

論文 引張強度のばらつきと距離相関を考慮したコンクリートの破壊シミュレーション

西藤 厚^{*1}・吉川 弘道^{*2}・金刀 督純^{*3}

要旨：本研究は、無筋コンクリートを対象に、ひずみの局所化と準脆性的な破壊進行を合理的に再現することを試みたものである。その際、分布ひび割れモデルを基本理念とし、仮想ひび割れモデルの概念を導入し、消費エネルギーが等価となるように軟化勾配を調整した。そして、構造材料の非均質性を引張強度の空間的ばらつきに帰着させ、有限要素法によるひび割れ進展解析を行った。その結果、荷重－変位曲線、ひび割れ図共に実現象に近いものが得られた。加えて、変形図からはひずみが局所化している様子が再現された。

キーワード：ひずみの局所化、分布ひび割れモデル、ばらつきと距離相関

1. はじめに

コンクリートに純引張力を作用させると、材料構造の非均質性のために材料欠陥のある弱所部分に微細ひび割れが発生して、損傷の累積した領域を形成する。この微細ひび割れ累積領域は破壊進行領域と呼ばれ、引張ひずみの増大に伴って伝達される引張応力が低下する引張軟化現象の要因となっている[1]。また、この破壊進行領域の形成・進展に伴い、ひずみがある箇所に集中するひずみの局所化と呼ばれる現象が現れる。コンクリートの破壊を解析する際には、このひずみの局所化をどのように再現するかが問題となる[2]。

コンクリートのひび割れ進展を解析する場合、そのモデル化は、ひび割れ後のコンクリートを不連続体として扱う離散ひび割れモデル(discrete crack model)と、ひび割れ後も連続体として扱う分布ひび割れモデル(smeared crack model)のどちらかを用いるのが一般的である。離散ひび割れモデルは、はじめにひび割れの位置を定義しなければならないため、ひび割れ位置の分からないものには不向きであり、その用途は限定される。これに対し、分布ひび割れモデルでは、ひび割れ後もコンクリートを連続体として扱っているが、ひび割れ位置をあらかじめ定義する必要がないという利点があり、より汎用的な方法であるといえる。そこで本研究では、分布ひび割れモデルによる有限要素解析を基本理念とし、仮想ひび割れモデルの概念を導入し、要素寸法に依存しないモデルを採用することとする。

ところで、無筋コンクリートを対象とした従来のひび割れ進展解析の多くは、あらかじめ切欠きを設けることでひずみの局所化を誘発していたが、本研究では切欠きを設けることなくひずみの局所化を再現することを試みる。構造材料の非均質性を考慮した解析は、これまでに疑似乱数を用いた節点配置による方法[3]などが試みられているが、本研究では引張強度に着目し、これに空間的なばらつきを与える。このとき、有限要素間の相対的な距離により相関係数を決定し、相関性を持ったばらつきを与えることとする。加えて、回転ひび割れモデルを導入し、かつひび割れ要素の除荷、再結をも考慮するものである。これらにより、一様応力場におけるひずみの局

*1 武蔵工業大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (正会員)

*2 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科 工博 (正会員)

*3 (株) トータル・インフォメーション・サービス (正会員)

所化と準脆性的な破壊の進行を合理的に再現することを試みるものである。

2. 等価エネルギー要素

分布ひび割れモデルによってコンクリートのひび割れ進展を解析する場合、ひび割れは有限要素によって表現するため要素の大きさによって解析解が異なることがある。これは要素の寸法依存性(mesh dependence)と呼ばれるものであり、実現象と異なる点である[2]。仮想ひび割れモデルは、ひび割れ面に位置する節点をひび割れの両側に分離して設け、これらの節点をジョイント要素等で結合する方法であるため、要素寸法による影響を受けることはない。

そこで、採用する分布ひび割れモデルを基本理念とし、仮想ひび割れモデル(fictitious crack model)の概念を導入することを考える。つまり、分布ひび割れモデルの要素寸法依存性を、仮想ひび割れモデルの概念を組み込むことにより解消することを考える。その方法として、仮想ひび割れモデルの結合応力 (σ) ~ 開口変位 (w) 関係 (図-1 a) である引張軟化曲線による軟化特性と、分布ひび割れモデルの等価な応力 (σ) ~ ひずみ (ϵ) 関係 (図-1 b) である引張軟化曲線による軟化特性の等価性を考える。この2つの状態が等価になる条件は、局所化したひび割れ面と分布ひび割れを用いた有限要素の両者の消費エネルギー(fracture energy)が等値になることであり、次式で与えられる[4]。

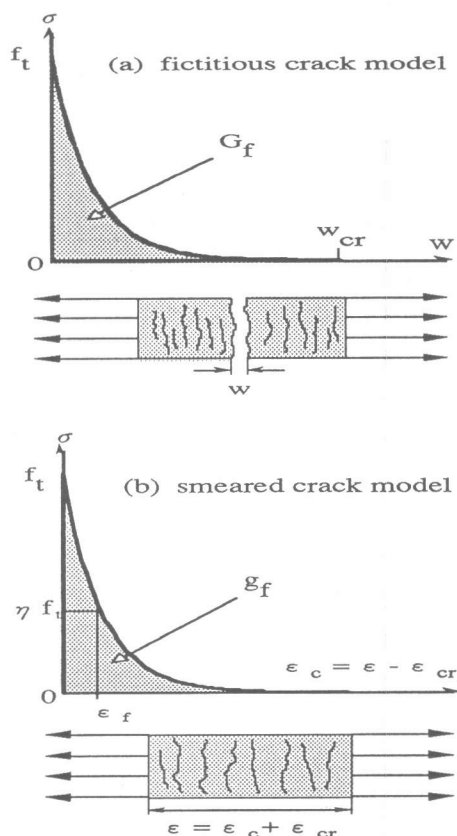


図-1 2つのモデルの引張応力と変形の関係図

$$\sigma(\epsilon) = f_t \cdot \eta \frac{\epsilon - \epsilon_{cr}}{\epsilon_f} \quad \eta = \exp \left\{ \epsilon_f \cdot \left(\frac{f_t}{2E_c} - \frac{G_f}{l_e \cdot f_t} \right)^{-1} \right\} \quad (1)$$

ここで、 f_t : ひび割れ発生強度、 ϵ_{cr} : 応力が f_t のときのひずみ、 η : 残留応力比、 ϵ_f : 基準ひずみ、である。ただし、 ϵ_f は曲線の降下の度合を表す係数とし、 $\epsilon = \epsilon_f + \epsilon_{cr}$ のとき $\sigma = \eta \cdot f_t$ ($\eta < 1$)となる。また、 G_f : 材料の破壊エネルギー、 l_e : 要素寸法、 E_c : コンクリートのヤング率、である。すなわち、式(1)は要素寸法 l_e の影響を考慮に入れた引張軟化式となる。

3. 構造材料の空間的非均質性のモデル化

構造材料の非均質性を以下のようにモデル化した。まず、コンクリートの非均質性は引張強度のばらつきに起因するものと仮定し、各有限要素の引張強度のみにばらつきを与えた。その際、

引張強度のばらつきは正規分布 $N(E, S)$ することを仮定し、かつ各要素間の相関特性は相対距離によって決るものとする。すなわち、隣合う要素間の相関は強く、離れた要素間の相関は弱くなるように設定するものである。

このような相関係数を表すために次式のような二次元のExponential関数[5]を採用した。

$$\rho(i, j) = \rho(j, i) = \exp \left\{ -\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{B}\right)^2} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $\rho(i, j)$ ：i要素とj要素の距離相関係数、 Δx ：i要素とj要素の水平方向の相対距離、 Δy ：i要素とj要素の鉛直方向の相対距離、A、B：x,y各方向の相関強度係数を表す。従って、 $\rho(i, j)$ は、 $\rho(i, j) = 1$ ：完全相関、 $\rho(i, j) = 0$ ：無相関のような両極を持つ正の係数である。

相関特性を表す共分散マトリクス $[Cov(i, j)]$ は、この距離相関係数と引張強度の標準偏差(S)の2乗の積($S^2 \times [\rho(i, j)]$)により定義される。ここで、有限要素の総数をm個とすると、共分散マトリクス $[Cov(i, j)]$ は $m \times m$ の正方マトリクスとなる。この共分散マトリクスを用いて、以下のような一次変換により相関性のあるサンプル値が求められる[6]。

まず、共分散マトリクス $[Cov(i, j)]$ を

$$[Cov(i, j)] = S^2 [\rho(i, j)] = S[C] S[C]^T \quad ([C]^T \text{は}[C] \text{の転置行列を表す}) \quad (3)$$

のようにコレスキー分解する。 $[C]$ は $[\rho(i, j)]$ をコレスキー分解して求められるマトリクスである。さらに、 $\{Z_s\}$ を正規分布 $N(E, S)$ に従う互いに独立なサンプル値、 $\{Z_c\}$ を距離相関を考慮したサンプル値を表すとすれば、 $\{Z_c\}$ は次式で与えられる。

$$\{Z_c\} = S[C] \{Z_s\} \quad (4)$$

ただし、 $[C]$ は $m \times m$ の正方マトリクス、 $\{Z_s\}$ 、 $\{Z_c\}$ は共に $m \times 1$ のベクトルである。

ここで、式(2)より求まる $\rho(i, j)$ の特性を考えてみる。 $\rho(i, j)$ は相対距離と相関強度係数との比によって定義される係数である。そこで、 $\rho(i, j)$ とAまたはB ($A=B$ とする) の関係を図-2(a)に、 $\rho(i, j)$ と要素間の相対距離(l)の関係を図-2(b)に示す。これらから明らかなように、 $\rho(i,$

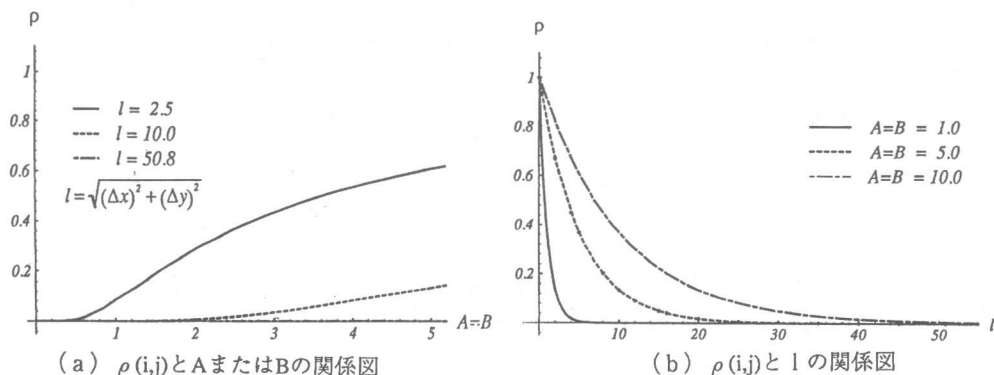


図-2 $\rho(i, j)$ の特性図

j)は、AまたはBの増大、もしくは相対距離が短くなるにつれ1に近づき、より相関が強くなることを表している。

4. 解析方法

図-3のような幅20cm、長さ50cm、厚さ1cmの無筋コンクリートの引張部材を対象とし、節点数231、要素数200に要素分割した。境界条件は、左端固定、右端を最大耐力点以降も解析できるように強制変位制御とし、ひび割れ進展解析を実行した。ひび割れ発生条件として、主応力が引張強度を越えると主応力方向と直交する方向に発生するとした。また、コンクリートはひび割れが発生するまでは線形弾性体とし、ひび割れ発生後は直交異方性体とした。その際、ひび割れと平行な方向は線形弾性体のままとし、ひび割れと直交する方向に前述の引張軟化特性を与えた。

ひび割れの発生後に主ひずみ方向が回転することがあることを考え、回転ひび割れモデル(rotating crack model)を採用した。回転ひび割れモデルは、主応力方向(主ひずみ方向)が回転した場合、ひび割れ方向を最大主応力方向(最大主ひずみ方向)に直交するように

回転させることで、常に主ひずみ方向と主応力方向が一致するようにしたモデルである。そのため、ひび割れ座標系において全応力形式で表した場合にはせん断に関する項が現れず、せん断特性に関する材料パラメータを必要としない点が特徴である[7]。

また、除荷が起こる場合はあらかじめ定義する原点に向かう場合の勾配を1とした比率で表す除荷方向(β)をたどるものとした(図-4)。また、ひび割れの再結については除荷後、主ひずみが $\epsilon_{rs}=60 \times 10^{-6}$ となった時点を考え、再結後の剛性(E_u)は初期剛性(E_c)に復活するものとした。再結後に再び引張力が加わる場合は、はじめに定義した引張軟化曲線のスケルトン上にのるようにひずみが増加する方向に進行し、そのまま除荷が進行する場合は初期剛性(E_c)の勾配で進行するものとした。

上記の諸条件のもと、RC非線形汎用コード[8]を用いて計算を実行したが非線形求解法として増分繰返し法を用い、Newton-Raphson法を用いて収束計算を行った。

5. 解析結果と考察

本解析で用いたコンクリートの物性は表-1に示すものであり、ポアソン比については荷重方向以外の影響を無視するためゼロに近い値とした。また、引張強度のばらつきは乱数を3種類作成し、乱数による相違についても検討した。数値解析の結果を図-5～図-7に示す。

1) 荷重-変位曲線(図-5)

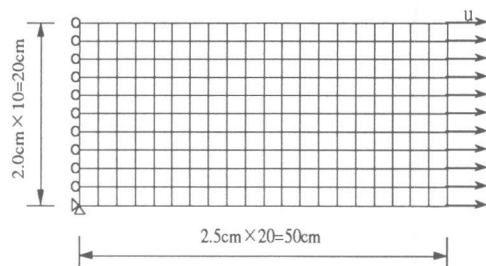


図-3 要素分割図

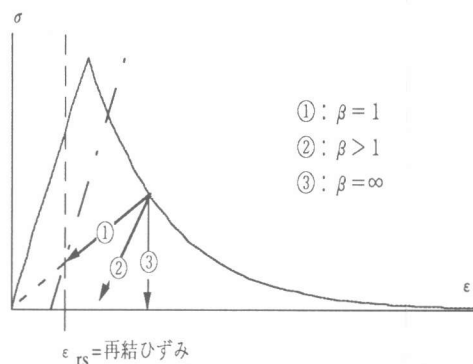


図-4 除荷・ひび割れの再結の概念図

均一要素による解析では最大耐力点以降、ほぼ応力低下することなく変位が増大した（すなわち、完全弾塑性状態であった）。これは、全要素に一齐にひび割れが生じたため、部材の剛性が一度に失われたためと考えられる。一方、引張強度にばらつきを与えた場合、最大耐力点以降緩やかな軟化勾配を呈し、乱数による違いは殆ど見られなかった。これは、要素によりひび割れがより進行するもの、除荷するもの、再結するものなどが混在しているためと考えられる。また、図中にはひび割れが2本存在するときの理論解も点線にて示したが、いずれの乱数を用いても最大耐力に若干の差はあるものの理論解とよく一致した曲線が得られた。

2) 変形図 (図-6)

均一要素による解析では、全ての要素が同じ変位量であるのに対し、引張強度にばらつきを与えた場合では、ひび割れ要素とそれ以外の要素では変位量に違いが見られる。

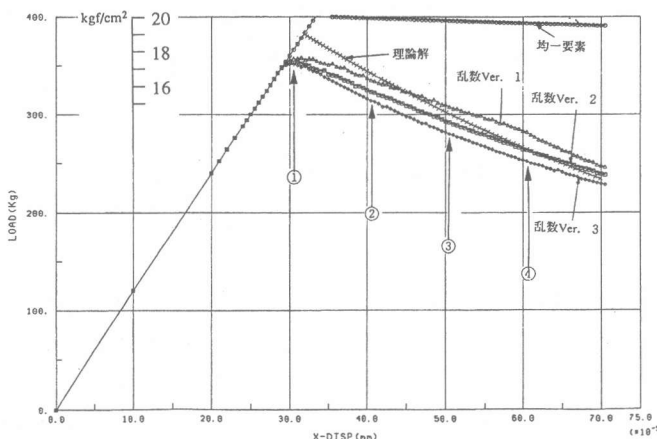
また、ひび割れは最終的に2本に収束したが、これは一本目のひび割れによる部材の回転が、右端全体を平行に強制変位させているため抑えられ、その結果曲げの力を蓄えることとなり、この力を解放するために2本目のひび割れを助長させたものと考えられる。これは、端部の境界条件が影響を与えることを示唆するもので、さらに検討が必要である[9]。

3) ひび割れ図 (図-7)

引張強度にばらつきを与えた場合、最初のひび割れの発生は、最大耐力点直前(Step12)で起こっており、Step数を逐う毎に散在していたひび割れが徐々に集結し、最終的に2本に収れんされていく様子が見える。これは、微細ひび割れの形成は最大耐力に達する前から始まるという実験事実と合致した結果であり、実現象に近いひび割れ進展が再現されたといえる。また、異なる乱数のサンプル値{Zs}を3種類生成し解析を実行したが、そのひび割れ収束位置（局所化の位置）は全く異なるものであった。しかし、全体の $\sigma-u$ 関係は前出の図-5の通りほぼ同様であった。

表-1 コンクリートの物性

弾性係数	$3.0 \times 10^5 \text{kgf/cm}^2$	
ポアソン比	0.0001	
破壊エネルギー	0.15kgf/cm	
引張強度	平均値	20.0kgf/cm ²
	標準偏差	2.0kgf/cm ²
	相関強度係数(A=B)	5.0



(図中の丸数字は図-7の丸数字に対応する)

図-5 荷重-変位曲線

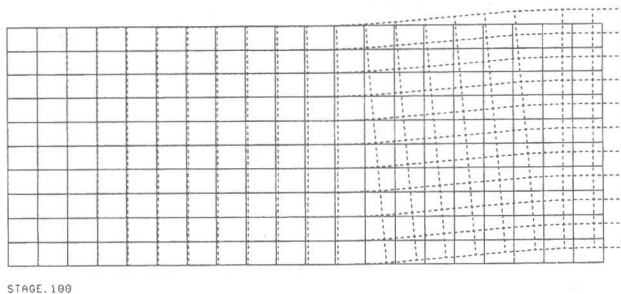
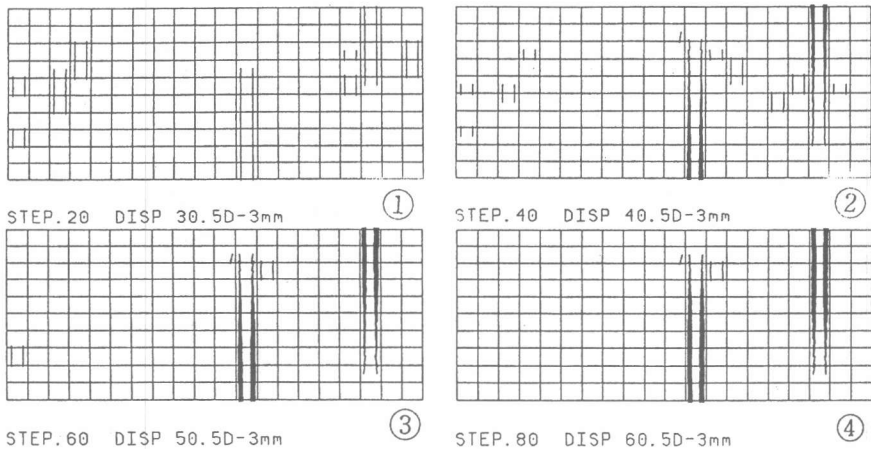


図-6 変形図(乱数Ver.3)



(各要素の積分点にひび割れ線を図示した。また、 $\epsilon_{cr}=50 \times 10^{-6}$ 毎に線幅を増加させた。)

図-7 ひび割れ図(乱数Ver.3)

6. まとめ

本論文は、一様応力場におけるコンクリートの破壊シミュレーションを有限要素法を用いて再現することを試みたもので、次のようにまとめることができる。

全要素均一要素による解析では、完全弾塑性として挙動するのに対し、ばらつきを与えた解析では緩やかな軟化現象を再現することが出来た。この時当初散在していたひび割れが、離合集散し、ある特定の2本のひび割れに集中し、ひずみの局所化を再現することが出来たといえる。また、引張強度にばらつきを与えたために局所的には応力勾配が生じ主ひずみ(主応力)が回転しているため、回転ひび割れモデルの導入も有効であると言える。本提案手法においては、引張強度の標準偏差、相関強度係数(A、B)、除荷勾配(β 値)、境界条件が重要なポイントであるが、その定量的な評価については今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 三橋博三：コンクリートの破壊力学の展望,コンクリート工学,Vol.25,No.2,pp.14-25,1987.2
- 2) Rots,J.G. et al.: Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete,HERON,Vol.30, No1, pp.48, 1985
- 3) 松永昭吾、ほか：不均質材料のひび割れ進展解析,土木学会第49回年次学術講演会講演概要集,CS-15,pp.30-31, 1994.9
- 4) 長野竜馬・畠山善治・吉川弘道：コンクリートの引張破壊と有限要素法の寸法依存性,土木学会第48回年次学術講演会講演概要集,V-475,pp.976-977,1993.9
- 5) 小川保、ほか：ACIによる地盤物性値の空間分布に関する確率モデル選定,第27回土質工学研究発表会,C-7,pp.133-134,1992.6
- 6) 星谷勝・石井清：構造物の信頼性設計法,鹿島出版会, 1993
- 7) Rots,J.G.: Computational Modeling of Concrete Fracture, The thesis report at the Civil Engineering Department of Delft University of Technology, pp.15-18, 1988
- 8) 材料非線形汎用コードTotal-RC v.3:理論マニュアル, 1986
- 9) Torrenti J.M.: Strain Localization in Concrete Loaded in Compression: The Influence of Boundary Conditions,Fracture Mechanics of Concrete Structures,Elsevier Applied Science,pp281-287,1992