

論文 コンクリート部材の長期有効曲げ剛性式の提案

津田 守*¹ 佐藤良一*² 涌井 一*³ 角田與史雄*⁴

要旨：本研究は、コンクリート部材の長期の変位・変形量を算定するための、長期有効曲げ剛性の設計式を提案したものである。さらにRC, PRC, PC はりの持続載荷実験結果と比較することにより、提案式の適用性の検討を行っている。

本提案式は、長期曲げ剛性に及ぼすクリープ、収縮およびテンションスティフニングの影響を表現し得る形で定式化したものであり、プレストレス量、引張鉄筋比および圧縮鉄筋比等の相違に関わらず、実験値と比較的良く一致し、その妥当性を示した。

キーワード：設計、長期有効曲げ剛性、クリープ、収縮、テンションスティフニング

1. はじめに

近年、コンクリートの高強度化、高品質化に伴い、断面の縮小化が図られつつある。このような場合、構造部材は従来に比べ高い応力状態におかれることになり、ひび割れに加えて、コンクリートのクリープおよび収縮が変形を増大させるため、短期のみならず長期のたわみ等の変形挙動を正確に把握することが重要となってきた。

しかしながら、コンクリート標準示方書[平成3年版]設計編(以下旧示方書)[1]においてはコンクリート部材の長期の変位・変形量は、「永久荷重によるコンクリートのクリープおよび乾燥収縮等の影響を考慮して求めるものとする」とあるものの、ひび割れを許すコンクリート部材の長期変位・変形量を求める算定式を提示するには至っていない。

そこで本研究では、クリープ、収縮およびテンションスティフニングの影響を考慮した設計に供するための実用的な長期有効曲げ剛性式の提案を行うとともに、RC, PRC, PCはりの持続曲げ載荷実験結果と比較することにより、本提案式の妥当性の検証を行った。

2. 長期有効曲げ剛性の誘導

2.1 概要

提案式の基本的考え方は、平面保持の仮定に基づき、ひび割れ断面および全断面の図心位置[2]に関する曲げモーメント-曲率関係から曲げ剛性を求め、旧示方書と同様な方法で両者を按分することによりテンションスティフニングを考慮し、長期有効曲げ剛性を求めるというものである。

2.2 ひび割れ断面および全断面の曲げ剛性

図-1に示すように、ひずみの直線性を仮定し、クリープの影響は有効弾性係数 $E_e = E_c(t_i) / [1 + \{E_c(t_i)$

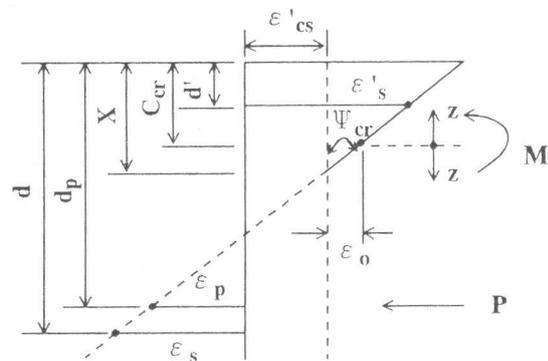


図-1 ひずみ分布(ひび割れ断面)

*1 宇都宮大学大学院 工学研究科建設学専攻 (正会員)
 *2 宇都宮大学助教授 工学部建設学科, 工博 (正会員)
 *3 (財)鉄道総合技術研究所 構造システム主幹技師, 工修(正会員)
 *4 北海道大学教授 工学部土木工学科, 工博 (正会員)

$/E_c\phi]$ ($E_c(t_j)$, E_c : 材齢 t_j の死荷重作用時, および材齢28日の弾性係数, ϕ : E_c を用いて求めた死荷重作用時からのクリープ係数)によって考慮する. また収縮は断面に一様に分布するとしている. この仮定に基づけば, 軸方向力の釣合条件式は次式のようなになる;

$$P = \int \sigma' c(z) dA' c - \int \sigma c(z) dA c + A' s \sigma' s - A_s \sigma s - A_p \sigma p = G E_e \Psi + A E_e \varepsilon_0 + \Delta P c s \quad (1)$$

また, 圧縮縁から c の距離にある図心位置まわりの曲げモーメントの釣合は以下のようなになる;

$$\begin{aligned} M - P(dp-c) &= \int \sigma' c(z) z dA' c + \int \sigma c(z) z dA c + A' s \sigma' s(c-d') + A_s \sigma s(d-c) + A_p \sigma p(dp-c) \\ &= I E_e \Psi + G E_e \varepsilon_0 + \Delta M c s \end{aligned} \quad (2)$$

ここに, ε_0 は図心位置 c の自由収縮ひずみからの変化ひずみ, Ψ は曲率, G および I は図心回りのコンクリートおよび鋼材を考慮した断面一次, 二次モーメントで c の関数となる.

$$\Delta P c s = (A' s + A_s + A_p) E_s \varepsilon' c s, \quad \Delta M c s = \left(\frac{I' s}{c-d'} - \frac{I_s}{d-c} - \frac{I_p}{dp-c} \right) E_s \varepsilon' c s \quad (3)$$

断面の応力による平均ひずみが ε_0 の時, 式(1)の Ψ の項 G は 0 でなければならない. したがって, 全断面の場合には, 図心位置 c が $G=0$ から求まり, 式(1), (2)に c を代入することにより, ε_0 と Ψ が求まる. ひび割れ断面においては, 中立軸がわかれば c を, c がわかれば ε_0 , Ψ がそれぞれ求められるので, 式(1), (2)に加えて中立軸でコンクリート応力が 0 になるという条件を用いればよい. なお, 釣合条件式(1), (2)から中立軸を求め, この中立軸を用いて図心位置を求めることもできる.

曲率は $G=0$ を考慮に入れて式(2)を整理すると, 以下のように表される;

$$\Psi = \frac{M - P(dp-c) - \Delta M c s}{E_e I} \quad (4)$$

式(4)は, コンクリートの収縮と鋼材の拘束による付加モーメント $\Delta M c s$ が正の方向に増大すれば小さくなり, 負の方向に増大すれば大きくなることも意味している. つまり式(3)に示されているように, 圧縮鉄筋は $\Delta M c s$ を増大させ変形を抑制することになるが, 引張鉄筋およびPC鋼材は $\Delta M c s$ を減少させ変形を促進させることになる.

これらの影響を取り込んで長期の曲げ剛性を評価するために, 式(4)を荷重による曲げモーメント $M - P(dp-c)$ で整理すると次式のようなになる;

$$\Psi = \left\{ 1 - \frac{\Delta M c s}{M - P(dp-c)} \right\} \frac{M - P(dp-c)}{E_e I} = \frac{M - P(dp-c)}{E_e I [1 - \Delta M c s / \{M - P(dp-c)\}]} \quad (5)$$

上式の $E_e I / [1 - \Delta M c s / \{M - P(dp-c)\}]$ は, クリープ, 収縮およびプレストレス力の影響を考慮した長期曲げ剛性を表している. 式中の $[1 - \Delta M c s / \{M - P(dp-c)\}]$ は, 収縮が作用し $\Delta M c s$ が正のとき, すなわち圧縮鉄筋の変形抑制効果が引張鉄筋およびPC鋼材の促進効果より大きいとき I より小さくなるので, 見かけ上長期曲げ剛性を増大させることになる.

2.3 長期の有効曲げ剛性

旧示方書の方法によれば, 断面剛性を曲げモーメントにより変化させる場合, 換算断面二次モーメントは次式のようなである;

$$I_e = (M_{crd}/M_d)^4 I_g + \{1 - (M_{crd}/M_d)^4\} I_{cr} \quad (6)$$

ここで, M_{crd} : 断面に曲げひび割れが発生する限界の曲げモーメント

M_d : 変位計算時の設計曲げモーメント

上式において両辺に有効弾性係数を乗じ、 EeI_g, EeI_{cr} を2.2で得られた全断面およびひび割れ断面の長期曲げ剛性に置き換えれば、次式に示す長期有効曲げ剛性が得られる。ここでテンションスティフニングの経時変化は、付着応力の経時的低下が小さいので、近似的に無視している。

$$EeI_e = \left(\frac{M_{crd}}{M_d}\right)^4 \frac{EeI_g}{1 - \frac{\Delta M_{cs\ g}}{M_d - P(dp - cg)}} + \left\{1 - \left(\frac{M_{crd}}{M_d}\right)^4\right\} \frac{EeI_g}{1 - \frac{\Delta M_{cs\ cr}}{M_d - P(dp - ccr)}} \quad (7)$$

上式の EeI_e を用いて曲率 $[\{M_d - P(dp - ce)\}/EeI_e]$ を計算する際には、 ce の値が必要になるが、ここでは次式に示すように式(7)と同様な方法でひび割れ断面と全断面の図心位置を按分することで求めた。

$$ce = \left(\frac{M_{crd}}{M_d}\right)^4 cg + \left\{1 - \left(\frac{M_{crd}}{M_d}\right)^4\right\} ccr \quad (8)$$

有効曲げ剛性を部材全長にわたって一定とする場合にも旧示方書と同様に、式(7)のべき乗数4を3に、 M_d を M_{dmax} （設計曲げモーメントの最大値）に置き換えることでテンションスティフニングを評価した。

3. 検証に用いた供試体の概要

提案式の検証は、RC、PRC、PCはり10体の等曲げ区間の有効曲げ剛性と曲率およびRCはり2体のスパン中央のたわみによって行った。

実験に用いた供試体の形状・寸法は20x25x240cmの矩形断面ばかりで、その断面図を図-2に、供試体諸元を表-1、2に示す。また、これらと同じ断面寸法を有する長さ50cmのクリープおよび収縮計測供試体も作製した。供試体形状、載荷方法および測定に関する詳細は文献[3]、[4]に与えられている。表中の例えばDm16-16(7.4)は引張鉄筋にD16を2本、圧縮鉄筋にD16を2本、緊張材に呼び名7.4mmの異形棒鋼を2本それぞれ用いたことを、mは切削溝のあることを意味する。プレストレス力は、コンクリートの応力損失と収縮ひずみを考慮し、重ね合わせの原理に基づいて計算した載荷直前のPC鋼材の緊張力とし、載荷時鉄筋応力は、このプレストレス力と曲げモーメントが、クリープおよび収縮の影響がない状態で、同時に作用したとして求めた弾性計算値である。導入応力は、プレストレスが導入された直後の実測の緊張力を用いて、弾性

表-1 供試体諸元（曲げ剛性・曲率）

供試体名	引張鉄筋 A _s	p %	圧縮鉄筋 A' _s	p' %	P C 鋼材 A _p	p _P %	導入 応力 N/mm ²	載荷時 鉄筋応力 N/mm ²
D19-0	2D19	1.36	---	0	---	0	---	183
D19-16	2D19	1.36	2D16	0.95	---	0	---	183
D16-0(7.4)	2D16	0.95	---	0	2φ7.4	0.19	-2.3	166
Dm16-16(7.4)	2Dm16	0.75	2D16	0.95	2φ7.4	0.19	-2.4	199
D13-0(9.2)	2D13	0.60	---	0	2φ9.2	0.30	-4.1	134
Dm13-16(9.2)	2Dm13	0.44	2D16	0.95	2φ9.2	0.30	-4.2	158
D10-0(11)	2D10	0.34	---	0	2φ11	0.43	-5.9	102
D10-16(11)	2D10	0.34	2D16	0.95	2φ11	0.43	-6.1	88
D0-0(13)	---	0	---	0	2φ13	0.60	-7.4	---
D0-16(13)	---	0	2D16	0.95	2φ13	0.60	-7.5	---

表-2 供試体諸元（たわみ量）

供試体名	引張鉄筋 A _s	p %	圧縮鉄筋 A' _s	p' %	P C 鋼材 A _p	p _P %	導入 応力 N/mm ²	載荷時 鉄筋応力 N/mm ²
D19-0	2D19	1.31	---	0	---	0	---	198
D13-0	2D13	0.57	---	0	---	0	---	198

$$p = 100A_s/bd, \quad p' = 100A'_s/bd, \quad p_P = 100A_P/bd$$

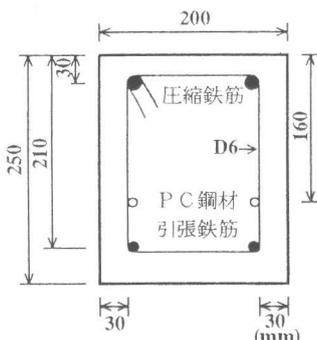


図-2 供試体の断面図

計算によって求めたコンクリート下縁の応力を表している。表-3, 4には用いたコンクリートの

表-3 材料特性 (曲げ剛性・曲率)

弾性係数 (kN/mm ²)	クリ-フ係数		乾燥収縮
	28日	750日	750日
32.0	36.8	3.78	600x10 ⁻⁶

ここで 載荷時は現場養生17日
28日は標準養生28日

表-4 材料特性 (曲げ剛性・曲率)

弾性係数 (kN/mm ²)	クリ-フ係数		乾燥収縮
	28日	700日	700日
29.5	32.1	5.65	600x10 ⁻⁶

ここで 載荷時は現場養生35日
28日は標準養生28日

材料特性を示した。クリープ係数は、クリープ試験の際の供試体の収縮に伴うコンクリート応力の減少を考慮するため、単位応力に換算して算出した。

4. 適用性の検証

図-3は、実験値の曲げ剛性の算出方法について示したものである。実験では、図心位置を求められないため、外力曲げモーメントによる曲率の増分量に対する外力曲げモーメントの比として曲げ剛性を算出している。この方法では、ひび割れにより図心位置が圧縮縁の方向に移動するので、P (dp-cc)によって生じる曲率 Ψ_p が載荷前に比べて負の方向に増大すると考えられるが、 Ψ_p を一定としているため、実験値の算出方法は曲げ剛性を実際より大きく評価することになる。曲率の実験値は、プレストレス導入直後からの実際に生じている絶対曲率で示している。

$$EeIe = M / (\Psi_m - \Psi_p) \quad (9)$$

Ψ_p : 載荷直前の曲率 M : 負荷した外力モーメント
 Ψ_m : 絶対曲率

図-3 実験値の曲げ剛性の算出方法

図-4~7は代表的な4体の供試体について、有効曲げ剛性と経過日数の関係を示したものである。また表-5には、すべての供試体の経過日数750日における有効曲げ剛性の計算値と実験値を示した。これらの結果によれば、経過日数750日における計算値は、実験値の83%程度と実験値をやや小さく評価している。しかし、前述したように実験値が多少大きく評価されていると考えられること、また表-6に示すように、整理上の誤差が含まれない

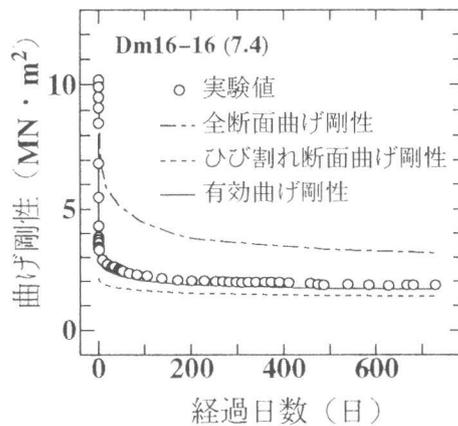


図-4 曲げ剛性の経時変化

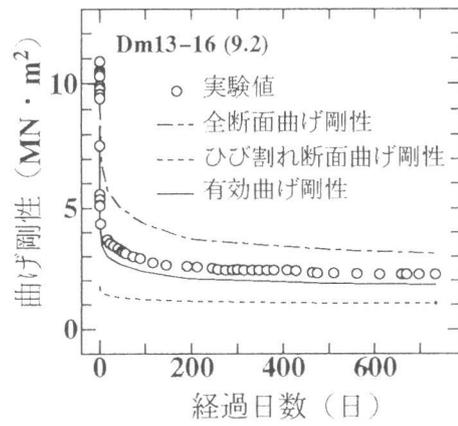


図-5 曲げ剛性の経時変化

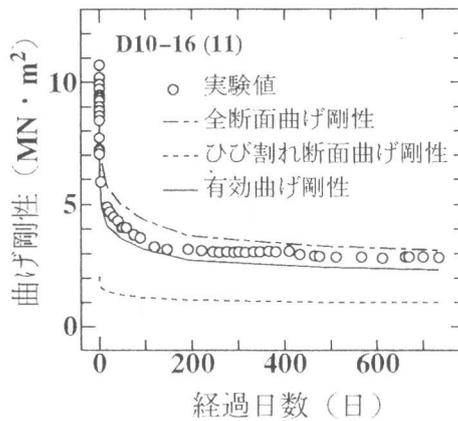


図-6 曲げ剛性の経時変化

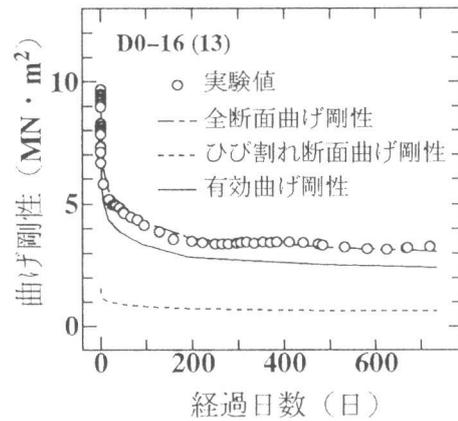


図-7 曲げ剛性の経時変化

曲率の経過日数750日における計算値は実験値のおよそ97%であることを考慮すれば、本提案式はプレストレス量や引張鉄筋比および圧縮鉄筋比の大小に関わらず、長期曲げ剛性を概ね良く評価していると考えられる。さらに図-4~7に示すように、引張鉄筋応力度がプレストレスの増大に伴って小さくなり、それとともにテンションスティフニング効果が増大する傾向もよく表現されており、本提案式の妥当性が示されている。本提案式は有効弾性係数によってクリープの影響を考慮しているので、プレストレス導入と永久荷重の作用材齢が大きく異なる場合や永久荷重が段階的に負荷され、載荷時材齢の差の影響がある場合には、注意する必要がある。

次に収縮を拘束する各鋼材が曲げ剛性に及ぼす影響度を検討するため、一例として、図-7, 8にDm16-16(7.4)の全断面およびひび割れ断面の $\Delta M_{cs}/\{M-P(dp-c)\}$ と経過日数の関係について示す。図中の例えば $\Delta M'_{cs, s}$ は、圧縮鉄筋の拘束による影響度 $\Delta M'_{cs, s}/\{M-P(dp-c)\}$ を表しており、引張鉄筋およびPC鋼材についても同様である。図

-8に示す全断面の場合、コンクリートのクリープ係数および収縮ひずみが表-3に示す値のとき、圧縮鉄筋は見かけ上約20%曲げ剛性を増大させることを、引張鉄筋およびPC鋼材は約15%および2%減少させることをそれぞれ意味しており、式(3)が示す鋼材全体では見かけ上3%曲げ剛性を増大させることになる。ひび割れ断面においては、全断面と比較すると図心位置が圧縮縁側に移動するため、圧縮鉄筋の効果が減少

するのに対し、引張鉄筋およびPC鋼材の効果は増大しており、鋼材全体で見かけ上剛性を15%低下させることになる。

最後にたわみと経過日数の関係を図-10, 11に示す。これらの図に

表-5 有効曲げ剛性

供試体名	静的載荷時 (MN・m ²)			経過日数750日 (MN・m ²)		
	①	②	②/①	①	②	②/①
D19-0	3.25	3.15	0.97	1.47	1.42	0.97
D19-16	3.41	3.34	0.98	1.79	1.96	1.09
D16-0(7.4)	4.44	3.25	0.73	1.70	1.32	0.78
Dm16-16(7.4)	3.72	3.17	0.85	1.85	1.67	0.90
D13-0(9.2)	5.05	4.05	0.80	1.70	1.30	0.76
Dm13-16(9.2)	5.36	4.39	0.82	2.26	1.82	0.81
D10-0(11)	6.57	5.15	0.78	2.08	1.39	0.67
D10-16(11)	7.18	6.43	0.90	2.84	2.32	0.82
D0-0(13)	6.46	5.39	0.83	1.71	1.31	0.77
D0-16(13)	7.80	6.93	0.89	3.25	2.40	0.74
平均值			0.86			0.83

①:実験値, ②:計算値

表-6 平均曲率

供試体名	静的載荷時 (x10 ⁻⁶ /cm)			経過日数750日 (x10 ⁻⁶ /cm)		
	①	②	②/①	①	②	②/①
D19-0	59	62	1.06	134	137	1.02
D19-16	58	58	1.00	110	99	0.90
D16-0(7.4)	45	50	1.11	127	143	1.13
Dm16-16(7.4)	56	50	0.89	118	104	0.88
D13-0(9.2)	36	33	0.92	126	127	1.01
Dm13-16(9.2)	34	30	0.88	92	78	0.85
D10-0(11)	23	26	1.13	103	116	1.13
D10-16(11)	22	22	1.00	75	60	0.80
D0-0(13)	23	25	1.09	124	117	0.94
D0-16(13)	14	21	1.50	56	57	1.02
平均值			1.06			0.97

①:実験値, ②:計算値

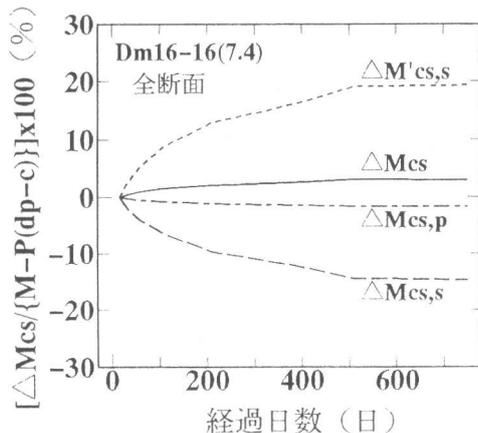


図-8 $\Delta M_{cs}/\{M-P(dp-c)\}$ の経時変化

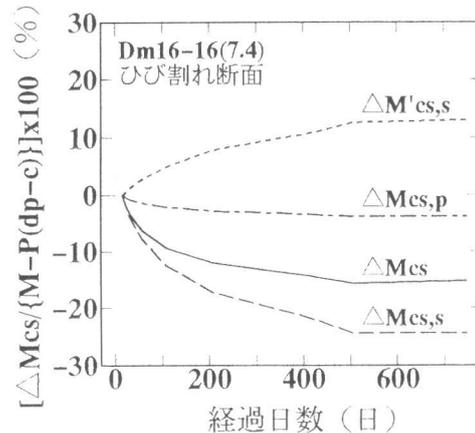


図-9 $\Delta M_{cs}/\{M-P(dp-c)\}$ の経時変化

みられるように計算値と実験値は良く一致しており、比較例がRCのみ2体と少ないものの、長期たわみについての適用性も高いと思われる。

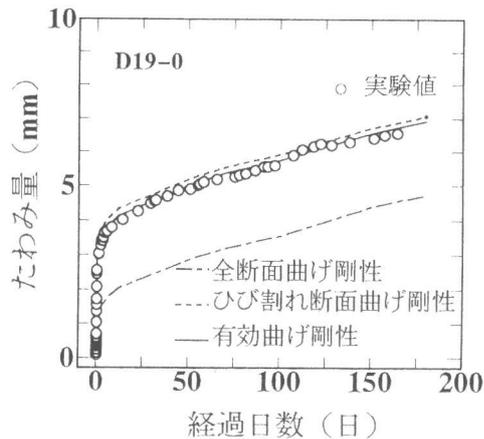


図-10 たわみ量の経時変化

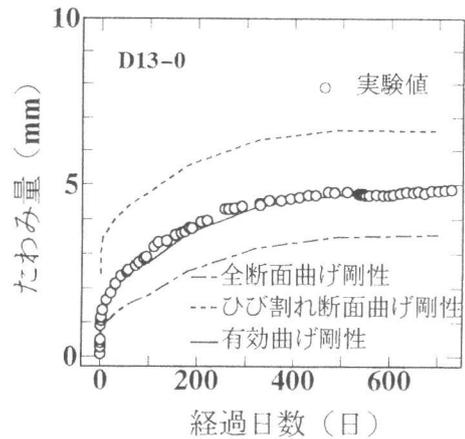


図-11 たわみ量の経時変化

4. 結論

有効弾性係数

法に基づいて、クリープ、収縮およびテンションステイフニングの影響を考慮した設計に供するための長期有効曲げ剛性を誘導した。さらに、本式による予測値と長期の載荷実験で得られた結果を比較することにより、提案式の適用性の検証を行い、以下の結論が得られた。

- 1) 本提案式は、RC、PRC、PCの長期有効曲げ剛性を概ね高い精度で予測できる。
- 2) 本提案式は長期有効曲げ剛性に及ぼすクリープ、収縮の影響度を表現し得る形で定式化したものであり、これにより圧縮鉄筋は変形を抑制し、引張鉄筋およびPC鋼材は促進することを定量的に示した。

[参考文献]

- [1]土木学会：コンクリート標準示方書[平成3年版]設計編, 1991.
- [2]Sakai, K. and Kakuta, Y. : Moment-Curvature Relationships of Reinforced Concrete Members Subjected to Combined Bending and Axial Force, ACI Journal, pp. 189-194, May-Jun. 1980.
- [3]山本浩嗣他：PRC部材の長期変形挙動の検討, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 16, No. 2, pp. 973-978, 1994.
- [4]北條泰秀他：RC部材の長期変形・ひび割れ幅に及ぼす環境条件の影響の検討, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 15, No. 2, pp. 359-364, 1993

[記号]ここで説明のない変数は示方書にしたがった。

σ_p : 曲げモーメントおよびプレストレス力によるPC鋼材の変化応力, A : 換算断面積, $A'c, A'c_t$: 圧縮部および引張部コンクリートの断面積, $A's, A_s, A_p$: 圧縮鉄筋, 引張鉄筋およびPC鋼材の断面積, d', d, d_p : 圧縮縁から圧縮鉄筋、引張鉄筋およびPC鋼材までの距離, E_s : 鋼材のヤング係数, $n_e = E_s / E_c$, $I's, I_s, I_p$: 圧縮鉄筋と引張鉄筋およびPC鋼材のCまわりの断面二次モーメント
 サフィックス, cr, g: ひび割れ断面および全断面, c, s, p: コンクリート, 鉄筋およびPC鋼材