛直応力が $1(\text{kgf/cm}^2)$ 発生するように与えているので、段落とし部周辺での鉛直応力応力の増幅率は、6倍弱と言うことになる。

段落とし部周辺での応力の近似値が求まったので、それを利用して、柱部分で $20(\text{kgf/cm}^2)$ 引張応力が、発生するために必要な加速度の振幅値を試算する。解析結果から、入力時間が

$31.8\text{msec}$ 、振幅が $138\text{gal}$ の半波長の $\cos$ 波の加速度で、柱断面の鉄筋段落とし部近辺で最大で $5.6(\text{kgf/cm}^2)$ 程度の鉛直応力が発生する。上載荷重と自重による初期圧縮応力が $15.7(\text{kgf/cm}^2)$ であることを考慮すれば、段落とし部周辺のコンクリートが、引張強度に達するのに必要な加速度振幅は、 $0.9G$ 程度である。入力速度で言い換えると、 $9(\text{cm/sec})$ である。従って、縦の1次の固有周期と合致した周期の加速度が作用すれば、重力加速度以下の半周期分の加速度が作用しただけで、局部的な引張損傷が生じる可能性があり、解析結果からは、少なくとも構造物の損傷に上下動の影響が作用していることは十分に考えられる。

ただし、本解析では、構造物内の減衰を無視し、フーチング底面を固定端として波が完全反射することや、上載質量を橋脚と一体化させており、これらの影響がどの程度あるかは評価していない。また、鉛直方向の加速度の入力時間や橋脚の鉛直方向の伸縮運動の周期の時間は通常の地震計のサンプリング間隔程度なので、このオーダーの地震動が実際に生じても地震計では捉えられない点は、問題点として残っている。

## 5 結論

本研究では、RC橋脚を対象とし、有限要素法によって、鉛直方向の加速度が作用したときの動的応答について検討した。その結果、以下のことが得られた。

(1) 加速度入力の周期が、橋脚の固有周期よりも短いときは、断面内に生じる応力は波動伝播の影響が支配的であり、固有周期に近づくにつれ、系の固有周期に従った伸縮運動の影響が支配的になる。

(2) RC橋脚に上下方向の共振がおきるような加速度が入力されれば、本解析内では、重力加速度以下の加速度、最大入力速度で言えば約 $10\text{cm/sec}$ で局部的な引張破壊が生じる可能性がある。しかも、この入力加速度の周期は従来の地震計でとらえられない可能性がある。

(3) 解析をさらに実際の現象に近づけるためには、上下端の境界条件の設定、主鉄筋段落とし部などの断面急変部を適切に考慮する必要がある。

## 参考文献

- (1) 園田恵一郎：阪神大震災における土木構造物の衝撃的破壊について—地盤と構造物の相互作用の応力伝播解析による検討—、土木学会、第3回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集、pp327-336、1996.5
- (2) 構造物の衝撃挙動と設計法、土木学会、pp1-2、1994.1

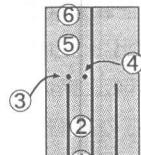


表-4 断面内の鉛直応力

|  |     |
|--|-----|
| 静的解析による柱断面内部の鉛直応力( $\text{kgf/cm}^2$ ) | 2.7 |
| 動的解析による柱断面での鉛直応力( $\text{kgf/cm}^2$ )  |     |
| ①                                      | 1.7 |
| ②                                      | 1.6 |
| ③                                      | 5.6 |
| ④                                      | 2.6 |
| ⑤                                      | 3.4 |
| ⑥                                      | 3.9 |