

論文 不連続有限要素解析法を用いた鋼板とコンクリートの付着特性に関する研究

高 東劭^{*1}・西海健二^{*2}・呉 智深^{*3}・町田篤彦^{*4}

要旨：本研究は、複合構造の不連続解析を行うために開発した不連続有限要素解析法を用いて、鋼板とコンクリートの付着について解析を行った結果をとりまとめたものである。解析にあたっては、コンクリートの引張クラック軟化曲線と統一的に取り扱うために、付着エネルギーに基いた付着応力-付着滑り関係力学特性を導入した。また、解析結果と実験結果とを比較することによって付着パラメーターを同定した。同定されたパラメーターを用い本解析法を活用すれば付着クラックなどの不連続面を同時に含んだ複雑な破壊メカニズムを解明できることが示された。

キーワード：不連続要素、有限要素解析法、付着すべり

1. はじめに

計算機の発達にともない計算破壊力学の分野では、幅広いの工業材料に生じる変形の局所化破壊、巨視的離散クラック、及び各種複合構造における接触界面などの不連続を含んだ有限要素解析法の研究開発が進められている。現状では、有限要素解析で採用されるクラックモデルは、大別すると離散クラックと分布クラックの2種類がある[1][2]。この中で、離散クラックモデルは、膨大な入力問題、節点の連続性を変更することによる計算上の複雑さ、予めクラック進展方向を規定することによる客観性の欠乏などにより、その適用は一部の単純な場合に限られている。また、後者の分布クラックモデルでは最近の研究によっていくつかの深刻な問題点が指摘されている。例えば、解の客観性がないことについて、改良法がいくつか提案されてはいるものの、理論的根拠と汎用性が欠けていると言われている。また、方向バイアス、偽の破壊モード及び応力ロッキング現象が含まれていることがよく指摘されている。このような問題点を解決するために、筆者らは混合変分理論の展開によって内部不連続面での変位不連続性を考慮した不連続有限要素解析法を提案した[3]。

一方、いままで開発されて来た様々な不連続有限要素解析手法では各種異なった不連続性をそれぞれ違った理論で取り扱うのが一般的である。そこで、本研究では、筆者らのこれまでの研究[3]を基に、クラックの伝播と付着すべりの進展を統一的に取り扱うことを目的とした。解析にあたっては、コンクリートの引張クラック軟化曲線と統一的に取り扱うために、付着エネルギーに基いた付着応力-付着滑り関係を導入した。このような数値解析によって、H S R C構造における付着強度の小さい、脆性的な付着すべり挙動のもととなる現象を解明することができた。

* 1 埼玉大学 大学院 理工学研究科、工修（正会員）

* 2 新日本製鉄株式会社 技術開発本部、鉄鋼研究所（研究員）

* 3 埼玉大学 建設工学科助教授、工博（正会員）

* 4 埼玉大学 建設工学科教授、工博（正会員）

2. 一般的な不連続問題に関する混合有限要素定式化

2.1 不連続有限要素の支配方程式

内部不連続性を考慮した有限要素に関する支配方程式の定式化手順については論文[3]に詳しく述べられているが、ここではその結果について簡単に説明する。節点変位の増分 $\Delta \bar{u}$ と等価節点力 \bar{f} 間の非線形支配方程式は次のように表される。

$$\bar{K} \Delta \bar{u} = \bar{f} \quad (1)$$

$$\bar{f} = \bar{f}_u + KP(K_{ii} + P^T KP)^{-1}(\bar{f}_i - P^T \bar{f}_u) \quad (2)$$

$$\bar{K} = K - KP(K_{ii} + P^T KP)^{-1}P^T K \quad (3)$$

$$\bar{f}_u = \int_s N_u^T \Delta p ds, \quad \bar{f}_i = \int_s N_i^T \Delta p ds \quad (4)$$

式(3)に示された剛性マトリックス K は通常の剛性マトリックスであり、次のように得られる。

$$K = \int_v B_u^T D B_u dV \quad (5)$$

また不連続領域での剛性マトリックス K_{ii} は次のような形で求められる。

$$K_{ii} = \int_{S_i} (N_i^+ - N_i^-) D_i (\Delta u^+ - \Delta u^-) ds \quad (6)$$

ここで、 B_u ：ひずみ-変位マトリックス、 N_u ：有限要素の形状関数、 N_i ：不連続面での形状関数； D_i ：不連続面の剛性マトリックス、 D_t ：連続体の剛性マトリックス、 Δp ：節点力増分、 P ：変換マトリックスである。

式(1)に示したように、内部不連続性を考慮した有限要素に関する支配方程式は通常の有限要素定式化と同様な形で表現されている。従って、通常の有限要素汎用コードの機能をそのまま生じて簡単にプログラミングすることができる。また節点変位ベクトルは通常の有限要素定式化での自由度 n 次元と同様である。不連続面の変形集中、接触性状などを算定するためには、通常の剛性マトリックスと荷重ベクトルの修正を行うだけで計算時間の大幅な増加はないと考えられる。

2.2 不連続補間関数

本研究では、二次元不連続解析を行うためのアイソパラメトリック要素を取り上げ、不連続性が生じる不連続要素における不連続補間関数を定式化する。まず、有限要素内部の変位 u はその要素を構成する節点の変形 \bar{u} と変位ジャンプ \bar{u}_i によってつぎのように補間されるものとする。

$$u = N_u \bar{u} + N_i \bar{u}_i, \quad \bar{u} = \bar{u} + P \bar{u}_i \quad (7)$$

また式(7)と違った形をとって、有限要素内部の変位 u を 連続体の変形に対応する節点 \bar{u} と不連続面での節点変位ジャンプ \bar{u}_i に分ければ、つぎのような形で書くことができる。

$$u = N_u \bar{u} + \Phi_i \bar{u}_i, \quad \Phi_i = \Phi I \quad (8)$$

式(7)と式(8)を比較すると

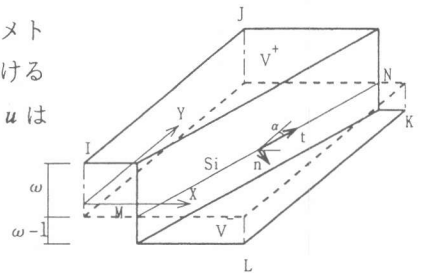


図-1 局所変位の不連続関係図

$$P = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3 \ \dots \ \Phi_n]^T \quad (9)$$

ここで、要素の節点が V^+ 側にあるときに $\Phi_j = \omega T$ 、節点が V^- 側にあるときに $\Phi_j = (\omega - 1)T$

$$\Phi_j = \begin{cases} \omega T & \text{in } V^+ \\ (\omega - 1) T & \text{in } V^- \end{cases} \quad (10)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (11)$$

T : 不連続面における局所座標から全体座標への変換マトリックス、 n : 有限要素節点数、 α : 局所座標と全体座標となす角度、 ω : 不連続面ジャンプ関数であり、 V^+ 側と V^- 側の面積比で定める。本研究においてはすべりクラックが付着すべりの不連続要素での中心に生じると仮定するので、 $\omega = 0.5$ とする。(図-1に示す)。

2.3 構成モデル

要素の剛性を算定するには、関連の構成モデルを導入する必要がある。すなわち、要素剛性マトリックスに材料自身の構成則の他、不連続面、例えば付着面において、鋼材とコンクリートとの付着-すべりの関係を導入しなければならない。本研究では、Drucker-Prager降伏基準を用いた弾塑性モデルに基づき、材料構成則を与え、不連続面の非線形性を算定する剛性マトリックス D_i を次のように仮定する。

$$D_i = L_i \begin{bmatrix} E_n & 0 \\ 0 & G_{nr} \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 L_i : 不連続面の長さである。

その成分は、不連続面に垂直な方向の $E_n(\text{opening})$ (図-2(a)) 及びそれに平行方向の $G_{nr}(\text{sliding})$ (図-2(b)) の二つである。本研究ではopeningモデルは、図-2(a)に示すように与えている。但し、クラック要素と付着

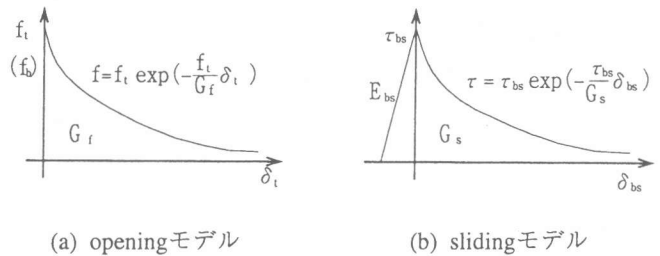


図-2 不連続面のモデル

要素において、強度はそれぞれ f_t

(引張強度)と f_b (付着面の垂直方向付着強度)とし、 G_f は破壊エネルギーである。また、付着すべり解析を行うためのslidingモデルは図-2(b)に示すように与えている。ここで、 E_{bs} :は弾性状態のすべりせん断剛度、 τ_{bs} :付着すべり強度、 G_s :付着破壊エネルギーである。

3. 数値解析

3.1 非線形求解法

計算には、Newton-Raphson法に基づく荷重増分法を用いて、非線形解析を行った。また、極限点後の変位が増加するとともに荷重が減少していく不安定な経路を追跡するためにCristiedの修正弧長法を導入して繰り返し計算を行った。収束基準としては、一般のResidual force収束基準を適用した(収束判定の基準値=10⁻³)。

3.2 解析モデル

(1) クラック進展解析

Bazantらが行ったコンクリート破壊における歪み速度効果を調べるための一連の実験[4]のなかの一つの供試体 ($d = 7.6 \text{ cm}$) を用いてクラック進展解析を行い、開発された不連続有限要素法を検討した。解析に使用した材料特性は、引張強度 $f_t = 30.3 \text{ kg/cm}^2$ 、弾性係数 $E_c = 2.86 \times 10^2 \text{ kg/cm}^2$ 、破壊エネルギー $= 0.23 \text{ kg/cm}$ 、ポアソン比 $= 0.20$ とした。新しく開発した不連続解析法により求めた荷重-CMOD曲線は、図-3に示すように、既往の分布ひびわれモデルに基づく連続解析法のそれに比べて下降域の荷重低下が顕著となり、実験結果との一致が大きく改善されている。また本解析法の数値計算にあたって、せん断剛度に影響を受けないことになっている。これらの点から本不連続法では分布ひびわれモデルの主な問題を改善していると思われる。また応力ロッキング問題もかなり改善できた。

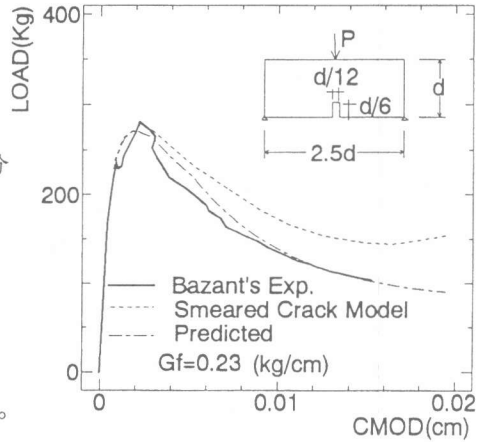
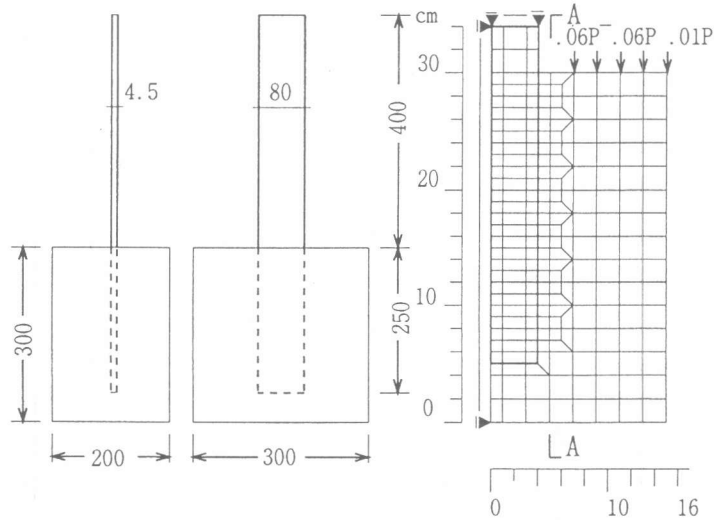


図-3 無筋コンクリート梁の荷重-CMOD曲線

(2) 鋼板とコンクリートの付着特性の解析

鋼板の引き抜き試験[6]について数値解析を行った。

解析には、引き抜き試験の対称性を考えて全体の1/4を解析モデルとした。4節点アイソパラメトリック要素を用いた有限要素分割図を図-4(b)に示す。材料の定数特性は表-1に示すとおりとした。コンクリートの板厚は実際の供試体と同じ、10cmとし、板厚方向の応力変化は無視し、平面問題として取り扱った。また、実際の鋼板周りの付着面を図-4(b)



(a) 引き抜き供試体 (b) マッシュ分割図

図-4 引き抜き解析モデル

表-1 解析時材料定数特性 単位: kg/cm^2

材料	弾性係数	引張強度	圧縮強度	ポアソン比
鋼材	2.05E6	3710	3710	0.18
コンクリート	3.1E5	30.3	302	0.2

に示す側面A-Aに同価的に置き換えることにした。開発された不連続解析法の定式化に述べたように、コンクリートと鋼板に共有の節点をもたせ

て、バネ要素を導入する必要をなくした。

3.3 実験結果からの付着パラメーターの算定

まず付着要素の初期すべりせん断剛性（弾性状態）係数 E_{bs} をパラメータとした解析結果を図-5に示す。ここで $\tau_{bs}=7.1 \text{ kg/cm}^2$ 、 $G_s=0.4 \text{ kg/cm}$ とした、図-5より解析は E_{bs} の増加に伴い、最大荷重は変わらないが、すべり量に大きく変化する結果を与えることがわかる。また、解析により、付着要素の初期すべりせん断剛性はコンクリートの弾性係数の $1/10\sim 1/20$ となっていることが示された。一方、すべり破壊面の破壊エネルギー散逸とコンクリートのクラック進展の破壊エネルギー散逸を基本的に同じと考えたが、すべり軟化領域の勾配がコンクリートの場合よりも少し緩やかであることが示された。また、 $\tau_{bs}=7.1 \text{ kg/cm}^2$ 、 $E_{bs}=1.55 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ として、図-6に示すように G_s を変化させて、解析を行った結果、付着すべり破壊エネルギーは、 $0.4\sim 0.6 \text{ kg/cm}$ の間にあることが判明した。

図-5、6に引き抜き試験の引き抜き荷重-荷重端の滑りの関係を示す。これらによれば、本解析は最大荷重後の挙動もよく追跡していることがわかる。また、最大荷重に達してから付着破壊によって荷重が急激に下がることが確認され、異形鉄筋に比べコンクリートとの付着が脆性的に破壊されることが再現された。

次に解析で予測されたある荷重における自由端から荷重端にかけてのひずみ分布と実験で測定したひずみ分布の比較図を図-7に示す。比較的に低荷重時のひずみ分布を見ると、ひずみは荷重端から自由端に向かって勾配が緩やかに減少している。よって、この荷重段階では付着面の全領域にわたって付着形状はまた弾性領域となっているといえる。しかし、荷重の増加に伴い、荷重端側よりひずみの勾配が徐々に緩やかになり、さらにその範囲は徐々に拡大していく。このことは荷重端近傍から付着力が弱まっていることを示している。また、荷重の増加にともない、付着破壊が自由端側に向かって進展していくこともわかる。

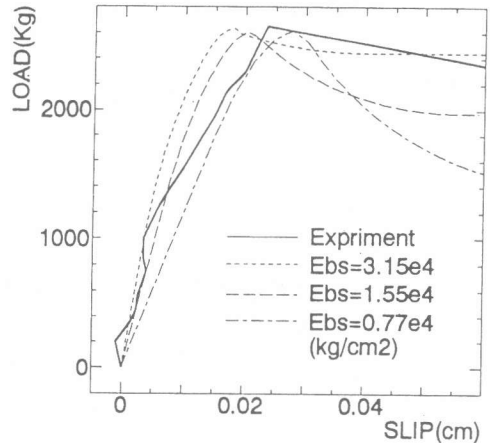


図-5 E_{bs} が荷重-滑り曲線に及ぼす影響

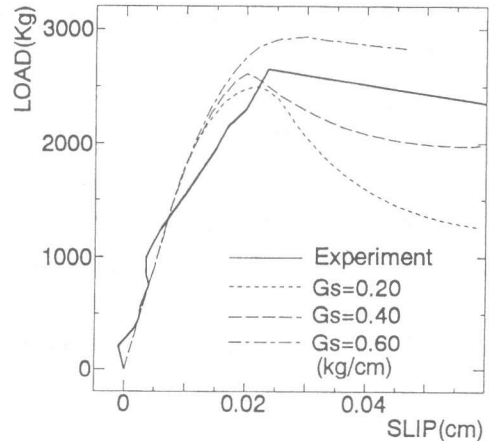


図-6 G_s が荷重-滑り曲線に及ぼす影響

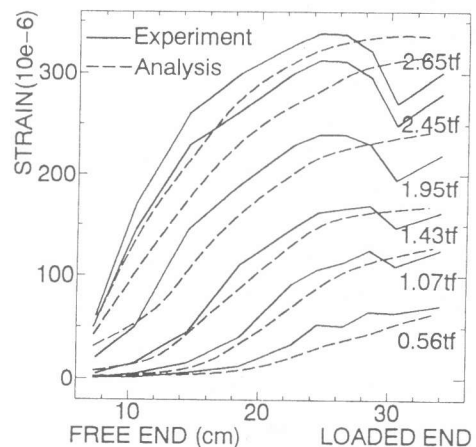


図-7 鋼板ひずみ分布図

図-8は解析より得られた付着滑りひびわれ図(a)及び変形図(b)である。これによれば、解析は鋼板付近の変形集中をよく追跡していることがわかる。また、鋼板の端部の引張ひびわれも表現されている。

4. まとめ

本研究では、筆者らが開発した内部不連続面での変位不連続性を有する不連続有限要素定式化をより一般化し、分布クラック、付着すべり面などの不連続性を統一的に取り扱い、クラックの伝播領域の追跡から複合構造での付着性状の表現まで拡張した。通常の有限要素汎用コードのそのままに新しい解析法を導入でき、自由度の増加がない

ことが本解析法の特徴であり、複合的な不連続性を有する構造(例えば、材料内部のクラックと付着境界面)を解析する場合でも本解析によれば統一的に取扱うことができるのがあって、ボンドリング、すべり要素などの追加及び併用の必要がなくなる。本有限要素解析法を鋼板の引抜き試験に適用した結果、つぎのことがわかった。

- 1) 鋼板とコンクリートとの付着すべり破壊エネルギーの散逸はコンクリートのクラック進展の破壊エネルギー散逸と同様に取扱えることが確認された。
- 2) 付着要素の初期すべりせん断剛性はコンクリート弾性係数の1/10~1/20となっていることを同定した。
- 3) 付着エネルギーの適当な値は0.4~0.6kg/cm であることを同定した。

参考文献

1. Ngo,D. and Scordelis,A.C ., 'Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam' , J.ACI.,64(3), (1967),pp.152-163.
2. Rashid,Y.R., 'Analysis of prestressed Concrete Pressure Vessels' ,Nuclear Eng. and Design , 7(4), (1968),pp.334-344
3. M .Afifuddin,Z .WU and A.Machida,Special finite elements with Displacement Discontinuity A cross Internal Interfaces,コンクリート工学年次論文報告集；第16巻,第2号.pp.123-128.1994
4. Z.P.Bazant, and Gettu.R, 'Rate Effect and Load Relaxation in Static Fracture Concrete.' ACI Material J. 89(5), pp. 456-468, 1992.
5. Z, WU 'Development of Computational Models For Reinforced Concrete Plate and Shell Elements', 名古屋大学学位論文 1990.
6. 石井博典, 有穴鋼板とコンクリートの付着特性に関する研究。埼玉大学卒業論文1994。

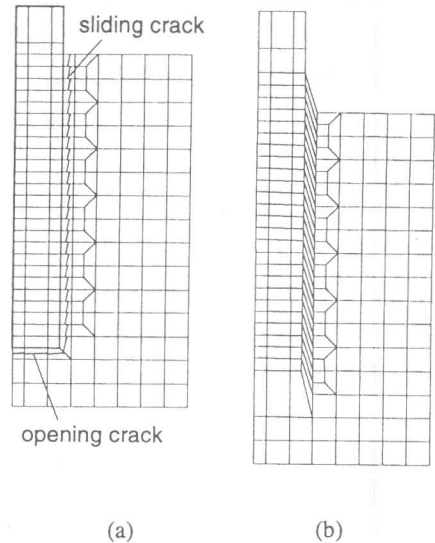


図-8 滑りひびわれ及び変形図