

論文

[2109] 下界定理を用いた円形フープ筋による拘束効果の解析

小椋紀行 *1・市之瀬敏勝 *2

1. はじめに

著者らは先に図1の様な多重膜状の応力場のモデル[1]を提案し、拘束効果の解析を行った。その際、コンクリート円柱の直径Dに対して補強筋間隔sが十分に小さい場合、実験値[2]をかなり下回った。そこで、本論文においては図2、図3に示す様なモデルを用いて解析を行う。以下、図1のモデルをタマネギモデル、図2、3のモデルをシェルモデルと称する。

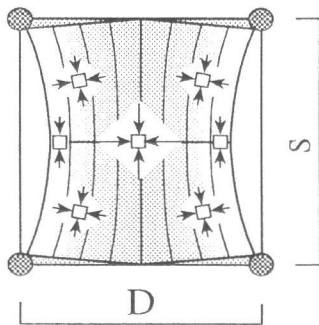


図1 タマネギモデル

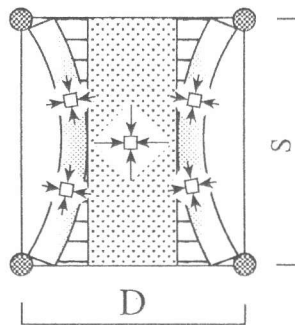


図2 シェルモデル

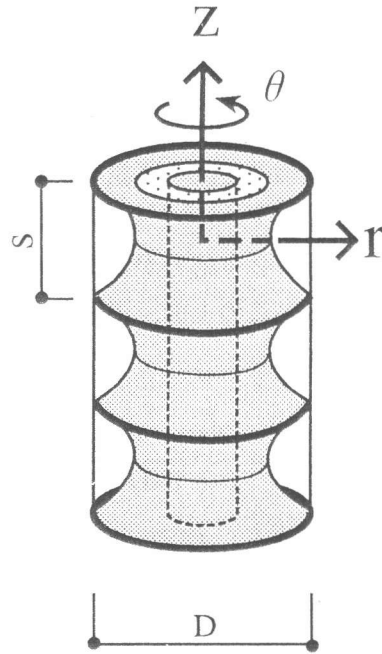


図3 圧縮応力場

2. 解析仮定

仮定1: 破壊条件の仮定

三軸圧縮を受けるコンクリートの破壊条件は、Richartら[3]のコンクリートの静水圧下での実験式（つまり、Mohr-Coulombの基準）である以下の式（1）を満たす時とする。以下、圧縮を正とする。

$$\sigma_3 = m \sigma_1 + \sigma_B \quad (1)$$

σ_1 : コンクリートの第1（最小）主応力

σ_3 : コンクリートの第3（最大）主応力

m : 実験より得られた係数 ($m=4.1$)

σ_B : 無筋コンクリートの一軸圧縮強度

(図4 参照)

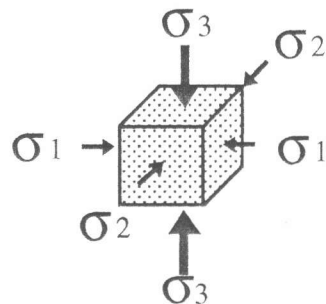


図4 主応力

*1 名古屋工業大学大学院生 工学部社会開発工学科、(正会員)

*2 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科、(正会員)

仮定2：圧縮応力場の仮定

図2、3の様な圧縮応力場を仮定する。具体的には図5に示す様な4種類の圧縮領域を以下の様に仮定する。また、圧縮領域①③は仮定1の破壊条件に達すると仮定する。

《1》圧縮領域①の仮定

図6-(a)の様に r 軸方向に σ_{C1} 、 θ 軸方向に σ_{C1} 、 z 軸方向に σ_{C3} の3軸圧縮応力状態とする。

《2》圧縮領域②の仮定

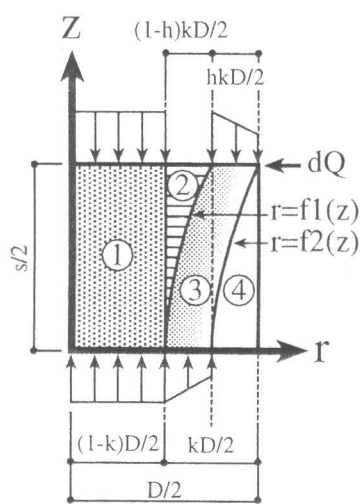
図6-(b)の様に r 軸方向に σ_{C1} 、 θ 軸方向に σ_{C1} 、 z 軸方向に0の2軸圧縮応力状態とする。

《3》圧縮領域③の仮定

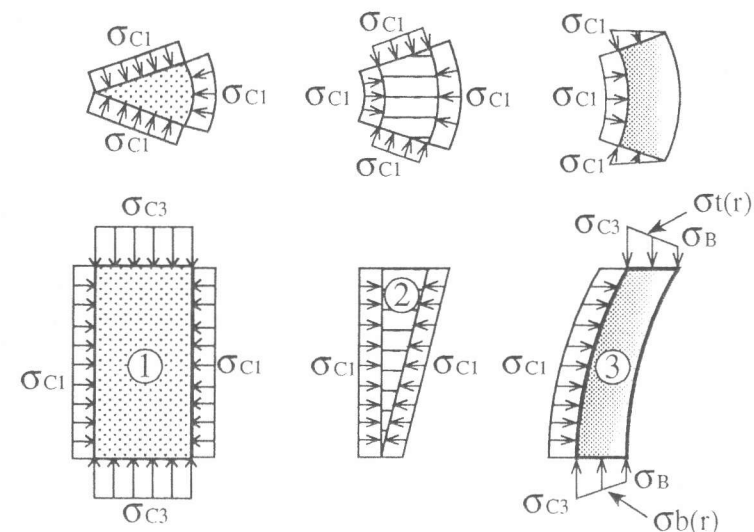
図6-(c)の様に上面、下面の応力が σ_B から σ_{C3} まで直線的に変化すると仮定する。これは、第1、2主応力が領域②においては σ_{C1} であり領域④においては0となる事を考慮したものである。この上面、下面の応力分布を $\sigma_t(r)$ 、 $\sigma_b(r)$ とすると、以下の様な関数式(2)(3)で表される。

$$\sigma_t(r) = \frac{2(\sigma_B - \sigma_{C3})}{hkD} \left(r - \frac{D}{2} \right) + \sigma_B \quad (2)$$

$$\sigma_b(r) = \frac{2(\sigma_B - \sigma_{C3})}{(1-h)kD} \left[r + (kh - 1) \frac{D}{2} \right] + \sigma_B \quad (3)$$



dQ ：フープ筋による拘束力



(a) 領域①

(b) 領域②

(c) 領域③

図5 圧縮応力場断面図

図6 応力分布図

《4》圧縮領域④の仮定：無応力状態

仮定3：領域境界線の仮定

図5に示す境界線 $f1(z)$ $f2(z)$ を Z に関する2次関数式と仮定すると、各々の関数式は以下の式(4)(5)で表わされる。

$$f_1(z) = \frac{2(1-h)kD}{s^2} z^2 + (1-k)\frac{D}{2} \quad (4)$$

$$f_2(z) = \frac{2hkD}{s^2} z^2 + (1-hk)\frac{D}{2} \quad (5)$$

k : 直径に対する領域①以外の部分の幅の比

h : 領域①以外の部分の幅に対する領域③の上面の幅の比

3. 解析方法

前記の応力状態において、圧縮応力 (σ_{c1} , σ_{c3}) と領域の幅の比率 (h, k) が未知数である。この未知数が確定すれば、応力状態が決定される。

《1》仮定 1, 2 より圧縮応力 σ_{c1} , σ_{c3} の関係は式 (6) のようになる。

$$\sigma_{c3} = m \sigma_{c1} + \sigma_B \quad (6)$$

《2》Z軸方向の釣合条件

図 7 に示す dP_t , dP_b , dP_o は以下の様な式 (7) (8) (9) により得られる。

$$dP_t = \int_{(1-hk)D/2}^{D/2} \sigma_t(r) r d\theta dr \quad (7)$$

$$dP_b = \int_{(1-k)D/2}^{(1-hk)D/2} \sigma_b(r) r d\theta dr \quad (8)$$

$$dP_o = \left[(1-k) \frac{D}{2} \right]^2 \frac{d\theta}{2} \quad (9)$$

Z軸方向の釣合は以下の式 (10) となる。

$$dP_t = dP_b \quad (10)$$

《3》 θ 軸方向の釣合条件

図 8 に示す P_c (θ 方向の全断面に加わる力) と Q (降伏時にフープ筋に働く力) は、式 (11) (12) により得られる。

$$P_c = \int_0^{\frac{s}{2}} \{f_1(z) + f_2(z)\} \frac{\sigma_{c1}}{2} dz \quad (11)$$

$$Q = \frac{s}{2D} \rho_s \sigma_y \quad (12)$$

ρ_s : 補強筋体積比, σ_y : 補強筋の降伏強度

θ 軸方向の釣合は以下の式 (13) となる。

$$P_c = Q \quad (13)$$

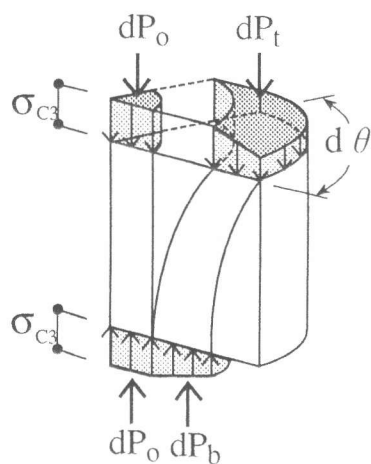


図 7 Z軸方向の力の状態

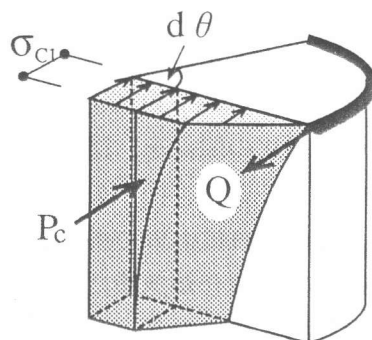


図 8 r軸方向の力の状態

《4》モーメントの釣合条件

図9に示す P_c , dP_o , dP_t , dP_b , Q による原点まわりのモーメントを, dM_c , dM_o , dM_t , dM_b , dM_q とすると, 各々は以下の式(14) (15) (16) (17) (18)により得られる。

$$dM_c = \int_0^{s/2} \int_0^{D/2} \frac{f1(r)^2 + f2(r)^2}{4} \sigma_{c1} d\theta dr dz \quad (14)$$

$$dM_o = 0 \quad (15)$$

$$dM_t = \int_{(1-hk)D/2}^{D/2} \sigma_t(r) r^2 d\theta dr \quad (16)$$

$$dM_b = \int_{(1-k)D/2}^{(1-hk)D/2} \sigma_b(r) r^2 d\theta dr \quad (17)$$

$$dM_q = \frac{s}{2} dQ = \frac{s}{2} Q d\theta \quad (18)$$

原点周りのモーメントの釣合は以下の式 (19) となる。

$$dM_c + dM_o + dM_t - dM_b - dM_q = 0 \quad (19)$$

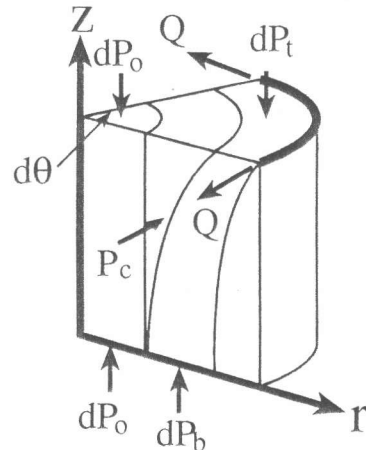


図9 力の状態

《5》応力状態の決定

破壊条件式(6)と釣合条件式(10) (13) (19)より σ_{c1} , σ_{c3} , k , h を得る。これによりフープ筋により拘束されたコンクリート円柱の応力状態を決定する。この応力状態下での平均圧縮強度 σ_{cc} (円柱の圧縮耐力/円柱の断面積) は式 (20)により求められる。

$$\sigma_{cc} = \frac{8(dP_o + dP_t)}{D^2 d\theta} \quad (20)$$

4. 解析結果

解析対象

解析のパラメータとして、 s/D と、 $\rho_s \sigma_y$ (補強筋体積比 $\rho_s \times$ 降伏強度 σ_y) を用いた。無筋コンクリートの一軸圧縮応力 σ_B は 320 kg/cm^2 とした。本論文において、 s/D を補強筋間隔比、 σ_{cc}/σ_B を拘束効果と称する。

シェルモデル

図10にコア部 (領域①) の鉛直応力 σ_{c3} と補強筋間隔比の関係を、図11にコア部の半径と補強筋間隔比の関係を、図12にタマネギモデルとシェルモデルの拘束効果と補強筋間隔比の関係を示す。ここで、図中の■部はシェルモデルの解析において拘束効果が1以下になる部分である。図10、11において補強筋間隔が大きくなるに従い、コア部の鉛直応力は微増するが、コア部の占める割合が急激に減少する。このため、図12に示す様にシェルモデルの拘束効果の解析値が急激に減少する。なお、本解析において s/D が0の時の第1主応力 σ_1 は以下の式(21)の様になり、コンクリート充填円形鋼管の応力状態と等しくなる。

$$\sigma_1 = \frac{\rho_s \sigma_y}{2} \quad (21)$$

Normalized Stress of Core
(σ_{cc} / σ_B)

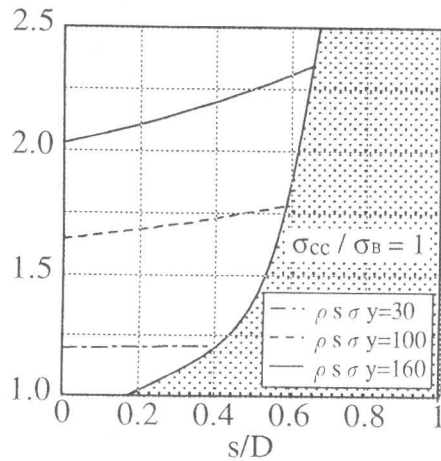


図10 コア部の鉛直応力
と補強筋間隔比の関係

Normalized Radius
of Core(1-k)

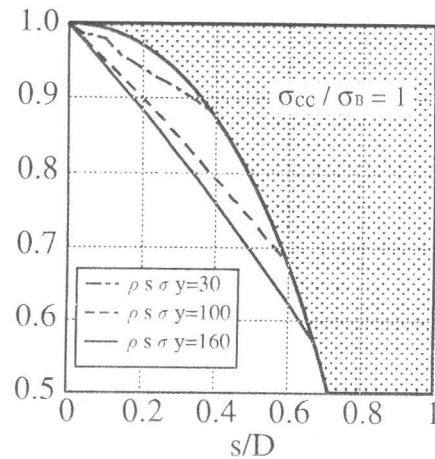


図11 コア部の半径と補強筋
間隔比の関係

シェルモデルとタマネギモデルと実験値の比較

図12より、補強筋間隔比の小さい場合はシェルモデルの値がタマネギモデルの値を上回っている事が分かる。下界定理により、補強筋間隔比の小さい場合はシェルモデルで、大きい場合はタマネギモデルで解析を行えば良いことになる。

図13に解析値（タマネギモデルとシェルモデル大きい方の値）と鈴木らの実験値[2]を示す。補強筋間隔比が小さい場合（シェルモデルの場合）やや低めの値となるが、全体的にはほぼ同様の傾向を示す。

Normalized strength
(σ_{cc} / σ_B)

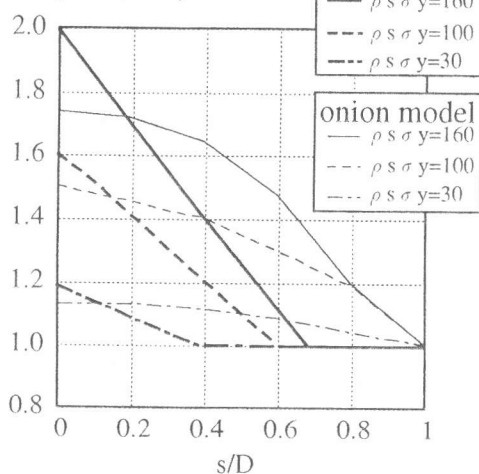


図12 シェルモデルとタマネギモデル

Normalized strength
(σ_{cc} / σ_B)

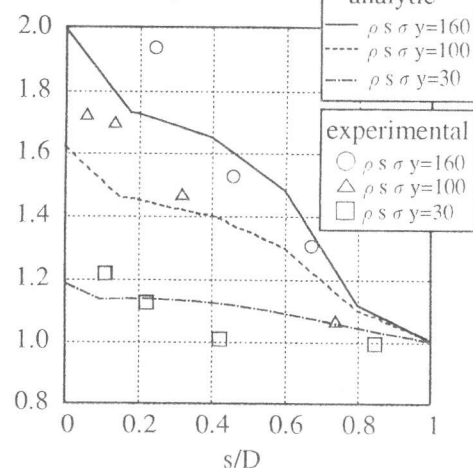


図13 解析値と実験値

5. 結論

- 1) シェルモデルの解析では補強筋間隔に増大に伴い圧縮応力場の体積は急激に減少する。
- 2) 補強筋間隔の小さい場合はシェルモデル、大きい場合はタマネギモデルが適当である。
- 3) 実験値と比較した場合、全体的にはほぼ同様の傾向を示す。

【付録】

フープ筋付近のコンクリートの局所的な破壊についての検証を行う。本文において仮定2で仮定した図3の様な応力領域に⑤を加えた図14 (db: フープ筋の直径) の様な圧縮領域を仮定する。さらに拘束応力 σ_s が、図15の様にフープ筋の直径幅に等分布的に加わると仮定する。以上のような仮定において最も破壊しやすいと思われる点Aについて検証する。点Aにおいて第1主応力 σ_1 、第3主応力 σ_3 は r 軸方向の釣合条件から式 (22) (23) の様になる。

$$\sigma_3 = \sigma_s = \frac{2\pi db}{D} \sigma_y \quad (22)$$

$$\sigma_1 = \sigma_B \quad (23)$$

さらに破壊条件式 (1) を考慮すると破壊しないための条件は以下の式 (24) の様になる。

$$\frac{db}{D} \leq \frac{2(m+1)}{\pi} \frac{\sigma_B}{\sigma_y} \quad (24)$$

ρ_s に関して書き直すと式 (25) なる。

$$\rho_s \leq \frac{4(m+1)^2}{\pi} \left(\frac{D}{s}\right) \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_y}\right)^2 \quad (25)$$

図16に破壊時の補強筋体積比 ρ_s と降伏強度 σ_y の関係を示す。一般的に使用されている鉄筋とコンクリートの強度比と補強筋比の関係は、図16に示す曲線を下回る。このため、ほとんどの場合、局所的な破壊はしない。

[1] 小椋紀行・市之瀬敏勝：下界定理によるコンクリート円柱の圧縮強度解析、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.15, No.2、日本コンクリート工学会、pp.501 - 506, 1993

[2] 鈴木計夫・中塚侑・井上和正：円形横補強筋を用いたコンファインドコンクリートの応力・歪特性

および同コンクリート内に配筋された圧縮軸筋の座屈性状、コンクリート構造物の靱性とその評価法に関するコロキウム、日本コンクリート工学会、pp. II 21- II 32, 1988.3

[3] Richart, F. E., et al.: Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses, University of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin, No.185, 104pp., 1928

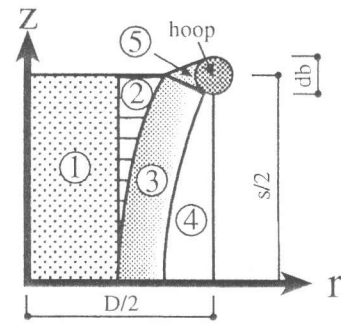


図14 圧縮応力場断面図2

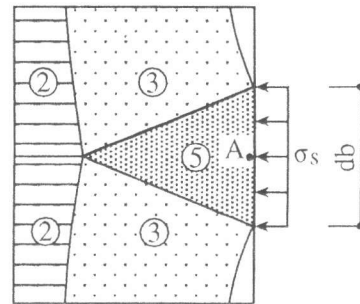


図15 拘束状態図

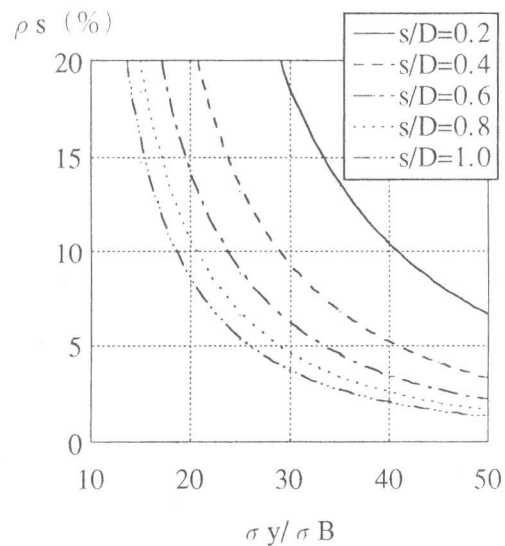


図16 破壊時の ρ_s と σ_y の関係